

CALCUL ANALOGIQUE

PRINCIPES GÉNÉRAUX ET UTILISATION DU CALCULATEUR ANALOGIQUE A. 938

- 1 - Place du Calculateur A. 938 dans l'ensemble des machines à calculer

- 2 - Principe de fonctionnement
 - Amplificateurs opérationnels
 - Potentiomètres
 - Introduction des valeurs initiales

- 3 - Applications

- 4 - Etablissement des schémas opérationnels

1 - PLACE DU CALCULATEUR A.938 DANS L'ENSEMBLE DES MACHINES A CALCULER

Les machines à calculer sont une invention ancienne, puisque l'Encyclopédie Chambers cite, comme une forme rudimentaire de calcul analogique, un procédé d'établissement du cadastre, à des fins fiscales, utilisé à Babylone vers l'an 3.800 avant J.C. Bien que l'on puisse prétendre cette date aventurée d'un bon millier d'années, on ne peut que s'incliner devant une telle antiquité. Cependant leur développement est récent, et l'on pourrait soutenir, avec quelque apparence de raison, que la deuxième moitié du XX^e siècle risque d'être, autant que l'âge atomique ou l'âge des semi-conducteurs, celui des grandes machines à calculer. L'importance croissante des techniques de recherche opérationnelle, et plus généralement de décision scientifique, justifierait à elle seule cette opinion. Mais, si ces techniques représentent l'application la plus spectaculaire des grandes machines, et la plus chargée de signification philosophique, le champ d'application des calculateurs est en réalité incomparablement plus étendu, au point qu'il est difficile de trouver une activité commerciale, administrative ou industrielle qui ne puisse bénéficier, sous une forme ou sous une autre, de l'emploi d'un calculateur grand ou petit.

On peut tenter une classification sommaire des calculateurs. Deux grandes classes se discernent immédiatement, selon le principe général de fonctionnement :

- les calculateurs numériques d'une part,
- les calculateurs analogiques d'autre part.

Les machines numériques procèdent, par principe, par opérations sur des nombres entiers. Elles utilisent, pour effectuer quelque calcul que ce soit, un petit nombre d'opérations élémentaires, réunion, combinaison logique, exclusion, mise en mémoire, utilisées de façon itérative un très grand nombre de fois selon un programme, en général fort complexe, déterminé à l'avance. La précision des résultats obtenus ne dépend que de la taille de la machine et du temps de calcul, à l'exclusion de toute considération technologique. La variété des problèmes traités est infinie, le prix de revient de l'heure de calcul élevé. Telles sont tout au moins les caractéristiques des grandes machines électroniques modernes, mais il ne faudrait pas oublier les services rendus par les petites machines comptables, électriques ou même à main.

Au contraire, les machines analogiques procèdent par résolution expérimentale d'un problème auxiliaire, lié au problème réel par une simple analogie formelle. Les opérations élémentaires utilisées peuvent être relativement compliquées, les variables sont en général des grandeurs à variation continue, la discontinuité étant l'exception et la notion de nombre entier n'ayant plus aucune signification. La précision est limitée par l'imperfection des éléments utilisés, et elle atteint rarement le millième. Par contre, le prix de l'heure de calcul est en général bas.

Les calculateurs analogiques peuvent eux-mêmes être classés en trois principales subdivisions : l'analogie peut être directe, semi-directe, ou indirecte. Dans l'analogie directe, le phénomène physique utilisé pour le problème auxiliaire est le même que celui qui gouverne le phénomène étudié. C'est le cas de tous les modèles à l'échelle, maquettes, etc ...

Ce procédé a trouvé son champ d'application le plus marquant dans la technique aérodynamique, mais il est très général, surtout si la similitude ne se limite pas aux variables d'espace, mais fait intervenir également le temps. Citons comme un exemple curieux les expériences sur les décharges dans les gaz faites en vue de trouver une explication satisfaisante aux aurores polaires (théorie d'Alfvén notamment).

Dans le second cas, le phénomène auxiliaire n'est lié au phénomène étudié que par une relation purement formelle, mais la similitude mathématique est totale, les deux systèmes étant gouvernés par les mêmes relations fondamentales, notamment par les mêmes équations aux dérivées partielles. C'est ainsi que le problème de Dirichlet (recherche d'une fonction harmonique à l'intérieur d'un domaine et prenant sur les frontières de celui-ci des valeurs données), de même que le problème de Neumann et le problème mixte, se traitent actuellement par les procédés rhéologiques (cuve électrolytique), bien que l'on sache en donner des solutions purement mathématiques sous forme de séries (théorème de Fredholm).

Dans le troisième cas, qui est celui de la plupart des calculateurs analogiques, et auquel ce nom est en général réservé, l'analogie est indirecte, c'est-à-dire qu'elle ne s'étend pas aux équations fondamentales des phénomènes analogues, mais seulement à des équations déduites de celles-ci par un certain travail de transformation mathématique. Cette distinction pourrait paraître arbitraire, mais un exemple permettra de bien la situer.

Considérons en effet le cas de la recherche de la répartition d'ondes stationnaires entre des électrodes, qui pourraient être par exemple les parois d'un guide d'ondes. La méthode directe, si elle était praticable en l'espèce, reviendrait à construire une maquette à l'échelle, à appliquer les potentiels alternatifs correspondants, et à déplacer des sondes à l'intérieur. La méthode semi-directe reviendrait, par exemple, à construire une maquette sous forme d'un tuyau sonore et à étudier les ondes acoustiques. La méthode indirecte pourrait procéder par séparation mathématique des variables, ce qui aboutirait, si nous supposons le guide cylindrique, à une équation de Bessel, et par résolution expérimentale de celle-ci à l'aide de n'importe quel phénomène convenable (réseau électrique, observation des oscillations d'un fil pesant, etc ...)

A l'intérieur de la classe des calculateurs analogiques indirects, on peut encore distinguer les machines électriques, électromécaniques, et mécaniques.

Les machines purement mécaniques sont représentées par un petit nombre de grandes machines et surtout par un nombre considérable de petits ustensiles que l'on rencontre tous les jours, telle la banale règle à calcul. Certains dispositifs ingénieux, comme l'intégrateur à bille dû à James Thomson, frère de lord Kelvin, ont trouvé des applications non négligeables, et il existe au moins un grand analyseur différentiel mécanique, construit par Vanevar Bush vers 1931, qui semble être encore en service à l'heure actuelle dans une université Américaine. Citons également le calculateur d'empoisonnement d'un réacteur nucléaire par X_e^{135} , dû à la filiale Canadienne de la maison Sperry (Nucleonics, Mai 1958, pages 97 - sq).

Les machines électromécaniques utilisent simultanément pour la représentation des variables du problème réel des grandeurs électriques, tensions, intensités, et des grandeurs mécaniques, telles que positions angulaires d'axes tournants. Ces machines sont très répandues, car elles permettent de résoudre des problèmes très divers, mais une machine construite en vue d'un problème déterminé peut difficilement être adaptée à la résolution d'un problème différent. Aussi sont-elles habituellement très spécialisées. Les Forces Armées en font grand usage.

Les machines analogiques électriques peuvent, dans quelques cas particuliers, faire appel à des dispositifs électromécaniques, mais les variables du problème réel y sont toujours représentées par des grandeurs électriques. Elles comportent en général un panneau d'affichage, sur lequel on réalise, à l'aide d'éléments opérationnels électriques amovibles (résistances, capacités) et d'amplificateurs un réseau gouverné par le même système d'équations que le problème réel. Ce principe s'adapte particulièrement à la résolution des problèmes différentiels linéaires à coefficients et seconds membres constants, aussi le cœur de tout calculateur de ce type est-il appelé "analyseur différentiel". Un calculateur complet comporte également des dispositifs permettant d'étendre le champ d'application de la machine à des problèmes à seconds membres variables (générateur de fonctions), à des problèmes non linéaires (multiplicateur), à des problèmes à coefficients variables (utilisation simultanée des deux dispositifs précédents) ou discontinus (limiteurs à diodes pour simulation des chocs ou des jeux mécaniques, etc...)

Le calculateur analogique type A.938 est un analyseur différentiel électrique. Il est destiné à être complété ultérieurement par des dispositifs d'extension tels que ceux qui viennent d'être cités. Dans le cadre ainsi défini, c'est un appareil simple, conçu pour pouvoir être mis entre les mains d'un opérateur relativement inexpérimenté et pour résoudre des problèmes à moindre coût que les grandes machines de haute précision existantes.

Compte tenu de ces caractéristiques, le calculateur analogique type A.938 permet la résolution expérimentale, par lecture sur un appareil de mesure ou enregistrement, des problèmes se traduisant :

- Par des systèmes d'équations algébriques linéaires ne dépassant pas le quatrième ordre.
- Et surtout par des équations différentielles linéaires à coefficients et seconds membres constants, ou des systèmes de telles équations, pouvant atteindre, dans des cas particuliers, jusqu'au douzième ordre.

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

(1) Voir notice Rochar A.973 : multiplicateur analogique.

2 - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Le fonctionnement des calculateurs analogiques électriques repose sur l'utilisation des " amplificateurs opérationnels ". Ceux-ci, ainsi nommés parce qu'ils réalisent les opérations élémentaires, sont constitués par des amplificateurs de tensions continues, de gain très élevé, interconnectés entre eux par les éléments opérationnels selon un schéma qui varie selon le problème à résoudre.

Les opérations élémentaires en question sont la combinaison linéaire, dont un cas particulier est la multiplication par une constante, et l'intégration par rapport au temps. On devrait en toute logique ajouter à cette liste la différentiation, mais celle-ci est en général à déconseiller de façon absolue. En effet, les amplificateurs proprement dits ont des caractéristiques mal définies dans la région des fréquences élevées. N'en serait-il pas ainsi que les capacités parasites des connexions, fixes ou volantes, du panneau d'affichage, introduiraient des déphasages imprévus. Or le schéma opérationnel d'un problème quelconque contient toujours un certain nombre de boucles fermées, et la présence de ces circuits passe-haut que sont les différentiateurs pourrait provoquer des oscillations parasites à haute fréquence. On peut également remarquer que le souffle, proportionnel à la racine carrée de la bande passante, serait dans certains cas très gênant.

Par contre, un certain nombre de combinaisons des opérations précédentes, ou des opérations dérivées, sont parfaitement réalisables, comme il sera mentionné ci-dessous.

Chaque amplificateur proprement dit ayant un gain très grand, donc mal défini, il est évident qu'un usage systématique de la contre-réaction est indispensable. Un amplificateur opérationnel aura donc toujours un réseau, souvent constitué par un unique élément, monté entre sortie et entrée. L'usage s'est établi d'utiliser une contre-réaction tension-courant, le signal de contre-réaction étant prélevé en parallèle sur la charge, et appliqué, à travers le réseau, en parallèle avec le signal d'entrée.

Considérons le schéma de la figure 1, représentant sous forme symbolique l'amplificateur opérationnel le plus général.

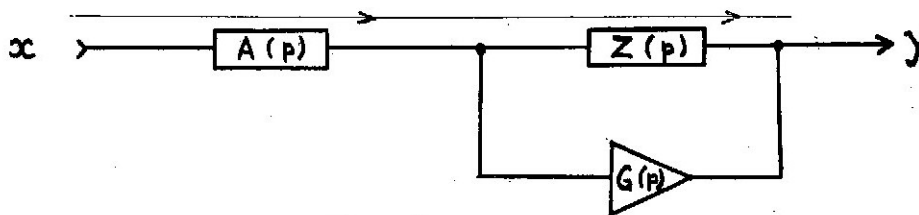


Fig.1

Supposons, ce qui est toujours vérifié dans la pratique, que l'on puisse négliger l'admittance d'entrée et l'impédance de sortie de l'amplificateur proprement dit. Celui-ci est donc défini uniquement par son gain en tension, que l'on peut appeler, en notation opérationnelle, $G(p)$, (1)

Une impédance $Z(p)$ est connectée entre l'entrée et la sortie, une admittance $A(p)$ relie la borne d'entrée de l'amplificateur à une borne sur laquelle on applique une tension $x(p)$. Appelons $y(p)$ la tension de sortie. Si nous écrivons que le courant qui s'écoule à travers A est le même que celui qui s'écoule à travers Z , on obtient :

$$(1) \quad A \underbrace{(x - y/G)}_{\text{tension aux bornes de } A(p)} = \frac{1}{Z} \underbrace{y \left(\frac{1}{G} - 1 \right)}_{\text{tension aux bornes de } Z(p)}$$

qui s'écrit encore :

$$(2) \quad y = -ZA x \frac{G}{G - (1+ZA)}$$

Supposons maintenant que le gain G soit, en valeur absolue, grand devant $1 + ZA$. La signification physique de cette hypothèse est la suivante :

- d'une part, il convient de négliger les phénomènes très rapides (quelques dizaines de microsecondes) pour lesquels $G(p)$ serait certainement faible,
- d'autre part, si Z comporte un condensateur, on devra considérer comme douteuses les composantes de y découlant de composantes de x très antérieures à l'instant d'observation.

(1) Il n'est pas indispensable de connaître les arcanes du calcul opérationnel, appelé aussi calcul symbolique, pour se servir d'un calculateur analogique. Cependant, la notation correspondante, qui remplace les dérivations successives par des multiplications successives par une variable p , et inversement, simplifie énormément les calculs. Le lecteur non familier avec cette branche de l'analyse pourrait lire avec intérêt l'ouvrage de Pottier et Laplume "Le calcul symbolique et quelques applications à la physique et à l'électricité" paru dans la collection des Actualités Scientifiques (édit. Hermann). Cet ouvrage a l'inconvénient mineur d'utiliser la transformation de Carson au lieu de la transformation plus courante de Laplace, mais il est particulièrement adapté aux besoins de l'ingénieur et introduit la délicate question des valeurs initiales d'une façon très claire.

En notation opérationnelle, les expressions des impédances et des admittances s'obtiennent en prenant les expressions complexes valables en régime sinusoïdal et en remplaçant $j\omega$ par p .

Ceci n'interdit pas la marche en continu, à la condition que les phénomènes transitoires puissent être considérés comme rapidement étouffés, tant dans le système réel que sur la machine. Par rapidement, nous entendons pour le système "machine", et selon la qualité des condensateurs utilisés, de quelques dizaines de minutes (condensateurs au Mylar, dont l'hystérésis diélectrique est équivalent à une diminution du gain à vide) à quelques heures (condensateurs au styroflex), et les durées correspondantes pour le système réel.

Dans ces conditions, l'équation (2) se simplifie en :

$$(3) \quad y = -ZA x$$

qui montre que l'on passe de la variable x à la fonction y par l'opération ZA (p). Ainsi se justifie la dénomination "d'amplificateur opérationnel".

On remarquera, dans l'équation (3), le signe négatif. Tout amplificateur opérationnel change le signe. Cette particularité doit être soigneusement gardée en mémoire lorsque l'on procède à l'établissement des schémas opérationnels. Elle déroute toujours quelque peu le débutant.

Si les deux éléments A et Z sont tous deux des résistances pures, l'opérateur AZ se réduit à une constante. C'est la première opération fondamentale du calcul analogique. Si les deux résistances sont égales, on a un simple changeur de signe. Si A était une capacité et Z une résistance, on aurait un différentiateur, exclu par les considérations déjà développées ci-dessus. Si au contraire A est une résistance et Z une capacité, l'opérateur résultant est celui de l'intégration :

$$(4) \quad y = - \frac{1}{RCp} x$$

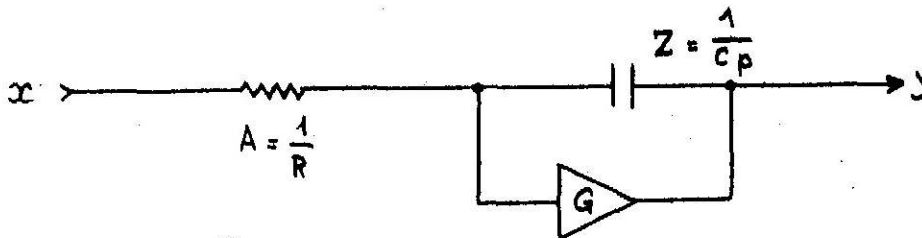


Fig. 2

Ces deux opérations peuvent donner naissance à des opérations plus complexes. On peut en effet utiliser un même amplificateur pour combiner plusieurs variables ensemble, avec ou sans intégration. C'est ainsi que le schéma de la figure 3 mène à l'opérateur :

$$(5) \quad y = -R [A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n] \quad \checkmark$$

c'est-à-dire à l'obtention d'une combinaison linéaire des x_i , et celui de la figure 4 à l'opérateur

$$(6) \quad y = -\frac{1}{C_p} [A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n] \quad \checkmark$$

c'est-à-dire à une combinaison linéaire des intégrales des x_i .

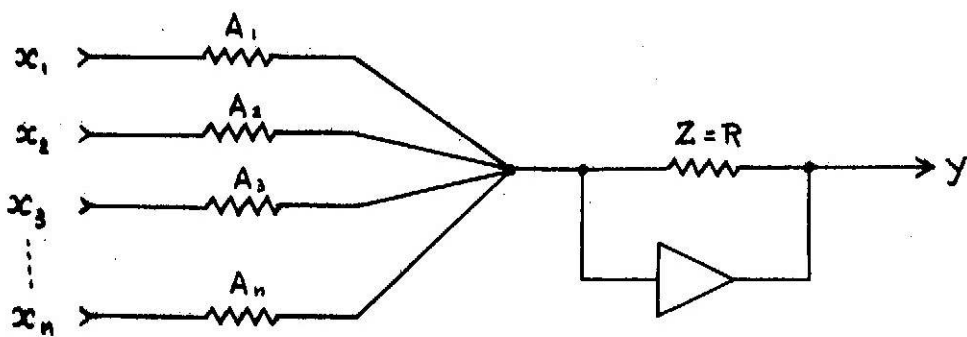


Fig.3

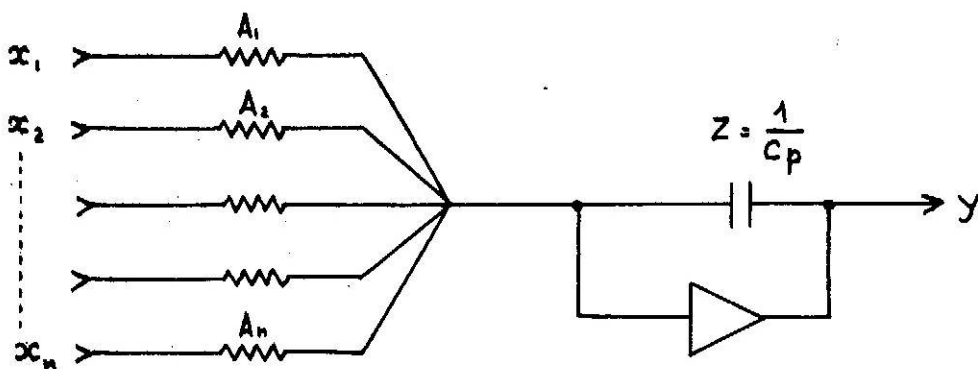


Fig.4

D'autre part, il est possible d'utiliser comme éléments Z et A des groupements série ou parallèle de résistances et de condensateurs. C'est ainsi que le schéma de la figure 5 mène à l'opérateur

(7)

$$y = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{1 + p R_2 C_2} x$$

C_2 et R_2 en //

$$\frac{R_2 \cdot \frac{1}{C_2 p}}{R_2 + \frac{1}{C_2 p}} = \frac{R_2}{1 + p R_2 C_2}$$

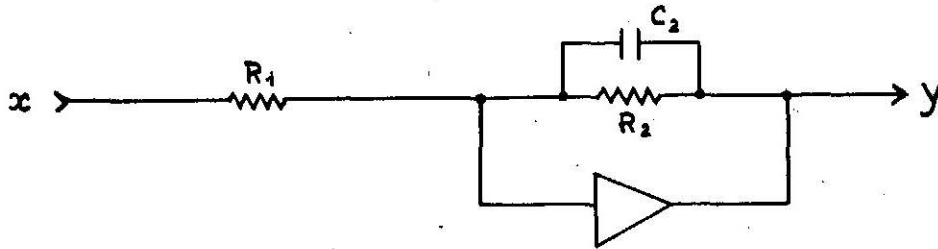


Fig. 5

Cet opérateur représente une réponse proportionnelle avec inertie. C'est ainsi que, si x est la tension appliquée à un moteur à cage, y pourra représenter la vitesse à charge constante. L'exemple de la figure 11 en fait grand usage.

D'autres combinaisons sont possibles, et peuvent présenter de l'intérêt dans des cas particuliers. Il est même possible d'utiliser des réseaux à trois bornes, dont l'une est mise à la masse. Que de tels réseaux soient placés en attaque ou en contre-réaction, c'est toujours leur admittance de transfert (rapport du courant de sortie en court-circuit à la tension appliquée à l'entrée) que l'on devra considérer. On pourra, pour rechercher le réseau le plus apte à simuler un phénomène physique quelconque, se laisser guider par les courbes amplitude-fréquence ou par les réponses à l'échelon unitaire.

Outre les amplificateurs opérationnels, un calculateur analogique comporte également un certain nombre de potentiomètres, destinés à parfaire l'affichage des coefficients et à réaliser celui des valeurs initiales qui, pour les problèmes différentiels, jouent le rôle des constantes d'intégration.

En ce qui concerne les coefficients, il est clair que les éléments opérationnels amovibles ne peuvent être fournis que par valeurs fixes. Il existe, il est vrai, des potentiomètres enrobés et munis de fiches, qui peuvent être montés sur un panneau d'affichage tout comme un élément fixe, mais leur emploi semble assez peu pratique et, en tous cas, n'est pas indispensable. Il est plus commode de disposer des potentiomètres reliés en permanence à la masse, et de les utiliser comme de simples atténuateurs de tensions. Un schéma selon ce principe est représenté sur la figure 6.

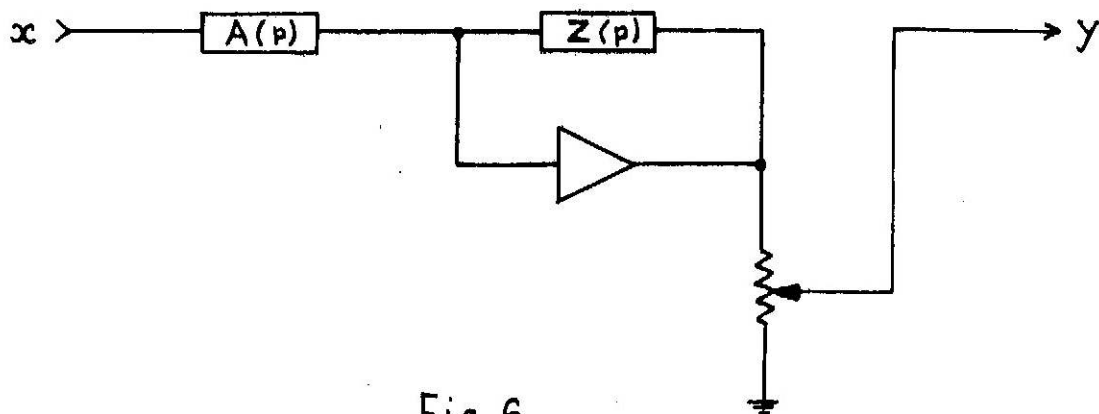


Fig.6

Cette disposition permet d'étalonner très exactement le rapport d'atténuation, avant ou après calcul, par comparaison avec un potentiomètre unique de référence.

Les potentiomètres peuvent servir également à afficher les valeurs initiales. Diverses solutions sont possibles pour cet affichage. L'une d'elles, classique, utilise autant d'alimentations flottantes qu'il y a de constantes d'intégration. Au contraire, le calculateur type A.938 n'utilise qu'une seule alimentation de référence, et les valeurs initiales sont affichées à l'aide des potentiomètres. ✓

Considérons en effet un amplificateur opérationnel monté en intégrateur. Il est représenté sur la figure 7 .

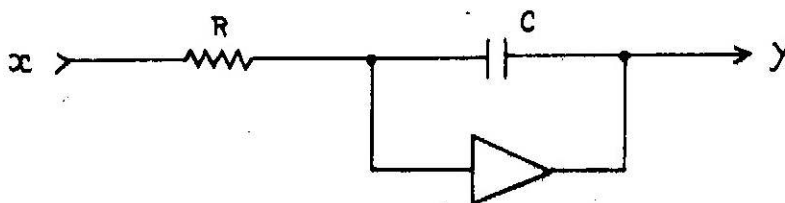


Fig.7

Nous pouvons imaginer que la constante d'intégration est définie par l'état de charge du condensateur au moment du début du calcul.

Plus précisément, comme le gain de l'amplificateur en continu est énorme, on peut dire que la borne d'entrée du condensateur est à un potentiel très voisin de zéro, et convenir que la valeur initiale considérée est la tension initiale sur la borne de sortie. On peut réaliser sans difficulté une commutation qui connectera l'amplificateur selon le schéma de la figure 8.

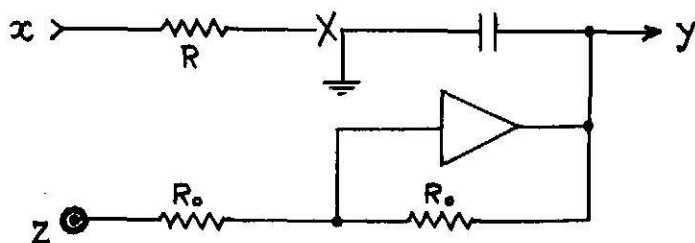


Fig. 8

La tension d'entrée est déconnectée, l'amplificateur monté en changeur de signe, et sa sortie charge l'armature de sortie du condensateur, dont l'armature d'entrée est réunie à la masse. On voit qu'il suffit d'appliquer au point z une tension égale en valeur absolue à la valeur initiale y, souhaitée et de signe contraire pour trouver celle-ci à la sortie. Le passage de la position attente à la position de calcul s'effectuera simplement en passant rapidement de la configuration de la figure 8 à celle de la figure 7. Cette commutation, dans le calculateur type A.938, est effectuée par un jeu de contacts commandé par un poussoir.

Le calculateur type A.938 possède une possibilité supplémentaire, le "maintien". En appuyant sur le poussoir correspondant, on réalise le schéma de la figure 9,

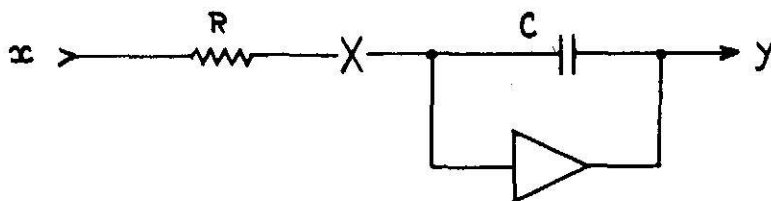


Fig. 9

où la résistance d'entrée est déconnectée. Il est évident que, dans cette position, le calcul est interrompu pendant un temps arbitraire, mais qu'en repassant sur "calcul" (figure 7), il reprend là où il s'était arrêté.

Cette position "maintien" n'est évidemment pas applicable aux amplificateurs montés autrement qu'en intégrateurs, puisque la durée du maintien possible est gouvernée par la constante de temps formée par le condensateur et les résistances d'isolement. Aussi chaque amplificateur comporte-t-il une clé à trois positions, selon qu'il doit être monté en intégrateur, en combinateur linéaire, ou ne pas être utilisé du tout. De même, les douilles auxquelles doivent être réunis les condensateurs sont distinguées de celles auxquelles doivent être connectées les résistances. Une douille de valeur initiale (point z de la figure 8) figure également.

On doit noter que, dès que l'interconnexion d'un amplificateur opérationnel comporte un condensateur, la clé doit être en position "J". Un amplificateur monté en simple combineur linéaire peut avoir sa clé indifféremment sur "+" ou sur "J", mais la position "+" permet seule d'étalonner sa fonction de transfert de façon précise avant le début du calcul. /

-:-:-:-:-

3 - APPLICATIONS DES CALCULATEURS ANALOGIQUES (1)

Il serait fastidieux d'énumérer les domaines d'activité où les calculateurs analogiques peuvent jouer un rôle. On pourrait presque rechercher plutôt ceux où ils seraient totalement inutiles. Il sera donc tenté, dans les lignes qui suivent, de suggérer plutôt que d'énumérer, et les exemples proposés n'ont pour but que d'attirer l'attention sur la diversité des applications possibles du calcul analogique.

Un calculateur analogique peut être employé pour résoudre des problèmes mathématiques ou physiques, dont les résultats sont ensuite étudiés par l'opérateur, et utilisés. C'est la façon d'opérer la plus courante. Mais il peut également être incorporé dans un ensemble plus complexe, où les résultats du calcul sont en quelque sorte utilisés immédiatement, sans passer par le canal de l'interprétation humaine. Nous donnerons des exemples des deux sortes. Notre opinion est que le domaine des calculateurs intégrés dans des ensembles est encore mal exploré et qu'il réserve beaucoup de promesses.

Une première application des calculateurs analogiques, bien connue, réside dans l'étude des régulateurs industriels. Un très bon exemple en est donné par la revue Américaine "Control Engineering", Septembre 1956, pages 141 et suivantes. Le problème, que nous résumons, est à peu près le suivant :

- Une firme est appelée à faire une proposition pour un système d'entraînement à vitesse constante d'une machine. La charge maximum est égale à environ 150 CV. La vitesse doit être maintenue constante à plus ou moins 2 % quand la charge varie de 50 %. La réponse transitoire doit être plus brève qu'une seconde. Un avant-projet suggère l'emploi d'un Amplidyne et un diagramme fonctionnel est établi, conformément à la figure 10. Connaissant la vitesse normale de rotation, l'inertie de la machine, et les principales caractéristiques d'un moteur qui semble convenir au problème, le schéma opérationnel de la figure 11 est ensuite établi, et affiché sur un calculateur analogique. Les inconnues principales sont le gain de boucle de l'ensemble, qui dépend de la résistance R, et la constante de temps de l'ensemble dynamo tachymétrique-excitation de l'amplidyne, qui dépend de C. Un essai sur le calculateur sans condensateur permet de déterminer une valeur suffisante mais encore raisonnable de R, donc du gain de boucle. Des essais successifs de réponse transitoire, pour différentes valeurs de C, permettent de déterminer une valeur acceptable et raisonnable de la constante de temps. Une heure de travail en tout permet donc d'obtenir assez d'éléments pour faire une proposition saine. Ultérieurement, une étude plus détaillée peut être faite, tenant compte des caractéristiques particulières des appareils choisis. L'article cité donne le schéma fonctionnel complet, y compris les effets de saturation. L'ensemble comporte 12 amplificateurs opérationnels et deux ou trois éléments extérieurs simples à raccorder au calculateur.

(1) Il est impossible de distinguer les applications de l'analyseur différentiel type A.938 de celles des machines complètes comportant multiplicateur, générateur de fonctions, etc... En effet les problèmes linéaires à coefficients et seconds membres constants sont souvent des premières approximations intéressantes de problèmes plus complexes.

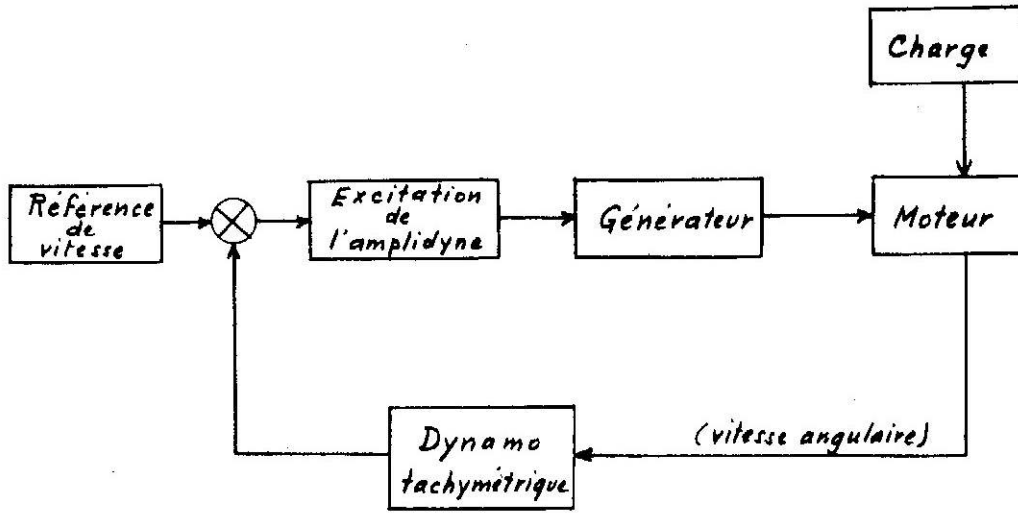


Fig.10

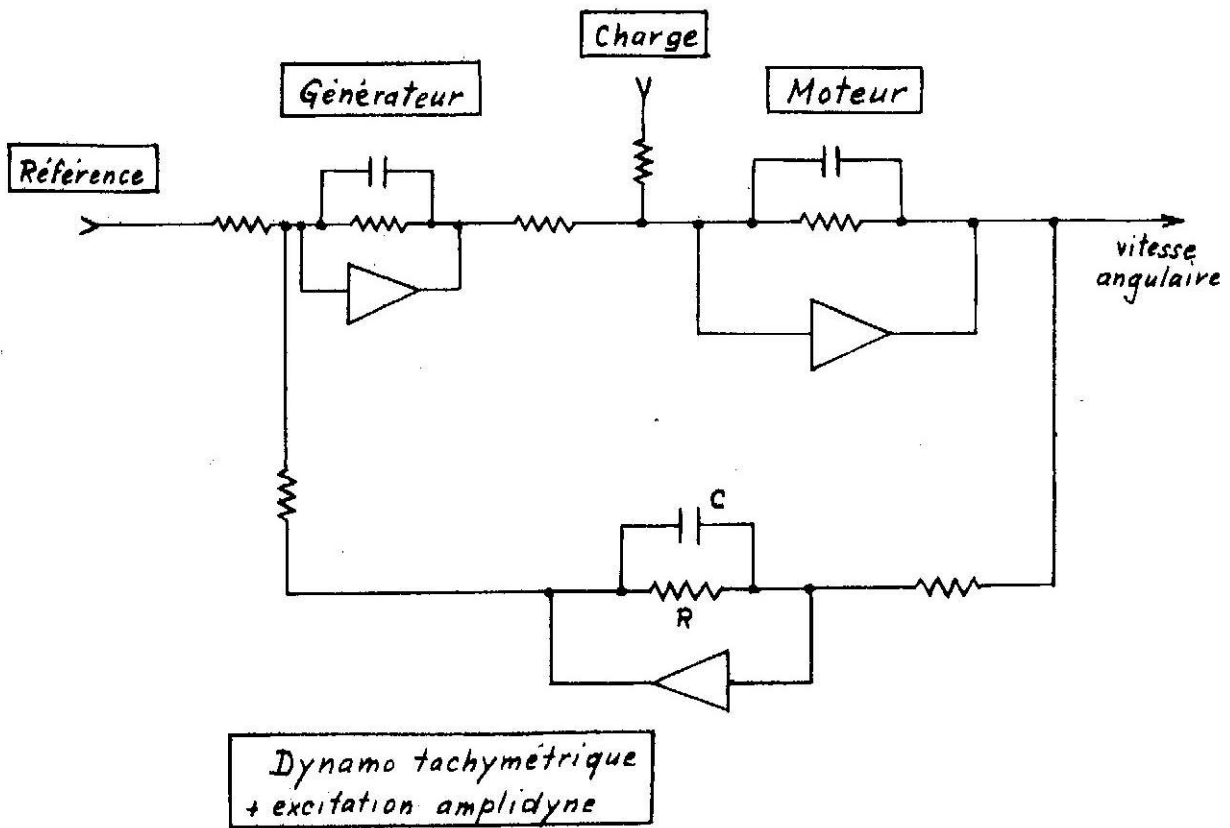


Fig.11

Il suffit de fouiller un peu dans les bibliographies pour trouver les applications les plus inattendues. Un article, paru dans "Computers and Automation" en fin 1954 et début 1955, et intitulé "Les calculateurs analogiques et leurs applications aux transferts de chaleur et de fluide", cite 92 références bibliographiques rien que sur les applications des calculateurs analogiques, dont 33 pour des problèmes d'écoulement de chaleur et 13 pour des problèmes de mécanique des fluides ou d'hydraulique.

On peut citer, au hasard des publications, les domaines suivants :

- Réponse d'un avion à ses gouvernes.
- Oscillations de torsion d'un arbre d'accouplement.
- Pilotage automatique.
- Régimes transitoires dans les réseaux de transport de force, régulation en fréquence et en phase, compte tenu de l'inertie différente des centrales thermiques et hydrauliques.
- Variateurs de vitesse.
- Transfert de chaleur.
- Etude des butoirs de wagons.
- Régulateurs de turbines.
- Simulation des réacteurs nucléaires.
- Transitoires dans les canalisations hydrauliques, coups de bélier.
- Réponse transitoire ou permanente de circuits électriques.
- Etude de la suspension des voitures.
- Prévision des crues des cours d'eau.
- Etude du gel et du dégel dans les sols.
- Enseignement.

A titre d'exemple de cette dernière application, signalons qu'un constructeur Américain fait porter sa publicité sur l'utilisation des calculateurs dans l'enseignement : on voit des photographies représentant un professeur faisant un cours sur la pesanteur, un tableau noir avec les équations du mouvement d'un projectile doué de vitesse initiale, et le calculateur qui montre la parabole trajectoire sur un grand oscilloscope.

Nous voudrions donner maintenant quelques exemples d'utilisation de calculateurs intégrés dans un ensemble, car il s'agit d'un procédé d'avenir.

Le premier exemple concerne une gare de triage, où les wagons sont, selon la coutume, hissés en haut d'une petite colline qu'ils redescendent par leur propre poids à travers un réseau de voies et d'aiguillages. Dans cette gare, la vitesse de descente des wagons est mesurée en des points choisis, et transmise à un calculateur

qui actionne les ralentisseurs disposés le long des voies de façon que chaque wagon arrive à destination avec la force vive juste convenable, de façon à accélérer le tri sans risquer de briser les marchandises chargées.

Une autre application des calculateurs intégrés, classique semble-t-il, concerne l'étude des servomécanismes sur des maquettes d'avion en soufflerie. Le calculateur est alors incorporé à une chaîne de servocommande où il remplace un élément dont on affiche l'équation de transfert. On fait alors varier les paramètres sur le tableau du calculateur, jusqu'à la réponse optimum, et l'on obtient ainsi les caractéristiques particulières chiffrées optimum de l'élément remplacé. Il ne reste plus qu'à réaliser celui-ci, mais ceci ressort d'un autre domaine. On peut également essayer et mettre au point un régulateur réel avec un calculateur simulant un turboréacteur.

Dans l'application précédente, il était évidemment nécessaire que le calculateur simulât un élément réel "en vraie durée", c'est-à-dire que l'unité de temps de l'élément et celle du calculateur soient identiques. Il y a des cas, au contraire, où il est avantageux de choisir la correspondance entre les grandeurs physiques du phénomène étudié et les variables du calculateur de façon que le phénomène soit simulé soit au ralenti, soit au contraire en accéléré. Un très bel exemple de la dernière technique est le suivant :

Un réacteur chimique, ou une colonne de raffinage, ou tout autre dispositif analogue, est défini par des variables d'entrée, pressions, débits, composition chimique, températures, etc... sur lesquelles il est plus ou moins possible d'agir par des commandes, vannes, variateurs, etc... On définit également des variables de sortie, analogues à celles d'entrée, mais mesurées à la sortie du dispositif. Il est donc possible, d'une part de définir un ensemble de relations fonctionnelles F reliant les variables de sortie y_i aux variables d'entrée x_i , d'autre part de réguler une ou plusieurs des variables x_i sous l'influence d'une ou plusieurs des y_i pour maintenir celles-ci à des valeurs optimum. La réponse du dispositif (Réacteur, ...) étant loin d'être instantanée, il s'ensuit un décalage entre les x et les y , donc des irrégularités de fabrication.

Supposons maintenant que la relation fonctionnelle F soit connue, sinon exactement, tout au moins avec une approximation raisonnable. Il est possible de la simuler en accéléré sur un calculateur à l'entrée duquel on applique des tensions proportionnelles au x , et d'obtenir ainsi à l'avance les valeurs des y . Le régulateur est alors commandé par les variables de sortie du calculateur, et les x sont ainsi modifiés sans délai, assurant une homogénéité de fabrication très supérieure. Bien entendu, il est bon de conserver une boucle commandée par les y vrais, le calculateur intervenant alors essentiellement pour les variations rapides, la boucle normale pour les variations lentes. On élimine ainsi l'effet éventuel d'une différence entre la relation F réelle et sa simulée.

Cette technique semble devoir retenir l'attention, entre autres, des fabricants d'équipements pour réacteurs nucléaires.

4 - ETABLISSEMENT DES SCHEMAS OPERATIONNELS

L'établissement des schémas opérationnels comporte deux phases distinctes. Dans la première, on recherche la configuration, au sens topologique, du circuit. Dans la seconde, on établit la correspondance dimensionnelle chiffrée entre les variables réelles et les variables "machine" qui les simulent. Nous avons pensé que ces questions ne pouvaient être traitées simplement et clairement que par des exemples. Bien sûr, la question des coefficients d'échelle peut être traitée dans l'abstrait, d'une façon logique et systématique. Mais il est alors difficile d'éviter une lourdeur d'exposition qui fait bien à tort croire compliquées les choses les plus simples. La recherche de la configuration du circuit sera donc exposée en détail sur l'exemple de la figure 13, la question des coefficients d'échelle sur celui de la figure 19.

4.1. Système d'équations algébriques linéaires.

Le calculateur type A.938 n'est pas spécialement orienté vers les équations algébriques. En effet, ce genre de problème immobilise un grand nombre de potentiomètres, ce qui grève le prix de revient de la machine et ne se justifie que pour les grandes installations de haute précision. Cependant, il est parfaitement possible de résoudre des systèmes du quatrième ordre. Ceci peut avoir un certain intérêt, spécialement si l'on recherche comment varient les racines lorsqu'on fait varier systématiquement certains coefficients.

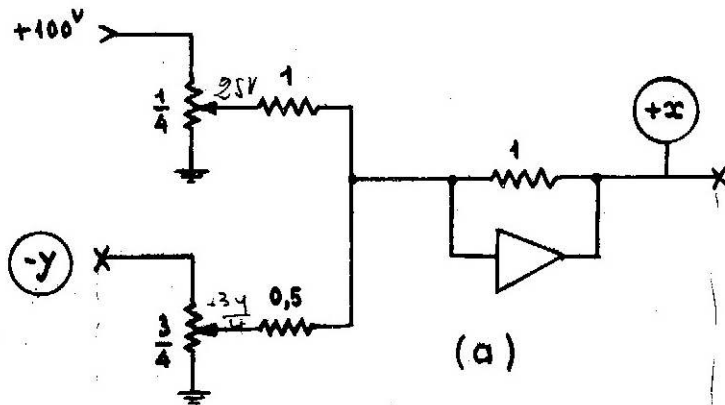
L'établissement du schéma opérationnel est, dans son principe, immédiat. Prenons, pour fixer les idées, un exemple élémentaire : soit à résoudre le système du second ordre :

$$(8) \quad \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ +3x + 4y = 1 \end{cases}$$

On peut l'écrire sous la forme

$$(9) \quad \begin{cases} -x = 2,5 - 1,5y \\ -y = 0,75x - 0,25 \end{cases}$$

Chacune de ces deux équations peut se représenter par l'un des diagrammes de la figure 12. Il suffit de relier entre eux les deux points marqués " x ", de même que les deux points marqués " y " pour que les tensions s'équilibrent aux valeurs qui vérifient simultanément les deux équations. Avec les chiffres marqués sur le schéma, les inconnues sont mesurées en dizaines de volts.



$$-\frac{3}{4} \times \frac{1}{0.5} = -\frac{3}{2} = -1.5$$

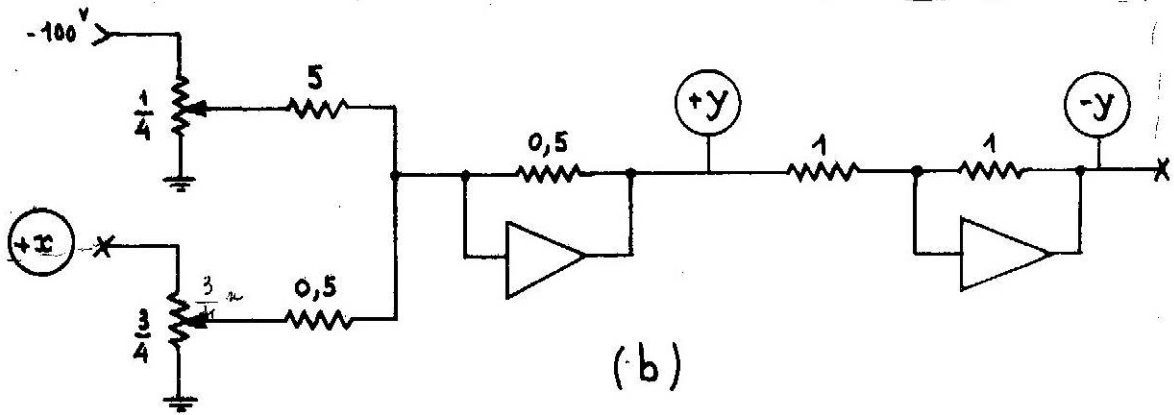


Fig.12

La question délicate que soulèvent de tels schémas opérationnels est celle de leur stabilité. En effet, il s'agit toujours de systèmes bouclés, susceptibles donc d'accrocher. Deux causes d'instabilité doivent être nettement distinguées. D'une part, même avec des amplificateurs parfaits, il est possible que la boucle soit régénérative. Dans l'exemple ci-dessus, on voit que la boucle unique contient un nombre impair de changeurs de signe, et que donc le schéma n'est pas instable par principe. Mais il peut se faire, d'autre part, que les déphasages apportés par les capacités parasites provoquent un accrochage en haute fréquence. Si tel était le cas, on mettrait très simplement le montage à l'abri de telles oscillations en diminuant sa bande passante, par exemple en connectant un condensateur en parallèle sur la résistance de contre-réaction de l'un quelconque des amplificateurs.

Beaucoup de travail a été effectué sur ces problèmes de stabilité des schémas opérationnels. Nous les estimons en dehors du champ de cet ouvrage. Donnons seulement, d'après G. et T. Korn (1), la condition de stabilité de principe d'un système d'équations : c'est que toutes les valeurs propres de la matrice formée avec les coefficients aient une partie réelle positive. S'il n'en était pas ainsi, on remplacerait le système original :

$$(10) \quad a_i^j x_j + b_i = 0 \quad (\text{indices muets})$$

par le système équivalent

$$(11) \quad a_i^j a_j^k x_k + a_i^j b_j = 0$$

dont les valeurs propres sont forcément convenables.

Le problème posé par les oscillations à haute fréquence n'a pas de solution générale, car il fait intervenir non seulement le schéma, mais les caractéristiques des amplificateurs et les capacités parasites des éléments opérationnels et des cordons de liaison. La présence de boucles multiples et les possibilités de stabilité conditionnelle ne sont pas faites pour simplifier la question.

4.2. Equations ou systèmes d'équations différentielles

Un problème différentiel se pose rarement sous la forme d'une seule équation à une inconnue. Il s'agit au contraire, dans le cas général, de systèmes d'équations. La question qui se pose alors à l'utilisateur de la machine à calculer est celle de la forme à donner au système d'équations avant sa traduction en schéma opérationnel. Par exemple, faut-il poser les équations détaillées, contenant sous forme explicite toutes les inconnues physiques du problème, ou doit-on au préalable éliminer certaines d'entre elles pour obtenir un nombre plus petit d'équations ?

(1) "Electronic Analog Computers" , McGraw-Hill, New-York

Disons tout de suite que si l'on procède à une élimination, partielle ou totale, la complexité de chaque équation augmente à mesure que le nombre de celles-ci diminue. Les schémas opérationnels ont donc des chances, pour peu que l'opérateur soit dans tous les cas un peu ingénieux et entraîné, d'être sinon similaires, tout au moins d'un degré de complexité assez voisin. Chaque cas est donc un cas particulier.

Il nous semble que le premier but que l'opérateur doit se fixer est la représentation la plus simple, et si possible par un seul potentiomètre, de chaque grandeur paramétrique. Nous appelons ici grandeur paramétrique un coefficient qui peut prendre plusieurs valeurs entre lesquelles l'utilisateur doit faire un choix dicté par les résultats du calcul. Ainsi, soit le réseau de correction quadripôle d'un amplificateur video tel celui de la figure 13.

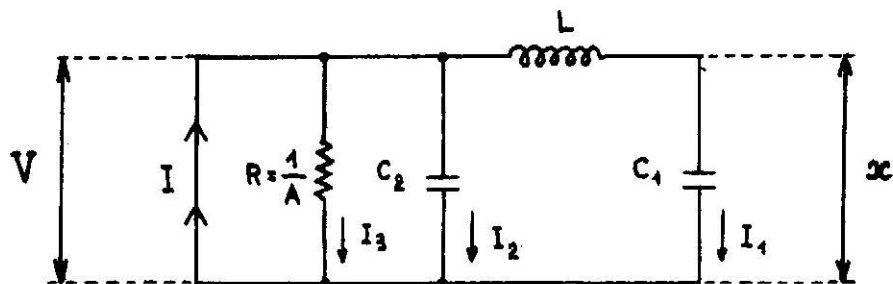


Fig.13

Si le problème posé est la détermination de la valeur de la self pour que la réponse transitoire soit la meilleure, on cherchera à traduire la valeur de la self, grandeur paramétrique, par un unique potentiomètre, de façon à étudier ensuite facilement les réponses du réseau pour différentes valeurs du paramètre.

Le deuxième guide nous semble être l'économie de temps que permet la simulation sans élimination et sa ressemblance plus directe avec le phénomène physique, qui aide incontestablement à l'interprétation des résultats.

Cependant, la simulation directe présente un inconvénient, de même d'ailleurs que l'élimination partielle, que ne présente pas l'élimination complète : nous voulons parler des intégrateurs superflus. Considérons par exemple un réseau électrique. Il peut se représenter par une équation différentielle unique, d'ordre n , dont la solution générale dépend donc de n constantes d'intégration arbitraires. Mais ce même réseau peut contenir un nombre q , supérieur à n , d'éléments réactifs. Une mise en équation sans élimination ou une élimination partielle maladroite peuvent alors mener à un nombre d'intégrateurs compris entre n et q , augmentant indéfiniment l'ordre du système et introduisant des solutions parasites si les coefficients et les valeurs initiales des intégrateurs dépendants ne sont pas adaptés entre eux d'une façon très précise. Ce problème a été notamment traité par J. Otterman, dans "Control Engineering" de Novembre 1957. Selon cet auteur, les variables doivent être choisies de façon que le degré en p de la trace de la matrice des coefficients (produit des termes de la diagonale principale) soit le même que celui du déterminant entier formé par ces coefficients. Cependant, l'auteur ne précise pas si cette

condition s'applique à tous les systèmes d'équations, ou seulement à la résolution des réseaux par élimination partielle au moyen des courants de mailles, auxquels il s'intéresse spécialement. Aussi donnons-nous plus loin l'énoncé d'un théorème cité aussi par Otterman, qui permet de calculer à l'avance, dans le cas d'un réseau électrique, l'ordre de l'équation différentielle telle qu'elle se présenterait après élimination totale, sans avoir besoin de poser une seule équation.

L'article de "Control Engineering" donne une méthode de choix des mailles qui permet d'arriver au résultat cherché avec un minimum de tâtonnements. D'autre part, il montre que l'analyse nodale est sur ce point inférieure à la méthode des courants de maille, car elle ne conduit au nombre correct d'intégrateurs que dans des cas très particuliers.

Exemple 1 : Circuit de correction quadripôle.

Le circuit de la figure 13 peut se mettre en équation d'une façon qui se prête à la simulation directe, c'est-à-dire en utilisant les équations de nœuds et de branches. Ecrites sous une forme qui met en évidence les intégrations, ce sont les équations (12) à (16), qui se traduisent par le schéma opérationnel de la figure 14.

Sur cette figure, on doit sous-entendre les connexions réunissant les points marqués d'une croix et portant la référence de la même grandeur physique. Cette suppression des interconnexions apporte beaucoup de clarté aux schémas, et elle est adoptée par un grand nombre d'auteurs.

$$(12) \quad -I_2 = I_1 + I_3 - I$$

$$(13) \quad I_1 = \frac{V - x}{L_p}$$

$$(14) \quad x = \frac{I_1}{C_1 p}$$

$$(15) \quad V = \frac{I_2}{C_2 p}$$

$$(16) \quad I_3 = \frac{1}{R} V$$

La figure 14a représente l'équation (15). De même on voit la correspondance entre la figure 14b et l'équation (16), entre la figure 14c et l'équation (13), entre la figure 14d et l'équation (14), entre la figure 14e et l'équation (12). Il suffit de relier ensemble les points de même référence pour avoir le schéma complet.

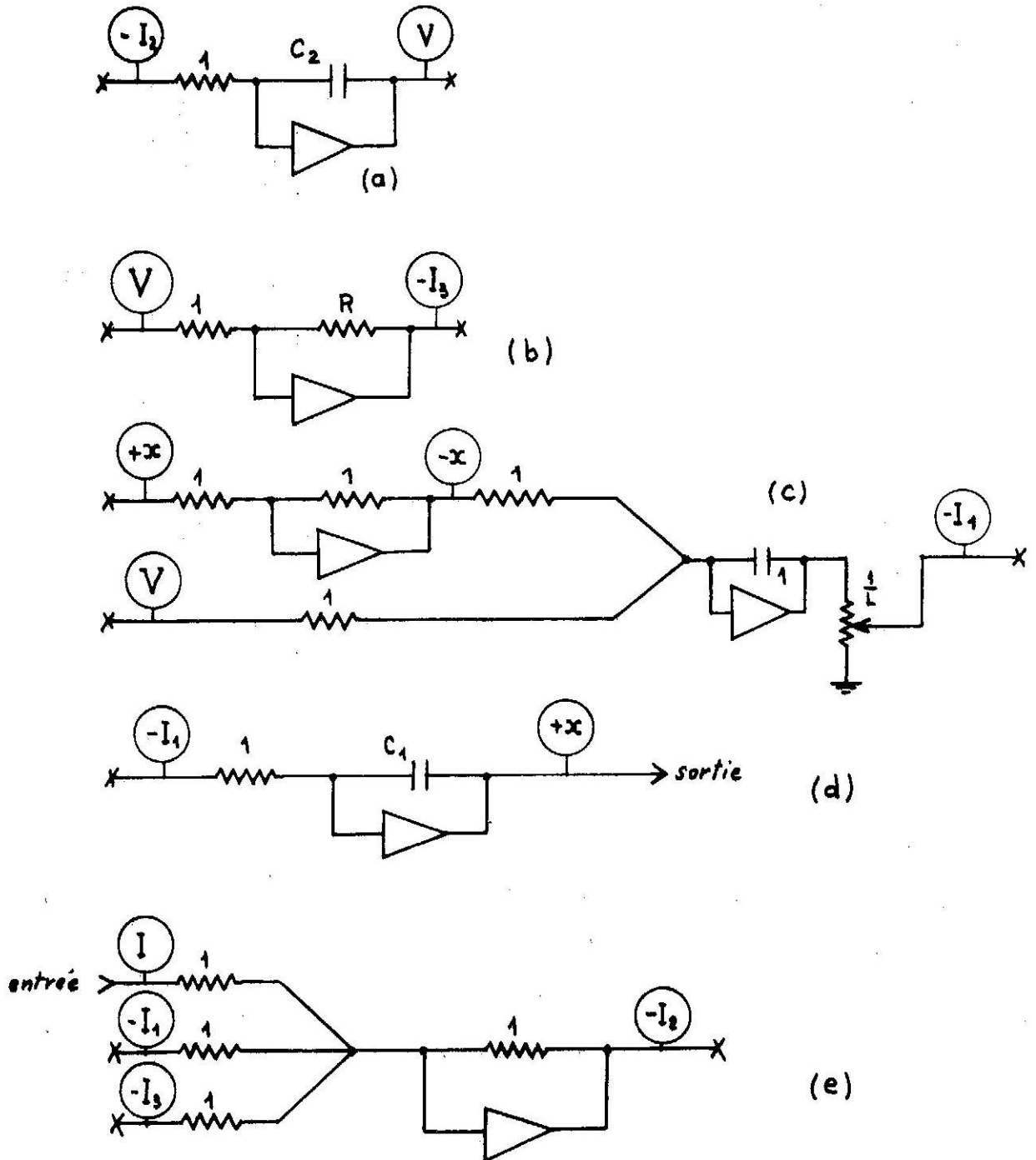


Fig.14

Le circuit de la figure 13 se prête également à une élimination par la méthode des courants de maille. Sur la figure 15, on a représenté les mailles choisies, et on a remplacé, selon le théorème de Thévenin, l'injecteur de courant par un générateur de tension.

Les équations aux mailles sont :

$$(17) \quad -L p I_1 = \frac{(C_1 + C_2) I_1}{C_1 C_2 p} - \frac{I_2}{C_2 p}$$

$$(18) \quad R I_2 = E + \frac{I_1}{C_2 p} - \frac{I_2}{C_2 p}$$

Elles sont complétées par l'équation de définition de l'inconnue :

$$(19) \quad x = \frac{I_1}{C_1 p}$$

La figure 16 montre le schéma opérationnel correspondant.

La figure 16a peut se lire de la façon suivante :

" Si nous connaissons les valeurs des expressions $-\frac{I_2}{C_2 p}$ et $+\frac{I_1}{C_2 p}$

en plus de la donnée E, nous aurions d'après (18) par addition une grandeur égale à $R I_2$. Ces grandeurs intégrées dans un combinateur-intégrateur nous fourniraient $-\frac{I_2}{C_2 p}$, donc aussi, par changement de signe, $+\frac{I_2}{C_2 p}$

La première de ces quantités peut être renvoyée sur l'entrée correspondante, et l'autre utilisée comme donnée du schéma de la figure 16b"

La traduction de l'équation (17) par la figure 16b se lit de façon analogue,

et fournit à son tour une tension égale à $-\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 p} I_1$, que l'on peut renvoyer sur l'entrée de 16b, d'autre part la valeur de $+\frac{I_1}{C_2 p}$, qui peut être ren-

voyée sur l'entrée de 16a. La réalisation de ces diverses connexions donne le schéma complet.

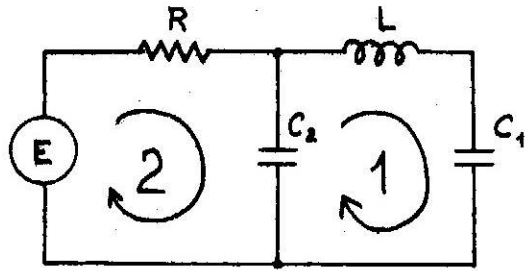
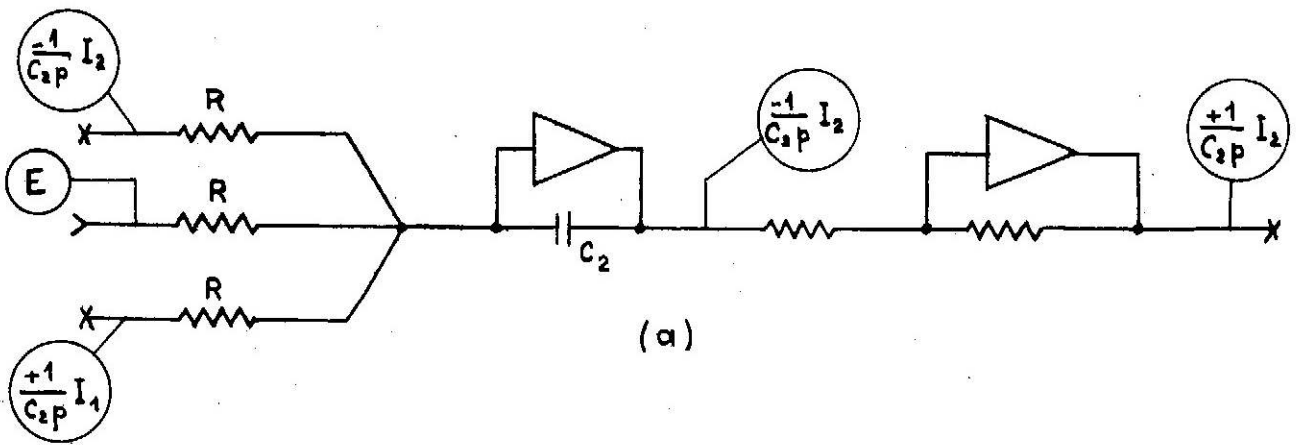
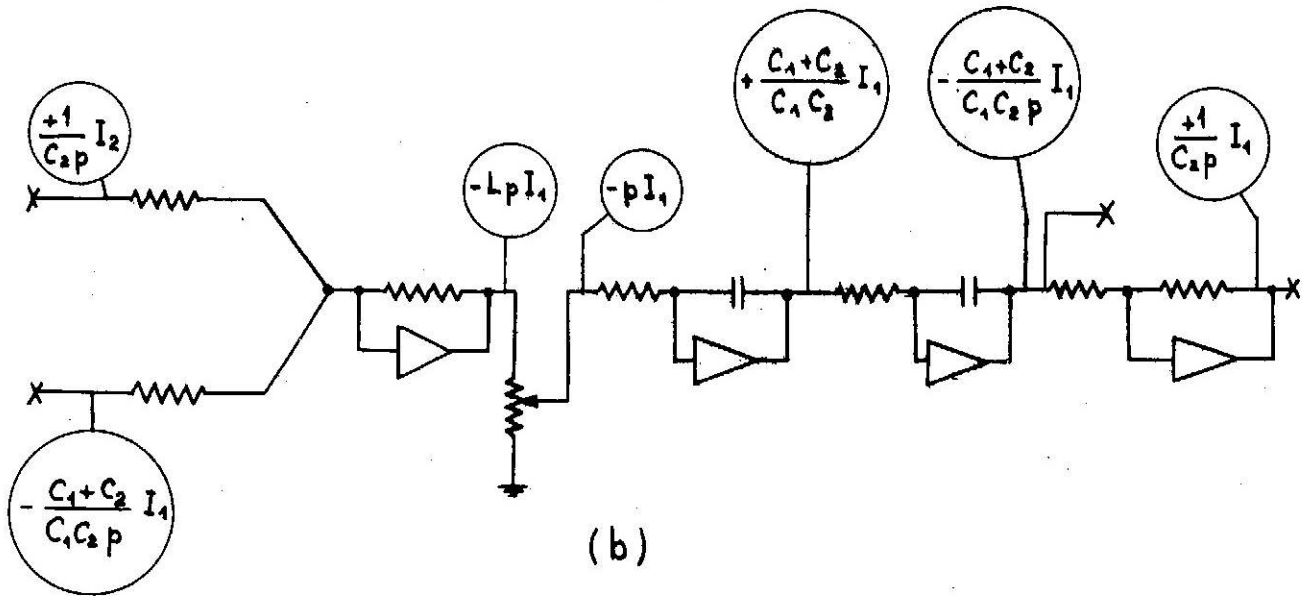


Fig. 15



(a)



(b)

Fig. 16

Le système d'équations gouvernant le circuit étudié peut également être résolu par élimination complète de toutes les inconnues auxiliaires. On arrive ainsi à

$$(20) \quad E = RLC_1C_2 p^3 x + LC_1 p^2 x + R(C_1 + C_2) p x + x$$

dont la traduction opérationnelle est représentée sur la figure 17.

On voit sur cet exemple que l'on peut simuler un même problème de plusieurs façons différentes. Les trois schémas ci-dessus sont différents, mais strictement équivalents. Sur chacun d'eux, on a pu représenter la self L par un simple potentiomètre. Il aurait pu en être autrement.

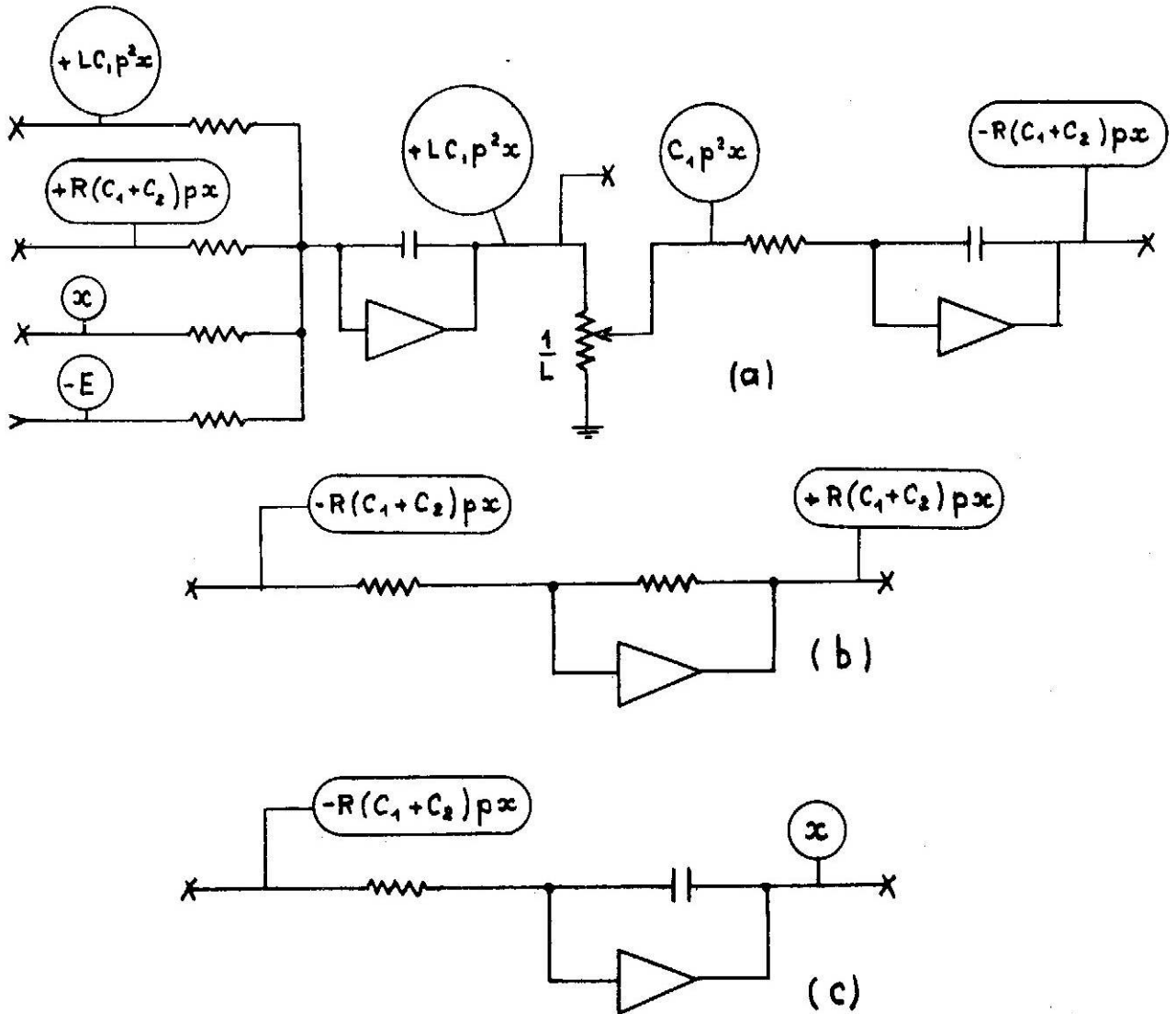


Fig.17

Détermination a priori du nombre d'intégrateurs

J. Otterman, déjà cité, a donné dans P.I.R.E. de Juillet 1957, page 1025, une méthode pour déterminer à l'avance l'ordre de l'équation différentielle à une inconnue gouvernant un réseau donné, c'est-à-dire le nombre d'intégrateurs nécessaire et suffisant à sa simulation. La procédure est la suivante :

Commencer par supprimer les sources de tension, que l'on remplace par des courts-circuits, les injecteurs de courant, que l'on remplace par des coupures, les couplages par mutuelle, que l'on ne remplace pas (mais il faut garder les inductances propres des enroulements), et par remplacer les transformateurs idéaux par des courts-circuits entre entrée et sortie.

Sur le schéma obtenu, faire séparément les opérations suivantes :

- 1°) Compter le nombre d'éléments réactifs, inductances ou capacités. Soit a.
- 2°) Remplacer tous les éléments autres que des selfs par des courts-circuits. Compter le nombre de noeuds (" un noeud est la jonction de deux ou plusieurs éléments, ou la jonction des deux extrémités d'un même élément, ou l'extrémité isolée d'un élément "). Enlever 1 du nombre de noeuds obtenu. Soit b le résultat.
- 3°) Remplacer tous les éléments autres que des condensateurs par des courts-circuits, compter les noeuds, retrancher 1. Soit c.
- 4°) Remplacer tous les éléments autres que des selfs par des coupures. Mesurer le nombre m d'éléments, le nombre n de noeuds, le nombre s de sous-réseaux isolés. Former l'expression $m - n + s$. Soit d.
- 5°) Remplacer tous les éléments autres que des condensateurs par des coupures. Former de même $m - n + s$. Soit e.
- 6°) Le nombre d'intégrateurs nécessaires est égal à $a - (b + c + d + e)$.

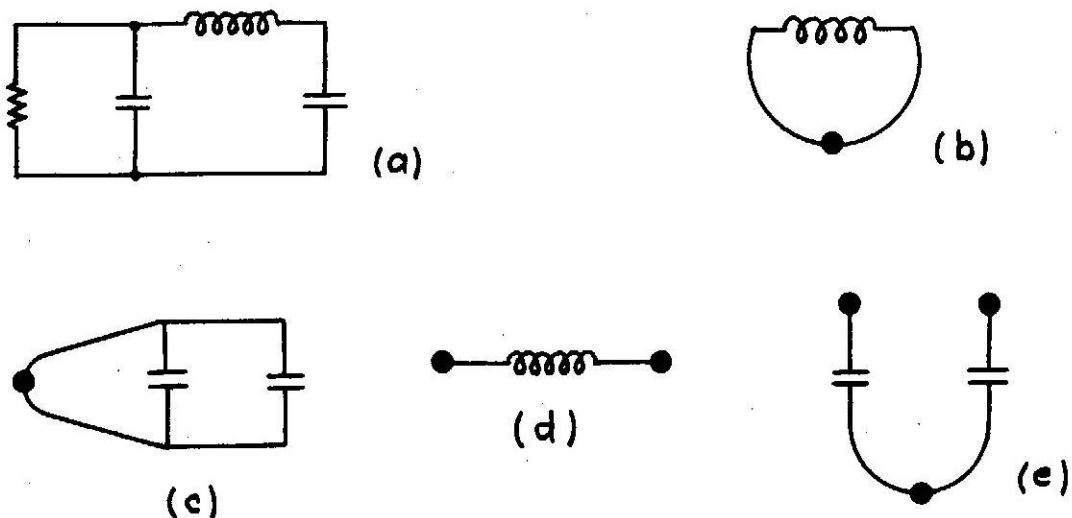


Fig.18

Sur la figure 18, on a représenté les différents stades de cette analyse pour le réseau de l'exemple. En 18a, on voit que le nombre d'éléments réactifs est $a = 3$.

En 18b, on a un seul noeud, donc $b = 0$.

En 18c, également, donc $c = 0$.

En 18d, on a 1 élément, 2 noeuds, 1 sous-réseau. Donc $d = 0$.

En 18e, on a 2 éléments, 3 noeuds, 1 sous-réseau. Donc $e = 0$.

Il vient donc finalement : $a - (b + c + d + e) = 3$.

Bien entendu, si la suppression des couplages par mutuelle menait à un réseau composé de plusieurs sous-réseaux séparés, il conviendrait d'appliquer le procédé précédent à chacun d'eux et d'ajouter les résultats obtenus pour chacun.

Cette méthode est susceptible d'une certaine extension aux problèmes autres que les problèmes de réseaux électriques. En particulier, l'exemple 2 ci-dessous se prête à une analogie électrique complète.

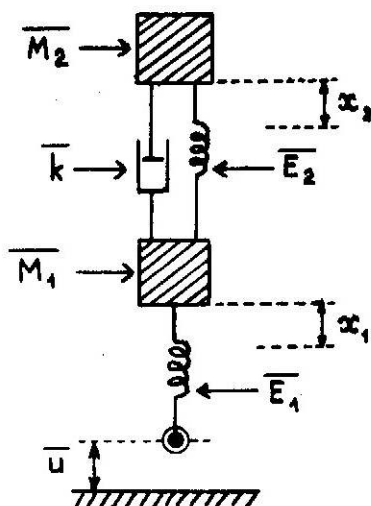


Fig.19

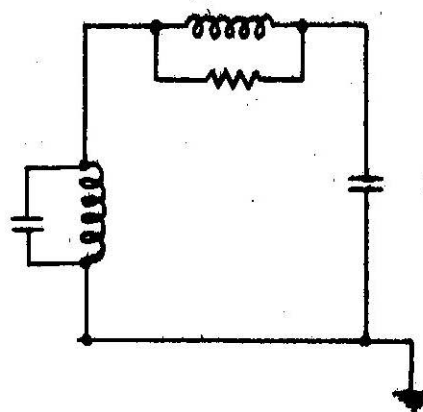


Fig.20

La figure 19 représente le système mécanique en étude et les équations du mouvement peuvent s'écrire de la façon suivante (1), en appelant \bar{v}_1 et \bar{v}_2 les vitesses des deux masses :

$$(21) \quad \left[\bar{M}_1 p + \bar{k} + \frac{\bar{E}_2}{p} + \frac{\bar{E}_1}{p} \right] \bar{v}_1 - \left[\bar{k} + \frac{\bar{E}_2}{p} \right] \bar{v}_2 = 0$$

$$(22) \quad - \left[\bar{k} + \frac{\bar{E}_2}{p} \right] \bar{v}_1 + \left[\bar{M}_2 p + \bar{k} + \frac{\bar{E}_1}{p} \right] \bar{v}_2 = 0$$

(On n'a pas tenu compte de la cote \bar{u} , qui s'introduirait dans le réseau sous la forme d'un générateur)

(1) Pour la définition des différents symboles, voir Page 26.

Ces équations suggèrent, par le signe négatif des termes qui ne figurent pas sur la diagonale principale, les équations en analyse nodale du réseau de la figure 20. Le calcul selon la méthode exposée montre que le système est régi par une équation du 4^o ordre.

Exemple n° 2 : Amortissement d'une roue de voiture

Le système mécanique représenté sur la figure 19 comporte deux masses reliées entre elles par un ressort doublé d'un amortisseur. L'une de ces masses est reliée par un autre ressort à un point qui subit de l'extérieur une contrainte consistant en un déplacement instantané d'amplitude \bar{u} connue suivi d'immobilisation. Aucune autre contrainte n'est appliquée au système dans le sens de l'axe des \bar{x} , et aucun déplacement n'est possible en dehors de cet axe. On sait que certaines roues de voitures sont munies d'un "bateur" amorti assez semblable. Le problème traité est donc celui du déplacement vertical d'une telle roue quand elle rencontre un trottoir. Le ressort non amorti représente l'élasticité du pneumatique, la masse qui lui est réunie est la masse de la roue, le second ressort son amortisseur, et la masse liée, forment le bateur. On suppose, pour simplifier, que le pneumatique n'apporte qu'un amortissement négligeable, que sa raideur est constante, et que l'amortisseur utilisé donne une force proportionnelle à la vitesse. L'étude réelle de la roue de 2 CV Citroën devrait tenir compte des facteurs que nous négligeons ici, et des éléments non linéaires seraient nécessaires.

Sur cet exemple, nous allons traiter le problème des coefficients d'échelle, c'est-à-dire la correspondance entre les unités des grandeurs physiques du problème étudié et les unités du problème effectivement posé sur le calculateur. Les unités "machine" seront des résistances, des capacités, des tensions, etc ... Nous représentons dans toute la suite du calcul les grandeurs réelles par des lettres surlignées, les grandeurs "machine" par les lettres ordinaires correspondantes.

Pour plus de commodité, nous introduirons la variable auxiliaire représentant la distance entre les deux masses, mesurée positivement dans le sens d'un éloignement. D'autre part, l'origine de chaque coordonnée d'espace est prise au point d'équilibre statique, de sorte que toutes les coordonnées d'espace, de même que les vitesses, seront nulles avant l'application du déplacement \bar{u} .

Les équations de la dynamique, appliquées à ce système, peuvent s'écrire :

$$(23) \quad \bar{M}_1 \frac{d^2 \bar{x}_1}{dt^2} = \bar{k} \frac{d\bar{y}}{dt} + \bar{E}_2 \bar{y} - \bar{E}_1 (\bar{x}_1 - \bar{u})$$

$$(24) \quad -\bar{M}_2 \frac{d^2 \bar{x}_2}{dt^2} = \bar{k} \frac{d\bar{y}}{dt} + \bar{E}_2 \bar{y}$$

Dans ces équations, on a appelé les masses \bar{M} , les déplacements \bar{x} , la distance entre les masses $\bar{y} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1$, les raideurs des ressorts \bar{E} , et le coefficient de frottement \bar{k} .

On pourra par exemple avoir les valeurs suivantes :

$$\bar{M}_1 = 12 \text{ Kg.}$$

$$\bar{M}_2 = 5 \text{ Kg.}$$

$\bar{E}_1 = 50.000$ Newtons par mètre, ce qui correspond sensiblement à un enfoncement du pneumatique de 2 cm pour 100 Kg de charge.

Le problème est posé de la façon suivante :

Quelles valeurs donner au frottement et à la raideur du batteur pour que l'amortissement soit le meilleur ?

Nous choisirons comme unités "machine" le volt, la seconde, le mégohm et le microfarad. Faisons les changements d'unité qui fassent correspondre les variables réelles et les variables "machine". En d'autres termes, écrivons la correspondance entre la valeur numérique d'une grandeur réelle donnée à un certain instant réel et la valeur numérique de la grandeur "machine" correspondante à l'instant correspondant.

$$(25) \quad \text{mesure de } \bar{t} = \alpha_t \quad \text{mesure du } t \text{ correspondant}$$

$$(26) \quad \text{" } \bar{x} = \alpha_x \quad \text{" } x \quad \text{"}$$

$$(27) \quad \text{" } \bar{E} = \alpha_E \quad \text{" } E \quad \text{"}$$

$$(28) \quad \text{" } \bar{M} = \alpha_M \quad \text{" } M \quad \text{"}$$

$$(29) \quad \text{" } \bar{k} = \alpha_k \quad \text{" } k \quad \text{"}$$

Portons dans les équations (23) et (24) les valeurs tirées des cinq équations ci-dessus.

Il vient, à la place de (23)

$$(30) \quad \frac{\alpha_M \alpha_x}{\alpha_T^2} M_1 \frac{d_1 x_1}{dt^2} = \frac{\alpha_k \alpha_x}{\alpha_T} k \frac{dy}{dt} + \alpha_E \alpha_x E_2 y - \alpha_E \alpha_x E_1 (x_1 - u)$$

et une relation analogue à la place de (24).

L'équation (30) et la relation non écrite remplaçant (24) doivent être soigneusement considérées du point de vue dimensionnel. En effet, elles représentent un phénomène réel avec des unités machines. Pour obtenir une équation représentant en unités "machine" le phénomène "machine", les grandeurs hybrides, qui participent à la fois du monde réel et du monde "machine", doivent disparaître. Il faut donc les choisir de façon qu'elles s'éliminent, c'est-à-dire telles que :

$$(31-32) \quad \frac{\alpha_M \alpha_x}{\alpha_T^2} = \frac{\alpha_k \alpha_x}{\alpha_T} = \alpha_E \alpha_x$$

Ces conditions étant supposées remplies, l'équation (30) se ramène à

$$(34) \quad M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = k \frac{dy}{dt} + E_2 y - E_1 (x_1 - u)$$

Les relations (31-32) sont nécessaires pour assurer l'homogénéité des formules, tant dans le monde réel que dans le monde "machine", mais elles laissent un certain nombre de coefficients indéterminés. Ceux-ci doivent être choisis de façon que les diverses tensions de sortie des amplificateurs opérationnels aient des valeurs raisonnables, ni trop grandes, ce qui amènerait la saturation des amplificateurs suivants ou le claquage de certains condensateurs de précision au styroflex, ni trop petites, ce qui introduirait une cause d'imprécision, essentiellement représentée par la dérive des amplificateurs au cours du temps et par les petites fluctuations de tension dues aux sautes du secteur. De plus, les coefficients doivent être choisis de façon à permettre l'utilisation d'éléments opérationnels commodes, de valeur autant que possible ronde, et d'ordre de grandeur raisonnable.

Le problème de l'exemple étant un problème de dynamique, il est normal que l'on dispose de trois coefficients indépendants.

Le schéma opérationnel est représenté sur la figure 21.

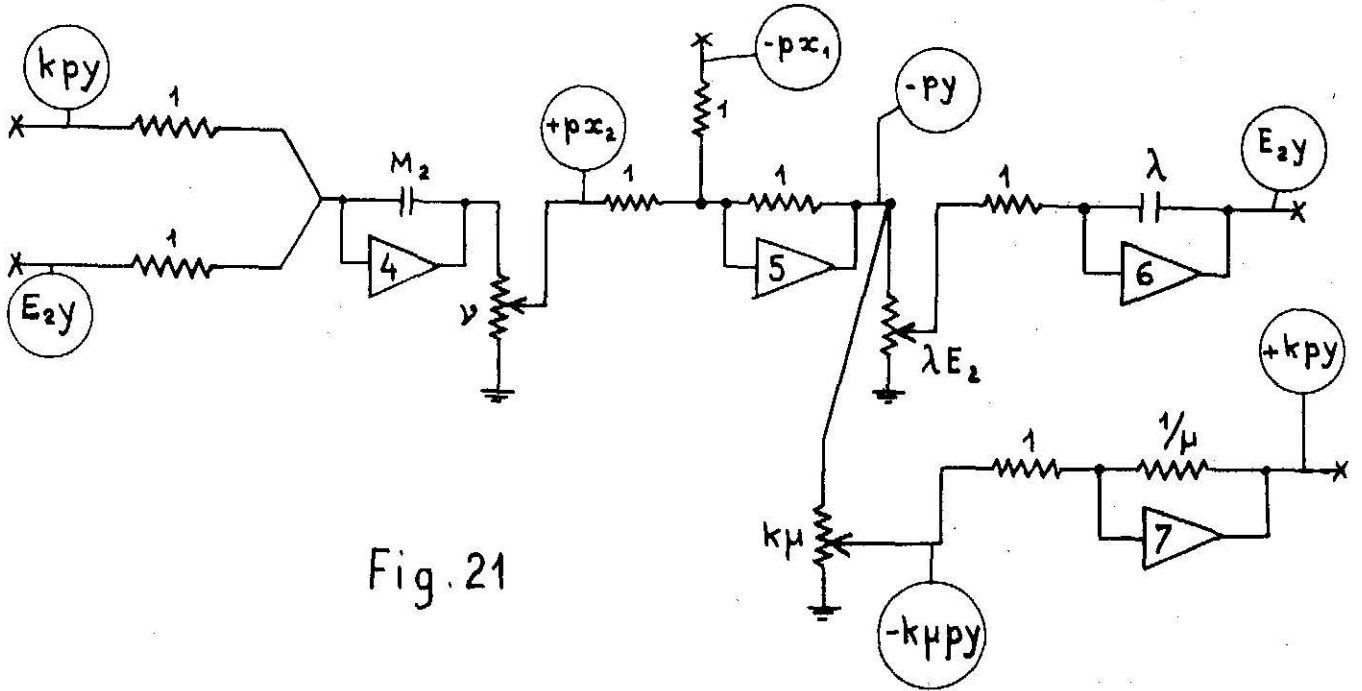
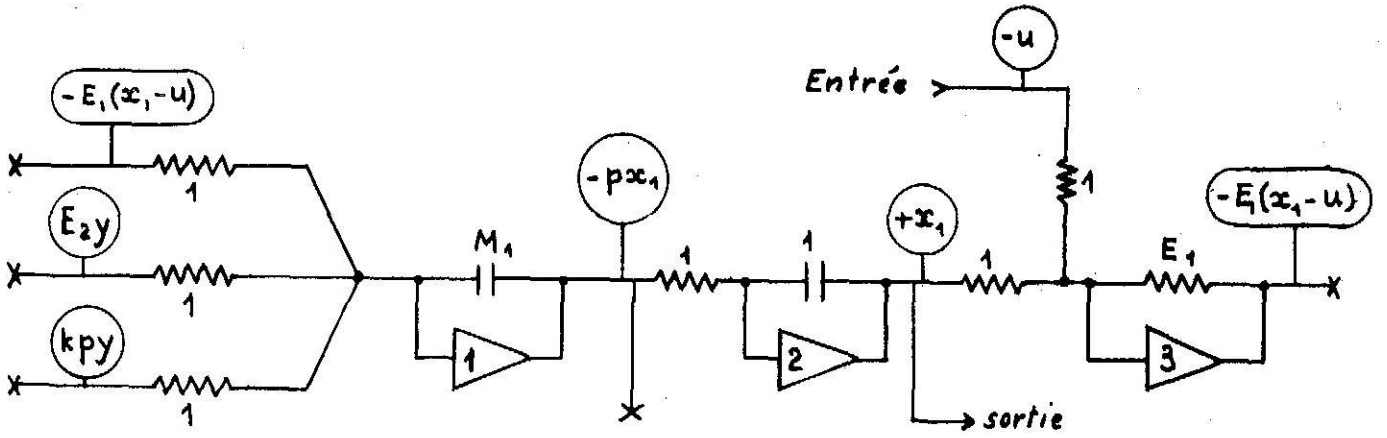
On y voit que les tensions de sortie des amplificateurs représentent des déplacements, des vitesses, et des forces. Les déplacements ont peu de chances d'être supérieurs à environ 5 à 10 fois la valeur de u , et donc leurs analogues sont du même ordre de grandeur par rapport à u . Si nous prenons, comme première tentative, $u = 20$ Volts, on peut supposer que l'amplificateur 3 sera par moment à la limite de la saturation, à un facteur 2 ou 3 près, dans un sens ou dans l'autre. Par conséquent, on peut essayer une valeur de E_1 de l'ordre de 5. Le coefficient d'échelle α_E doit donc être pris égal à 10 000.

Quant au temps, on peut remarquer que le système réel a une unité de temps naturelle, qui est la période de résonance de l'ensemble (M_1, E_1) . Pour une interprétation commode, on pourra prendre par exemple :

$$(35) \quad 2 \pi \sqrt{\frac{M_1}{E_1}} = 2 \text{ à } 3 \text{ secondes}$$

qui conduit par exemple à une valeur de M_1 égale à 1 microfarad. De là, on tire la valeur correspondante de α_T par substitution dans (31-32)

$$(36) \quad \alpha_T = 2 \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ seconde réelle par seconde machine}$$



On remarquera que les conditions (31-32) laissent α_x indéterminé. Les déplacements sont simplement exprimés en fonction de \bar{u} comme leurs analogues en fonction de u .

Trois coefficients λ , μ , ν sont prévus, en plus des diverses grandeurs "machine". Deux d'entre eux, λ et μ , permettent d'utiliser les potentiomètres qui symbolisent les inconnues E_2 et k dans des zones commodes de leur piste.

Le troisième permet d'utiliser un condensateur de valeur ronde dans l'intégrateur qui donne $\frac{dx_2}{dt}$ malgré la valeur non ronde du rapport $\frac{M_2}{M_1}$.

L'essai montre que l'ordre de grandeur optimum des inconnues est :

$$(37) \quad E_2 = 1,1$$

$$(38) \quad k = 0,55$$

On en déduit, en tenant compte des relations (31-32)

$$(39) \quad \bar{E}_2 = 11.000 \quad (\text{Newtons par mètre})$$

$$(40) \quad \bar{k} = 200 \quad (\text{Newtons par mètre par seconde})$$

Avec ces valeurs, les différents amplificateurs fonctionnent tous dans de bonnes conditions.

---:---:---:---:---:---:---:---

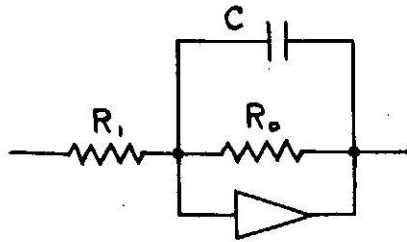
Voir page 32:

" Fonctions de transfert de quelques amplificateurs opérationnels."

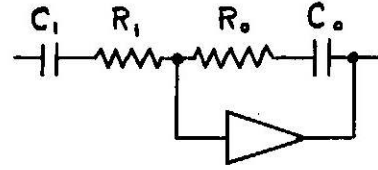
ANNEXE

Fonctions de transfert de quelques amplificateurs opérationnels.

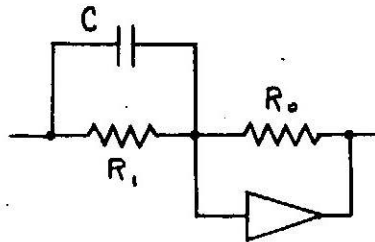
$$-\frac{R_o}{R_i} \frac{1}{R_o C_p + 1}$$



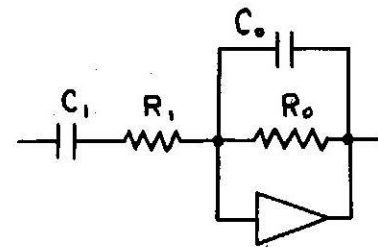
$$-\frac{C_i}{C_o} \frac{R_o C_o p + 1}{R_i C_i p + 1}$$



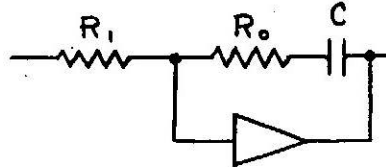
$$-\frac{R_o}{R_i} (R_i C_p + 1)$$



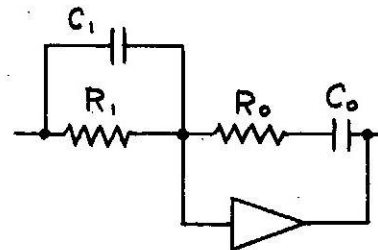
$$-\frac{R_o C_i p}{(R_o C_o p + 1)(R_i C_i p + 1)}$$



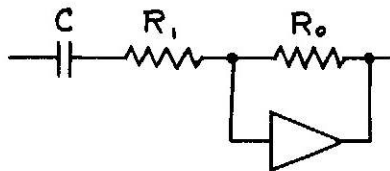
$$-\frac{R_o C_p + 1}{R_i C_p}$$



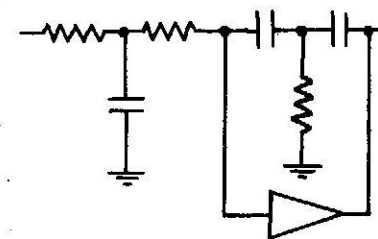
$$\frac{(R_o C_o p + 1)(R_i C_i p + 1)}{R_i C_o p}$$



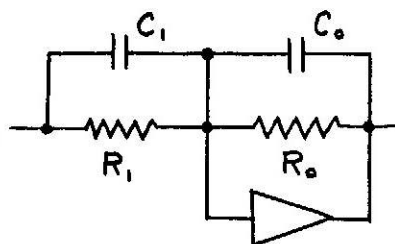
$$-\frac{R_o C_p}{R_i C_p + 1}$$



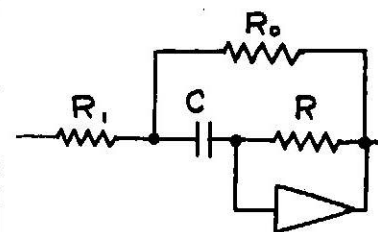
$$-\frac{1}{4(RC)^2 p^2}$$



$$-\frac{R_o}{R_i} \frac{R_i C_i p + 1}{R_o C_o p + 1}$$



$$-\frac{R_o R C p}{(R_o + R) R_i C_p + R_i + R_o}$$



IMPRESSION PHOTOMÉCANIQUE
LES PROCÉDÉS DOREL, PARIS