

aux traités généraux d'électricité [1]. Avec le sens des axes indiqué par la figure 1 et les notations suivantes :

- K. Constante diélectrique du milieu,
 σ . Conductivité,
 μ . Perméabilité magnétique,
 $\vec{\epsilon}$. Champ électrique à l'instant t au point x, y, z .
 \vec{d} . Induction électrique = $K \cdot \vec{\epsilon}$,

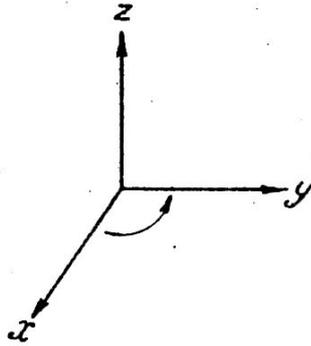


Fig. 1.

- \vec{j} . Densité de courant.
 ρ . Densité de charge.
 \vec{h} . Champ magnétique,
 \vec{b} . Induction magnétique = $\mu \vec{h}$,

on a en unités électromagnétiques C. G. S :

$$(1) \quad \frac{\partial d_x}{\partial x} + \frac{\partial d_y}{\partial y} + \frac{\partial d_z}{\partial z} = 4\pi\rho$$

$$(2) \quad \frac{\partial b_x}{\partial x} + \frac{\partial b_y}{\partial y} + \frac{\partial b_z}{\partial z} = 0$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \epsilon_z}{\partial y} - \frac{\partial \epsilon_y}{\partial z} = - \frac{\partial b_x}{\partial t} \\ \frac{\partial \epsilon_x}{\partial z} - \frac{\partial \epsilon_z}{\partial x} = - \frac{\partial b_y}{\partial t} \\ \frac{\partial \epsilon_y}{\partial x} - \frac{\partial \epsilon_x}{\partial y} = - \frac{\partial b_z}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h_z}{\partial y} - \frac{\partial h_y}{\partial z} = \frac{\partial d_x}{\partial t} + 4\pi j_x \\ \frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} = \frac{\partial d_y}{\partial t} + 4\pi j_y \\ \frac{\partial h_y}{\partial x} - \frac{\partial h_x}{\partial y} = \frac{\partial d_z}{\partial t} + 4\pi j_z \end{array} \right.$$

Ces deux derniers groupes sont les équations de MAXWELL. On peut écrire plus brièvement toutes ces équations sous la forme vectorielle :

$$(5) \quad \begin{aligned} \operatorname{div} \vec{d} &= 4\pi\rho & \operatorname{div} \vec{b} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{\varepsilon} &= -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{h} &= \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} + 4\pi\vec{j} \end{aligned}$$

Dans les cas usuels où μ et K sont constants et où, la conductivité étant bien définie, on peut écrire $\vec{j} = \sigma\varepsilon$, ces équations deviennent

$$(5') \quad \begin{aligned} \operatorname{div} \vec{\varepsilon} &= \frac{4\pi\rho}{K} & \operatorname{div} \vec{h} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{\varepsilon} &= -\mu \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{h} &= K \frac{\partial \vec{\varepsilon}}{\partial t} + 4\pi\sigma\varepsilon \end{aligned}$$

Le second membre de la dernière équation peut s'écrire $4\pi \left(\frac{K}{4\pi} \frac{\partial \vec{\varepsilon}}{\partial t} + \vec{j} \right)$ et la quantité entre parenthèses est le courant total, somme du *courant de conduction* \vec{j} et du *courant de déplacement* $\frac{K}{4\pi} \frac{\partial \vec{\varepsilon}}{\partial t}$

Si l'on doit étudier les phénomènes dans plusieurs milieux séparés par des surfaces bien définies, on relie les équations correspondant à deux milieux adjacents en écrivant que les composantes *tangentes* des champs électrique et magnétique et les composantes *normales* de l'induction magnétique et du courant total sont égales de part et d'autre de la surface de séparation

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{\varepsilon}''_t &= \vec{\varepsilon}'_t & \vec{b}''_n &= \vec{b}'_n \\ \vec{h}''_t &= \vec{h}'_t & \left(\frac{K}{4\pi} \frac{\partial \vec{\varepsilon}''}{\partial t} + \vec{j}'' \right)_n &= \left(\frac{K}{4\pi} \frac{\partial \vec{\varepsilon}'}{\partial t} + \vec{j}' \right)_n \end{aligned} \right.$$

De ces quatre équations, deux seulement sont distinctes, deux d'entre elles pouvant se déduire des autres au moyen des équations 3 et 4. Ce sont les *conditions aux limites* qui servent à déterminer les fonctions arbitraires figurant dans la solution générale des équations aux dérivées partielles.

4. — Principe de superposition de plusieurs états électromagnétiques. — Il est important de remarquer que les équations précédentes sont linéaires quand K , μ et σ sont indépendants du temps. Si donc $\vec{\varepsilon}'$, \vec{h}' et

$\vec{\varepsilon}''$, \vec{h}'' sont deux solutions de ces équations leurs sommes géométriques

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}' + \vec{\varepsilon}'' \quad \vec{h} = \vec{h}' + \vec{h}''$$

sont aussi une solution des mêmes équations. Il en résulte que :

Quand K , μ et σ sont indépendants du temps, plusieurs états électriques pouvant exister séparément sont superposables; c'est-à-dire que si plusieurs causes donnent lieu à plusieurs états différents, l'état résultant de l'application simultanée de toutes ces causes est la superposition des états séparés.

Ce principe est analogue à celui que nous avons établi pour les circuits au numéro 8-I; il est fréquemment utile pour l'interprétation des phénomènes.

5. — Potentiels scalaire et vecteur. — On démontre que le champ produit en un point par un système de conducteurs qui sont le siège de courants et de charges électriques, dérive de deux potentiels : le potentiel scalaire v

$$(7) \quad v(x, y, z, t) = \frac{1}{K} \iiint \frac{\rho \left[x', y', z' \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]}{r} d\tau$$

et le potentiel vecteur \vec{a}

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_x(x, y, z, t) = \iiint \frac{j_x \left[x', y', z' \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]}{r} d\tau \\ a_y \quad \quad \quad = \iiint \frac{j_y}{r} d\tau \\ a_z \quad \quad \quad = \iiint \frac{j_z}{r} d\tau \end{array} \right.$$

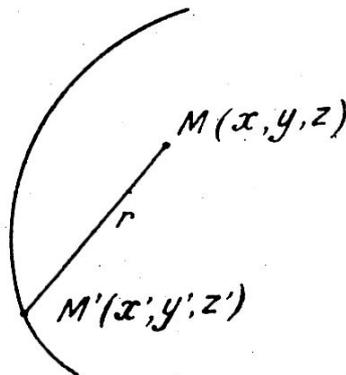


Fig. 2.

Dans ces formules, x, y, z sont les coordonnées du point M où on désire connaître le champ (fig. 2); x', y', z' sont celles d'un point quelconque

des conducteurs où la densité de charge à l'instant t est ρ et la densité de courant \vec{j} ; r est la distance MM' . Les intégrales sont étendues à tout le volume τ occupé par les conducteurs; K est la constante diélectrique et c la vitesse de la lumière. Le trièdre des axes a le sens de la figure 1, les unités sont les *unités électromagnétiques*.

Avec l'aide de ces potentiels, on peut écrire les expressions des champs électrique et magnétique sous la forme :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon_x = -\mu \frac{\partial a_x}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial x} & h_x = \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \\ \varepsilon_y = -\mu \frac{\partial a_y}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial y} & h_y = \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \\ \varepsilon_z = -\mu \frac{\partial a_z}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial z} & h_z = \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \end{array} \right.$$

ou sous forme vectorielle

$$(10) \quad \vec{\varepsilon} = -\mu \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} - \text{grad. } v \quad \vec{h} = \text{rot } \vec{a}$$

On remarquera que les potentiels en un point M à l'instant t ne dépendent pas des valeurs à cet instant de la charge et du courant aux différents points M' , mais des valeurs qu'ils avaient à une époque antérieure de r/c à l'instant t ; c'est pourquoi on les désigne souvent sous le nom de *potentiels retardés*; le temps r/c est précisément celui nécessaire à une perturbation partant de M pour atteindre le point M .

6. — Principe des images. — Voici maintenant un principe qui simplifie encore l'examen de nombreuses questions. Soit un système S_1 situé au-dessus d'un plan P infiniment étendu et parfaitement conducteur; nous allons montrer que *le champ produit par des mouvements électriques dans le système S_1 est identique à celui auquel donnerait lieu l'ensemble obtenu en supprimant le plan conducteur et en le remplaçant par un système S_2 , géométriquement symétrique de S_1 par rapport à P , caractérisé électriquement par les mêmes constantes K , μ et σ , et dans lequel les densités de charge et de courant auraient en deux points symétriques des valeurs égales, mais des signes contraires*¹.

1. Il y a lieu de remarquer que des courants de signes contraires dans les deux systèmes sont de même sens dans l'espace, quand ils sont verticaux; comme dans le cas d'une antenne verticale.

Prenons pour cela le plan P comme plan des xy et considérons d'abord le système S_1 et le plan P; les relations $j_x = \sigma \varepsilon_x$ et $j_y = \varepsilon \sigma_y$ montrent que $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, car σ est nul et \vec{j} est évidemment fini; de la troisième équation 3 on déduit alors $b_z = 0$.

Examinons maintenant le cas des deux systèmes symétriques S_1 et S_2 , le plan P étant supprimé. On voit qu'en tout point du plan des xy le potentiel scalaire est nul; quant au potentiel vecteur, il ne possède dans ce plan que sa composante a_x , a_x et a_y sont nulles. Les équations 9 montrent alors que $\varepsilon_x = \varepsilon_y = h_z = 0$.

Si donc on ne considère que ce qui se passe au-dessus du plan P, les conditions aux limites sont les mêmes dans les deux cas :

$$\varepsilon_i = 0 \quad b_{ii} = 0$$

On en déduit que les solutions des équations seront identiques.

Nous verrons au chapitre xv, n° 3-c que la terre, malgré sa conductivité imparfaite peut être considérée comme suffisamment conductrice pour qu'on applique le principe des images aux antennes, quand la longueur d'onde est supérieure à 300 mètres environ.

7. — Capacité linéique d'une ligne. — Laissons pour le moment de côté les termes contenant \vec{a} et portons notre attention sur les termes en v . Le champ qu'ils définissent est tout à fait analogue au champ électrique défini en statique; il en diffère cependant par deux côtés. D'abord, il varie d'un instant à l'autre, ensuite il ne dépend pas des charges existant dans le système à l'instant t où on le considère, mais des charges qu'avaient ses différents points aux temps antérieurs $\left(t - \frac{r}{c}\right)$.

Supposons un instant qu'on puisse calculer la fonction $v(x, y, z, t)$; dans ce cas, il serait théoriquement possible de définir à l'instant t une capacité ($C_1 ds$) d'un élément de fil ds situé en un point donné. C_1 , capacité de la ligne par unité de longueur, est appelée *capacité linéique*, linéaire ou unitaire.

Il existe un cas fréquent et important où ce calcul est possible et où la valeur trouvée C_1 est indépendante du temps. L'expérience montre en effet que si l'on excite une ligne de deux fils parallèles suffisamment voisins (fig. 3) en deux points correspondants A_1 et A_2 en imposant par exemple entre ces points une différence de potentiel alternative, les états du fil en deux points correspondants quelconques M_1 et M_2 sont tou-

jours représentés par des nombres égaux et de signes contraires; les courants et les charges par exemple seront dans ce cas.

Mais alors, il est commode, pour calculer v , de grouper les points correspondants M_1 et M_2 dont l'effet devient négligeable à une distance égale à un petit nombre de fois l'écartement d des fils. Il suffit donc de faire le calcul pour une courte longueur de ceux-ci.

Si on admet en outre que l'état électrique varie peu sur la courte lon-

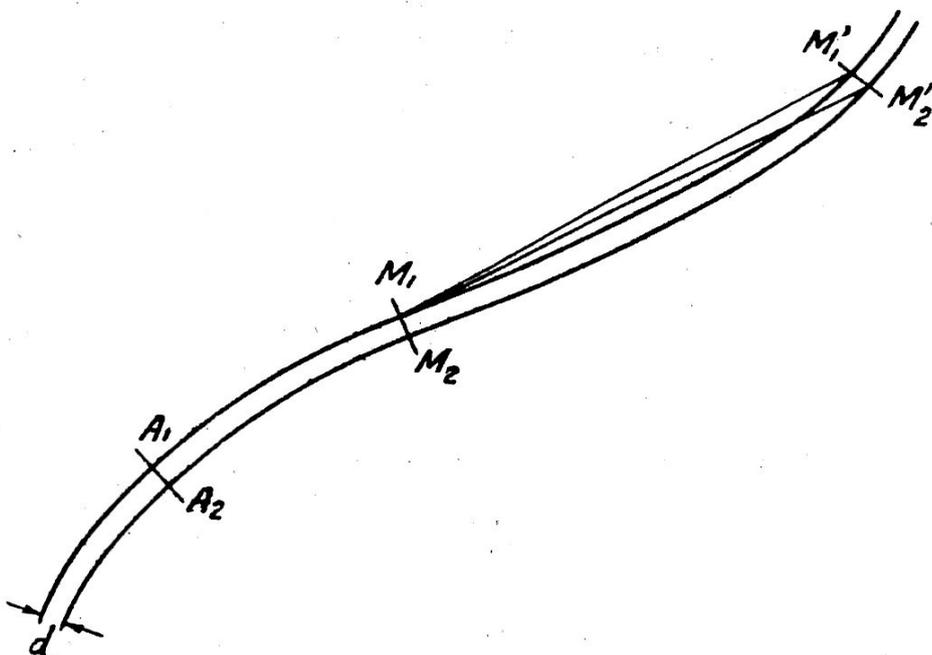


Fig. 3.

gueur de ligne qu'on utilise pour le calcul de v , on pourra y supposer constante la densité de charge et ne pas tenir compte du « retard » du potentiel. La formule 7 donnera alors une valeur du potentiel qui coïncidera très sensiblement avec celle du potentiel statique.

Sous les réserves ci-dessus; il sera donc possible de définir sur une ligne double à faible écartement, une capacité linéique G_1 indépendante du temps et égale à la capacité statique. C'est le cas des lignes téléphoniques aériennes ou sur câbles.

Si la ligne est constituée par un seul fil, on peut développer des considérations du même genre; mais les éléments nécessaires au calcul de v devront être pris sur une étendue beaucoup plus grande, jusqu'à ce que la distance r rende négligeables les termes restants. La distance limite est d'autant plus petite que le diamètre du fil est plus faible, car les charges voisines du point où on calcule v ont évidemment une influence d'autant prépondérante que ce diamètre est petit. La nécessité d'intro-

duire une plus grande longueur de ligne dans le calcul introduit d'ailleurs une autre difficulté que celle des variations de la charge sur cette longueur; il devient plus difficile d'admettre que l'on néglige le retard des potentiels (n° 10).

La considération d'une capacité linéique est donc beaucoup moins légitime dans le cas d'une ligne simple; on l'utilise néanmoins souvent, faute de mieux, et l'expérience montre que les résultats obtenus sont encore acceptables.

Enfin, il y a lieu de remarquer qu'une ligne simple tendue au-dessus de la terre est comparable à une ligne double, l'image de la ligne par rapport au sol représentant le second fil (n° 6).

8. — Self-inductance linéique d'une ligne. — Revenons maintenant aux formules 9 et portons notre attention sur les termes en $\frac{\partial a_r}{\partial t}$, $\frac{\partial a_y}{\partial t}$, $\frac{\partial a_z}{\partial t}$.

On pourra développer au sujet du potentiel vecteur \vec{a} des considérations identiques aux précédentes, de telle sorte que, dans le cas de la ligne double à faible écartement, il suffira pour le calcul de tenir compte d'une faible longueur de ligne, le long de laquelle i pourra être considéré comme constant.

Pour simplifier l'écriture, appelons i le courant qui traverse la section du fil au point M; on pourra remplacer les intégrales de volume par des intégrales de lignes étendues à la longueur utile de la ligne, dont nous appellerons l'élément ds . On aura ¹

$$(4) \quad \varepsilon_x = - \int \frac{1}{r} \frac{di_x}{dt} ds'.$$

Prenons comme axe des x , la tangente au point M où nous cherchons le champ (fig. 4) et soit α l'angle de ox avec l'élément ds' situé en M'; on pourra écrire

$$i_x = i \cos \alpha$$

et puisque i est le même en tous les points d'intégration :

$$\varepsilon_x = - \frac{di}{dt} \int \frac{\cos \alpha}{r} ds'.$$

Les composantes ε_y et ε_z ne nous intéressent pas, car, normales à

1. Nous laissons de côté la perméabilité magnétique μ , en supposant que le milieu diélectrique est l'air.

l'élément ds en M , elles ne produisent aucun effet sur le courant en ce point.

Nous trouvons donc finalement que la force électromotrice élémentaire produite par l'ensemble des courants existant dans la ligne, sur un élément ds de celle-ci, situé en M , est

$$(11) \quad de = \varepsilon ds = - ds \left[\int \frac{\cos \alpha}{r} ds' \right] \frac{di}{dt}$$

i étant le courant en M . Cette formule est d'autant plus exacte que les variations du courant sont lentes et que les dimensions du circuit sont petites.

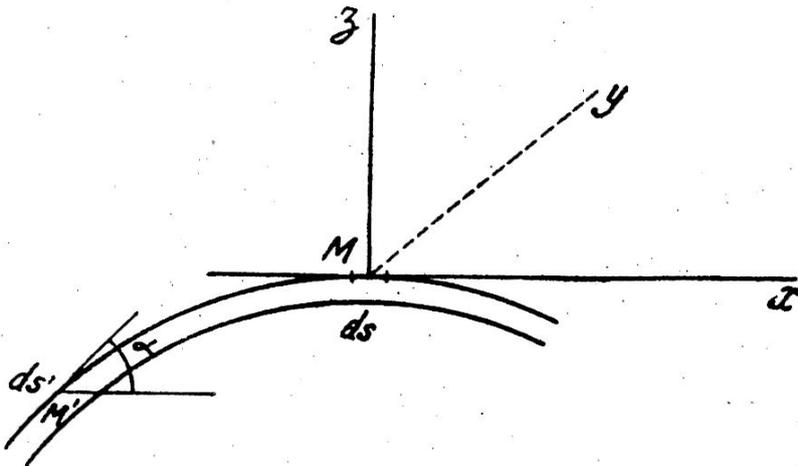


Fig. 4.

Si nous supposons que celui-ci est très petit et que le courant ait la même valeur sur toute la longueur du fil, ce qui exige un circuit fermé, nous trouverons en intégrant cette force électromotrice élémentaire sur toute la longueur du circuit

$$- \left[\int \int \frac{\cos \alpha ds ds'}{r} \right] \frac{di}{dt}$$

On reconnaît que l'intégrale n'est autre chose que le coefficient de self-induction du circuit, exprimé par la formule de NEUMANN.

Dans le cas du circuit ouvert, l'action du circuit entier sur un de ses éléments est une force électromotrice élémentaire affectant une forme de même nature et que l'on peut encore appeler force électromotrice de self-induction. En la présentant par $L_1 ds$, L_1 sera le coefficient de self-induction ou self-inductance linéique du circuit en P .

Tout comme pour la capacité, on utilise encore la notion de self-inductance linéique pour des lignes à un seul fil; les mêmes réserves s'appliquent.

9. — Influence de la fréquence sur les approximations précédentes. — On sait que sous l'influence d'actions périodiques, que nous supposons sinusoïdales, il se forme sur une ligne des ondes progressives ou stationnaires que nous allons d'ailleurs étudier en détail un peu plus loin. Dans ces conditions, la distribution des courants et des charges est représentée avec une approximation très satisfaisante par une sinusoïde, comme sur la figure 5; la distance entre deux zéros de cette courbe est égale à la demi-longueur de l'onde sur le fil, voisine de la demi-longueur d'onde dans l'espace pour des fils aériens. Cette sinusoïde est fixe pour des ondes stationnaires, elle se déplace avec la vitesse de propagation pour des ondes progressives; mais ce déplacement est sans importance

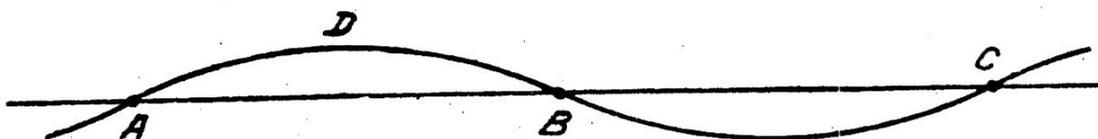


Fig. 5.

pour le point que nous voulons examiner, car toutes les considérations des numéros précédents ont trait à un instant donné.

La distance R à laquelle les intégrales donnant C_1 et L_1 doivent être étendues pour fournir une approximation satisfaisante est, comme nous l'avons fait remarquer, fonction de la distance des fils pour une ligne double, du diamètre du fil pour une ligne simple; elle est donc indépendante de λ_1 . Mais, comme pour justifier les approximations admises, les charges et les courants doivent être sensiblement constants, sur une longueur $2R$, on voit que l'emploi des coefficients L_1 et C_1 est d'autant moins admissible, toutes choses égales d'ailleurs, que la longueur d'onde est faible ou la fréquence élevée.

Sur une ligne simple, dont le fil aurait un diamètre de l'ordre du millimètre, la distance $2R$ devrait avoir une longueur d'une dizaine de mètres au moins et notre approximation n'aurait plus aucun sens pour des ondes de cet ordre de grandeur. Il se produit néanmoins une sorte de compensation dans l'ensemble des phénomènes, car l'expérience montre que, même dans ce cas, l'emploi de grandeurs constantes L_1 et C_1 donne encore des résultats acceptables pour étudier l'allure des phénomènes; mais les valeurs numériques de ces constantes ne peuvent plus guère être déduites que de l'expérience.

10. — Influence du retard des potentiels. — La considération des potentiels retardés correspond à des notions rigoureuses; il est donc

intéressant d'examiner un peu plus à fond les conséquences auxquelles ils conduisent.

Dans les circuits fermés, la force électromotrice de self-induction, s'est présentée comme une action en quadrature avec le courant, susceptible de modifier l'amplitude de ce dernier, mais n'intervenant pas dans la dissipation de l'énergie; la résistance ohmique seule donnait naissance à une telle dissipation. Dans les cas les plus généraux, nous pouvons conserver à la self-induction cette acceptation, mais nous allons voir aisément qu'elle ne constitue en réalité qu'une partie de l'action résultant du potentiel vecteur retardé.

Considérons un circuit quelconque, fermé ou non, mais de grandes

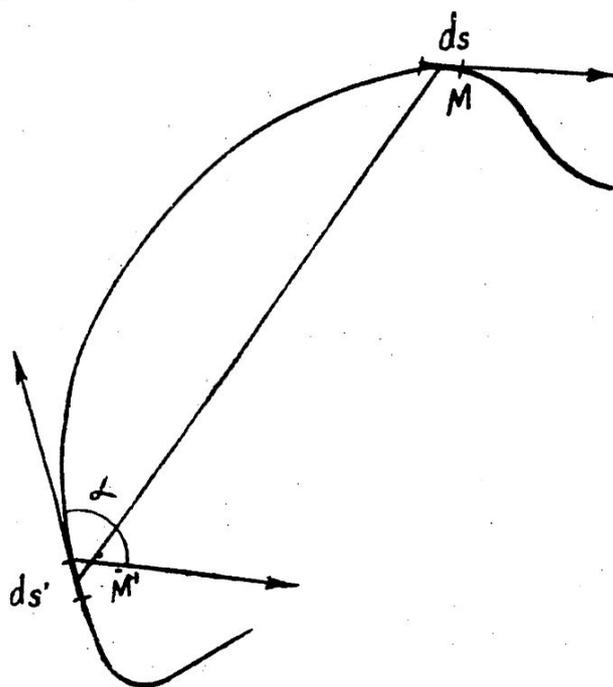


Fig. 6.

dimensions, et portons notre attention sur l'action d'un élément ds quelconque sur un élément ds situé en M (fig. 6).

D'après ce qu'on a vu au n° 8, la force électromotrice élémentaire, provenant du potentiel vecteur, sera :

$$(12) \quad de = \frac{ds ds' \cos \alpha}{r} \frac{di}{dt}$$

où i doit être pris à l'instant $\left(t - \frac{r}{c}\right)$.

Supposons les oscillations sinusoïdales, ce qui nous permettra de faire

intervenir les différences de phase; *de* ne sera en quadrature avec le courant *i* en M que dans le cas exceptionnel où *i'* aurait sur *i* une avance de phase ($\omega r/c$) correspondant au temps de retard r/c .

Donc, en général, la force électromotrice de réaction, dérivée du potentiel vecteur, ne sera pas en quadrature avec le courant sur lequel elle agira.

On pourra la décomposer en deux, l'une en quadrature qui représentera la self-induction élémentaire, l'autre en phase ou en opposition dont nous allons nous occuper dans un instant.

Des considérations du même genre montreraient que, dans le cas général, la variation du potentiel de réaction, provenant du potentiel scalaire, comporte aussi une composante en quadrature avec le courant et une autre en phase ou opposition avec lui. La première joue un rôle analogue à celui de la tension du condensateur d'un circuit fermé; la seconde constitue, comme dans le champ dû au potentiel vecteur, un élément nouveau, inexistant dans les circuits fermés.

Si nous admettons, comme c'est souvent le cas, ou à peu près, que tous les éléments de courant du circuit soient en phase, le décalage de la réaction réelle du point M par rapport aux effets habituels de self-induction et de capacité sera précisément ($\omega r/c$), et si T est la période des oscillations et θ la durée r/c , la différence de phase sera $2\pi \frac{\theta}{T}$.

On en conclut que, dans un circuit donné, on s'écartera d'autant plus des conditions admises dans l'étude des circuits fermés que T sera petit, ou la fréquence grande. Dans l'étude des lignes dont nous avons parlé plus haut, on devra être d'autant plus circonspect dans les simplifications introduites que la fréquence sera grande. Nous avons déjà montré au numéro 9 que la diminution de la longueur d'onde entraînait des restrictions pour le calcul de L_1 et C_1 ; ces restrictions sont renforcées par la considération des phases; le calcul de L_1 et C_1 par les formules statiques devient encore beaucoup moins exact.

11. — Résistance de rayonnement. — Nous venons de constater l'existence d'une réaction du circuit sur lui-même, réaction qui se trouve en phase ou en opposition avec le courant aux points où elle agit. Quel est donc ce nouvel effet dont aucune trace n'existait dans notre étude des circuits fermés?

Tout d'abord, nous pouvons affirmer qu'étendue à l'ensemble du circuit, cette réaction est en opposition avec la cause extérieure qui

entretient le mouvement de l'électricité, tout simplement à cause du principe de conservation de l'énergie. Elle agit donc comme une résistance, et donne lieu à une dissipation d'énergie.

Cette énergie ne se retrouvant sous aucune forme dans le circuit lui-même ne peut être recherchée qu'à l'extérieur, c'est l'énergie rayonnée dont les équations de MAXWELL décèlent l'existence grâce au théorème de POINTING. On peut dans quelques cas simples vérifier que les expressions obtenues par ce théorème et par un calcul dérivé des considérations précédentes donnent des résultats identiques.

Chaque fois que le théorème de POINTING permettra de calculer l'énergie rayonnée W_r par un système en oscillations entretenues dans lequel le courant sera uniforme et égal à $I \sin \omega t$, on pourra déterminer la résistance de rayonnement par la relation

$$W_r = \frac{1}{2} R_r I^2$$

et l'introduire dans les équations de la même façon qu'une résistance ohmique; même si son expression est inconnue, on pourra l'introduire à titre formel dans les équations des circuits.

Il est facile de voir pourquoi cet effet n'apparaissait pas dans les circuits fermés supposés très petits par rapport à la longueur d'onde; la résistance de rayonnement d'un circuit fermé de diamètre D est en effet proportionnelle à $\left(\frac{D}{\lambda}\right)^4$.

12. — Vecteur radiant. — Le théorème de POINTING fournit le vecteur radiant dont nous nous contenterons encore de rappeler l'expression; ce vecteur représente le quotient par $(dS \cdot dt)$ de l'énergie qui traverse une petite surface dS , normale à sa direction, pendant le temps dt ; ses trois composantes sont, en unités électromagnétiques, avec le sens d'axes de la figure 1 :

$$(12) \quad \begin{aligned} r_x &= \frac{1}{4\pi} (\epsilon_y h_z - \epsilon_z h_y) \\ r_y &= \frac{1}{4\pi} (\epsilon_z h_x - \epsilon_x h_z) \\ r_z &= \frac{1}{4\pi} (\epsilon_x h_y - \epsilon_y h_x) \end{aligned}$$

En notation vectorielle, on peut écrire

$$(13) \quad \vec{r} = \frac{1}{4\pi} [\vec{\epsilon} \cdot \vec{h}]$$

\vec{r} est donc le quotient par 4π du produit vectoriel des champs électrique et magnétique au point considéré; la valeur absolue de ce produit est $\varepsilon h \sin(\varepsilon, h)$ et sa direction celle indiquée par la figure 7-a; en se plaçant sur $[\vec{\varepsilon}, \vec{h}]$, les pieds en O, on doit faire tourner $\vec{\varepsilon}$ en sens inverse des aiguilles d'une montre pour l'amener sur \vec{h} .

La direction de \vec{r} est celle dans laquelle se propage l'énergie; on peut adopter comme règle mnémotechnique celle des trois doigts de la main gauche (fig. 7-b).

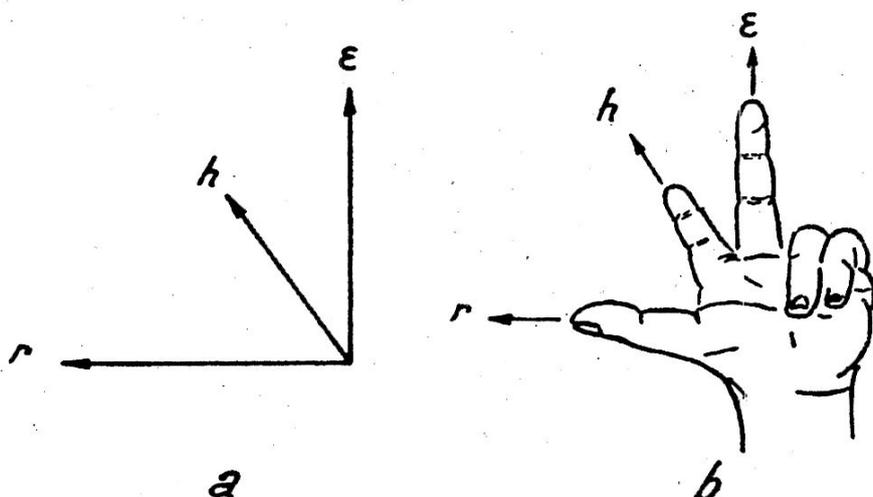


Fig. 7.

Dans une onde plane, se propageant dans un milieu uniforme et indéfini, ε et h sont en phase, perpendiculaires entre eux et situés dans le plan de l'onde; en outre, en unités électromagnétiques, $\varepsilon = c.h$. Si on suppose les champs sinusoïdaux : $\varepsilon = E \sin \omega t$, $h = H \sin \omega t$, on a

$$r = \frac{1}{4\pi c} E^2 \sin^2 \omega t = \frac{c}{4\pi} H^2 \sin^2 \omega t$$

et la puissance rayonnée qui traverse la surface unité, normale à \vec{r} , est

$$W = \frac{E^2}{8\pi c} = \frac{cH^2}{8\pi}$$

13. — Action du champ électrique sur un fil. — En terminant ces généralités, examinons encore la question suivante : Quand un fil se trouve dans un champ électrique, on calcule la force électromotrice induite par ce champ dans un élément ds de fil en faisant le produit de cet élément par la projection du champ sur lui. En courant continu

cette règle résulte directement de la loi d'OHM ; mais au moment de l'appliquer à des circuits quelconques dont nous basons l'étude sur la discussion des équations de MAXWELL, il y a lieu de se demander si cette règle est valable quels que soient la fréquence des oscillations, le diamètre du fil et les dimensions des circuits. Nous allons montrer qu'il en est bien ainsi en la déduisant d'une des lois élémentaires sur lesquelles sont fondées ces équations : *La densité de courant j en un point d'un conducteur est égale au produit du champ en ce point par la conductivité du métal.*

Considérons donc un système en oscillation sous l'effet d'une onde : le champ en un point, à un instant donné, comporte deux composantes, l'une ϵ_o provenant de l'onde, l'autre ϵ_s provenant des réactions du système lui-même (n° 8). On a donc géométriquement :

$$\vec{j} = \sigma \vec{\epsilon} = \sigma (\vec{\epsilon}_o + \vec{\epsilon}_s).$$

Projetons cette relation sur la direction du courant et représentons par (ϵ_o) et (ϵ_s) les projections des deux champs sur cette direction ; nous aurons la relation algébrique :

$$j = \sigma [(\epsilon_o) + (\epsilon_s)].$$

Imaginons maintenant que le conducteur ait la forme d'un fil de section S infiniment petite, dans laquelle la densité du courant est constante ; on peut écrire :

$$\frac{ds}{\sigma \cdot S} (j \cdot S) = [(\epsilon_o) + (\epsilon_s)] ds$$

mais $(j \cdot S)$ n'est autre chose que le courant i dans le fil et $ds/\sigma \cdot S$ est la résistance dR de l'élément considéré ; la relation précédente devient :

$$dR \cdot i = (\epsilon_o) ds + (\epsilon_s) ds$$

et cette relation exprime que la force électromotrice provenant du champ de l'onde, s'exprime précisément par la règle que nous avons en vue de contrôler.

Si le fil n'était pas infiniment mince, on le décomposerait en filets assez fins pour que le champ y soit uniforme.

Cette règle n'attribue aucun effet à la composante du champ normale au conducteur ; il ne faut cependant pas oublier que ce n'est là qu'une approximation généralement très légitime, mais qui dans le cas de très gros fils et d'un champ variant rapidement avec les positions du point de l'espace où on le considère, pourrait se trouver en défaut ; à côté du

courant parallèle au fil, il faudrait tenir compte de courants tourbillonnaires circulant dans sa masse.

14. — **Conclusions.** — Il résulte de cette longue discussion que le seul procédé rigoureux pour étudier le mouvement de l'électricité dans un système consisterait à lui appliquer les équations de MAXWELL; mais les difficultés mathématiques auxquelles on se trouve conduit rendent le plus souvent cette méthode inopérante.

Cependant, l'examen des principes généraux qu'elles synthétisent montre que, *dans le cas de circuits fermés dont les dimensions sont petites relativement à la longueur de l'onde*, les méthodes appliquées dans les chapitres précédents, où n'interviennent que les coefficients de self-induction des bobines et les capacités des condensateurs, donnent généralement des résultats plus que suffisants pour les applications. *Des réserves sont cependant nécessaires* sur lesquelles nous reviendrons au numéro 22-IX.

Dans le cas des circuits ouverts, on peut définir avec une exactitude suffisante des coefficients de self-induction et de capacité par unité de longueur des fils, quand ces circuits sont constitués par des lignes doubles de faible écartement.

La même possibilité s'offre pour des lignes simples quand le rapport de la longueur de l'onde à la dimension des lignes est très grand; cette possibilité devient de plus en plus précaire à mesure que ce rapport diminue; l'expérience montre néanmoins que l'usage des coefficients linéiques conduit encore à des résultats susceptibles de renseigner sur l'allure des phénomènes et même le plus souvent, de fournir une approximation utile.

BIBLIOGRAPHIE

1. BLOCH (L.). *Précis d'Electricité Théorique.* — Gauthier-Villars, Paris.
— Cours lithographié de l'École Supérieure d'Electricité.
2. VIEILLARD (P. M.). *Longueurs d'onde et propagation.* — Gauthier-Villars, Paris.

CHAPITRE IX

Les oscillations sur lignes.

§ I. — ÉQUATIONS GÉNÉRALES.

1. — **But de l'étude des oscillations sur lignes.** — En radioélectricité, les lignes se présentent sous deux formes : les antennes, d'abord, sont de véritables lignes et l'usage aujourd'hui généralisé des ondes courtes conduit à des antennes qui mesurent souvent un grand nombre de longueurs d'onde; ensuite, il arrive de plus en plus fréquemment qu'on établisse les aériens à des distances relativement grandes —

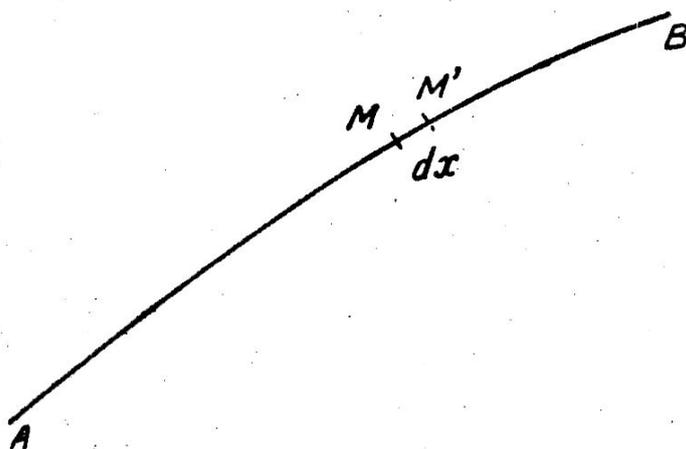


Fig. 1.

parfois plusieurs centaines de mètres — des bâtiments abritant les générateurs, en vue de faciliter le choix des terrains convenant aux uns et aux autres; il est alors nécessaire de transporter le courant par de véritables lignes d'énergie qu'il faut déterminer par le calcul.

Dans ce chapitre, nous allons étudier les propriétés générales des lignes, en nous limitant toutefois aux cas qui intéressent la haute fréquence.

2. — **Équations générales aux oscillations sur lignes.** — Soit une ligne AB, considérons un élément MM' (fig. 1) et désignons par i et v le courant et le potentiel dans cet élément, par L_1 , C_1 , R_1 et e_1 la self-inductance, la capacité, la résistance et la force électromotrice par

unité de longueur. La loi de KIRCHHOFF donne immédiatement entre les points M et M'

$$(L_1 dx) \frac{di}{dt} + [(R_1 dx) i + \frac{\partial v}{\partial x} dx = e_1 dx.$$

D'autre part, la quantité d'électricité qui entre dans l'élément MM' au point M, dans le temps dt est $i \cdot dt$, celle qui sort au point M' est

$$(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx) dt;$$

une quantité $\frac{\partial i}{\partial x} dx \cdot dt$ a donc été perdue par cet élément. Dans le même temps son potentiel a varié de $\frac{\partial v}{\partial t} dt$ et comme sa capacité est $C_1 dx$, on a une deuxième relation

$$- \frac{\partial i}{\partial x} dx = (C_1 dx) \frac{\partial v}{\partial t}$$

d'où l'on déduit, en divisant par dx , les équations fondamentales aux dérivées partielles, dites « *équations des télégraphistes* ».

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{\partial i}{\partial t} + R_1 i + \frac{\partial v}{\partial x} = e_1 \\ \frac{\partial i}{\partial x} + C_1 \frac{\partial v}{\partial t} = 0. \end{array} \right.$$

En éliminant i , puis v entre ces deux équations on trouve :

$$(2) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - L_1 C_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - R_1 C_1 \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial e_1}{\partial x}$$

$$(3) \quad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - L_1 C_1 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - R_1 C_1 \frac{\partial i}{\partial t} = - C_1 \frac{\partial e_1}{\partial t}.$$

3. — Lignes doubles. — Les équations (1), (2) et (3) sont également applicables à une ligne double dans laquelle le courant et la tension ont en deux points correspondants des valeurs égales et de signes contraires; seules les valeurs numériques de L_1 , C_1 , R_1 seraient modifiées. Mais il est nécessaire de s'arrêter un instant sur ce cas pour en préciser les notations habituelles.

Soit donc une ligne double remplissant les conditions précédentes (fig. 2); le courant sera encore celui qui circule dans un des fils, mais au lieu d'introduire le potentiel en un point M de l'un des fils, on repré-

sente par v la différence de potentiel entre deux points correspondants M et N .

En écrivant les équations 1 ci-dessus pour chacun des fils et en les retranchant membre à membre, on trouve que les équations convenant à la ligne double sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} (2L_1) \frac{di}{dt} + (2R_1) i + \frac{\partial v}{\partial x} = e_1 \\ \frac{\partial i}{\partial x} + \left(\frac{C_1}{2}\right) \frac{\partial v}{\partial t} = 0. \end{array} \right.$$

Elles ont exactement la même forme que les équations 1, mais les résistances et self-inductances linéiques y sont doublées, alors que les capacités unitaires y sont divisées par 2. La force électromotrice e_1 est bien

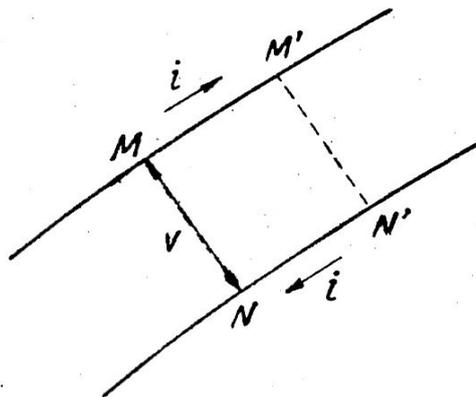


Fig. 2.

entendu la différence entre les deux forces électromotrices induites dans chacun des fils, les sens positifs étant les mêmes sur chacun d'eux.

On peut exprimer les conditions convenant à une ligne double en disant que sa résistance et sa self-inductance linéiques sont doubles de celles de l'un de ses fils et que sa capacité est moitié; mais il faut bien remarquer que le calcul de la capacité et de la self-inductance de l'un des fils doit être fait en tenant compte de la présence de l'autre. *En utilisant les formules d'un recueil on devra examiner avec attention les conditions pour lesquelles elles sont établies.*

Dans tout ce qui suit, nous ne traiterons que des oscillations entretenues et nous supposerons, sauf avis contraire, que la force électromotrice appliquée e_1 est nulle en tous points de la ligne; l'énergie sera fournie à l'origine de celle-ci en imposant par exemple à ce point un potentiel alternatif au moyen d'un alternateur.

4. — **Équations aux oscillations entretenues.** — Pour obtenir les équations convenant au régime entretenu, il nous suffit de remplacer i et v par $\mathcal{I}e^{j\omega t}$ et $\mathcal{V}e^{j\omega t}$; l'équation 2 privée de son second membre devient

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial x^2} + L_1 C_1 \omega^2 \left(1 - j \frac{R_1}{L_1 \omega} \right) \mathcal{V} = 0$$

$\frac{R_1}{L_1 \omega}$ est petit, même souvent très petit; dans les cas les plus défavorables que nous aurons à étudier pour la propagation des ondes courtes sur un fil simple, ce rapport sera de l'ordre de 1/10 et au degré d'approximation qui suffit à ces questions, nous pourrons écrire ¹ :

$$\sqrt{1 - j \frac{R_1}{L_1 \omega}} \doteq 1 - j \frac{R_1}{2L_1 \omega}$$

En posant

$$(5) \quad \gamma = \sqrt{-L_1 C_1 \omega^2 \left(1 - j \frac{R_1}{L_1 \omega} \right)} \doteq j\omega \sqrt{L_1 C_1} \left(1 - j \frac{R_1}{2L_1 \omega} \right)$$

on trouvera

$$(6) \quad \mathcal{V} = \underset{+}{P} e^{\gamma x} + \underset{-}{P} e^{-\gamma x}$$

Posons encore

$$(7) \quad \gamma = \beta + j\alpha_1 \quad \beta = \sqrt{\frac{C_1 R_1}{L_1}} \quad \alpha_1 = \omega \sqrt{L_1 C_1}$$

l'expression de v sera

$$(8) \quad | v = \mathcal{V}e^{j\omega t} = \underset{+}{P} e^{\beta x} e^{j(\omega t + \alpha_1 x)} + \underset{-}{P} e^{-\beta x} e^{j(\omega t - \alpha_1 x)}$$

et de la deuxième des relations 1 on déduira

$$(9) \quad i = \mathcal{I}e^{j\omega t} = - \frac{jC_1 \omega}{\gamma} \left[\underset{+}{P} e^{\beta x} e^{j(\omega t + \alpha_1 x)} - \underset{-}{P} e^{-\beta x} e^{j(\omega t - \alpha_1 x)} \right]$$

la constante d'intégration étant nulle, car i doit satisfaire à la première des équations 1 où nous admettons que e_1 est nul.

¹ Il n'est pas sans intérêt de noter que cette approximation est d'un ordre élevé, même si le terme complexe est relativement grand; on a en effet

$$\sqrt{1 - ja} = 1 + \frac{a^2}{8} - \dots - j \frac{a}{2} \left(1 - \frac{a^2}{8} - \dots \right)$$

et si $a = 1/5$, l'erreur relative commise sur chacun des deux termes est inférieure à $\frac{1}{200}$.

Pour simplifier l'écriture, nous écrirons tout de suite

$$jC_1\omega = \mathfrak{Z}_c$$

la quantité \mathfrak{Z}_c ayant un sens physique important, que nous indiquerons au numéro 8. L'expression de i devient alors

$$(9) \quad i = -\frac{1}{\mathfrak{Z}_c} \left[P e^{\alpha x} e^{j\omega t + \alpha_1 x} - P e^{-\alpha x} e^{j\omega t - \alpha_1 x} \right].$$

Ces formules montrent qu'il existe en général, simultanément, deux ondes se propageant en sens inverses avec une vitesse

$$c_1 = \frac{\omega}{\alpha_1} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

ces ondes s'atténuent dans leur progression selon la loi exponentielle.

5. — Vitesse de propagation. — Longueur d'onde sur lignes. —

Les considérations développées au chapitre précédent, conduisent à calculer L_1 et C_1 comme en courant continu ou en électricité statique; nous allons voir que dans ces conditions le quotient $\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ est égal à la vitesse de la lumière c pour des lignes rectilignes placées dans l'air. En effet, en se reportant aux numéros 7 et 8-VIII, on voit que le potentiel v et la self-inductance linéique en un point d'une ligne rectiligne, sont donnés par les formules

$$v = \frac{\rho}{K} \int \frac{ds'}{r} \quad L_1 = \int \frac{ds'}{r}$$

quand ρ et j sont constants le long de la ligne.

C_1 étant relié au potentiel par la relation

$$\rho = C_1 v,$$

il vient

$$C_1 = \frac{K}{L_1}$$

et comme, dans l'air, $K = 1/c^2$, on a bien

$$L_1 C_1 = \frac{1}{c^2}$$

Il en résulte que sur des lignes rectilignes, ou pratiquement, à faible courbure, la vitesse de propagation doit être celle de la lumière dans le vide. On sait que le calcul ainsi mené est sujet à caution, mais la théorie de Maxwell aboutit sensiblement aux mêmes résultats dans les cas qu'elle peut aborder; l'expérience confirme ces résultats.

En radioélectricité, on se trouve en présence de cas beaucoup plus complexes; quand il s'agit d'antennes, les fils offrent des dispositions très variées. ceux-ci sont souvent pliés à angle droit ou aigu, plusieurs fils sont montés en parallèle, enfin, la présence de la terre, des pylônes et de toutes les irrégularités du voisinage vient compliquer encore la question. Quand on peut, dans ces cas, calculer L_1 et C_1 avec quelque certitude, l'expérience paraît justifier approximativement les valeurs de c_1

déduites de la formule $c_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$. Mais alors les vitesses obtenues sont notablement inférieures à celle de la lumière. Sur les lignes en zigzag qui constituent certain type d'antennes dirigées, $c_1 = 0,95c$ environ; sur les antennes BEVERAGE, constituées par un simple fil établi sur une longueur de plusieurs kilomètres, et à faible hauteur au-dessus d'un sol assez résistant, c_1 est généralement voisin de $0,90c$ et peut tomber à $0,80c$.

La longueur de l'onde sur le fil est naturellement dans le rapport c_1/c avec sa longueur dans l'espace; nous désignerons par λ_1 la longueur d'onde sur le fil et par λ la longueur d'onde dans l'espace et on aura

$$\frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{c_1}{c}$$

6. — **Expressions diverses de α_1 et β .** — Si T est la période des oscillations, $\alpha_1 = \frac{\omega}{c_1}$ peut s'écrire $\alpha_1 = \frac{2\pi}{c_1 T}$ et comme $c_1 T = \lambda_1$ on a :

$$(10) \quad \alpha_1 = \omega \sqrt{L_1 C_1} = \frac{2\pi}{\lambda_1}$$

α_1 joue par rapport à x , dans les calculs, un rôle identique à ω par rapport à t .

Les expressions de β se déduisent des formules 7 et 10; nous verrons au n° 8 qu'on peut encore écrire β en fonction de la résistance caractéristique R_c de la ligne. On a donc

$$(11) \quad \beta = \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \frac{R_1}{2} = \alpha_1 \frac{R_1}{2L_1 \omega} = \frac{R_1}{2R_c}$$

§ II. — ÉTUDE DES LIGNES.

7. — **Ondes progressives.** — Considérons une ligne illimitée vers la droite et à l'origine de laquelle on impose un potentiel $v_0 = V_0 \cos \omega t$

(fig. 3); on obtiendra par exemple ce résultat en installant un alternateur entre le point O et la terre qui, en raison de sa capacité considérable, conserve un potentiel constant. Posons en notation complexe

$$v_o = V_o e^{j\omega t}.$$

Le coefficient P de la formule 8 doit être nul, sans quoi le potentiel croîtrait indéfiniment avec x ; on aura donc

$$(12) \quad v = V_o e^{-\beta x} e^{j(\omega t - \alpha_1 x)}$$

ou en termes réels

$$v = V_o e^{-\beta x} \cos(\omega t - \alpha_1 x).$$

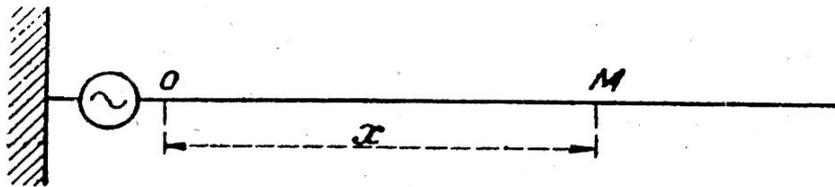


Fig. 3.

De même la formule 9 donne

$$(13) \quad i = \frac{V_o}{Z_c} e^{-\beta x} e^{j(\omega t - \alpha_1 x)}$$

ou en termes réels

$$i = \frac{V_o}{|Z_c|} e^{-\beta x} \cos(\omega t - \alpha_1 x - \varphi) \quad \text{avec } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\beta}{\alpha_1}.$$

Une telle onde est dite progressive, on peut se la représenter en imaginant une sinusoïde qui se déplacerait vers la droite avec la vitesse de propagation, son amplitude décroissant constamment.

8. — Impédance caractéristique d'une ligne. — Considérons maintenant une ligne double, illimitée comme la précédente; nous la prenons double car c'est à de telles lignes que s'applique généralement la notion que nous allons définir, mais on raisonnerait de même sur une ligne simple. Cette ligne sera encore le siège d'une onde progressive correspondant aux formules 12 et 13 et l'on voit immédiatement que le quotient

$$\frac{v}{i} = Z_c$$

est indépendant de x ; il reste le même quel que soit le couple de points

M et M' que l'on considère. Or ce quotient n'est autre chose que l'impédance qui chargerait un alternateur installé entre les points M et M' de la ligne, la portion de cette dernière située à gauche étant supprimée; cette impédance qui caractérise complètement la ligne, quant à l'alimentation à lui fournir, est son *impédance caractéristique*.

L'expression de \mathfrak{Z}_c est (n° 4).

$$\mathfrak{Z}_c = \frac{\beta + j\gamma_1}{jC_1\omega}$$

En y remplaçant β et α_1 par leurs valeurs (n° 6) on trouve

$$(14) \quad \mathfrak{Z}_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \left(1 - j \frac{R_1}{2L_1\omega} \right)$$

Nous avons vu que $R_1/2L_1\omega$ est généralement très petit, aussi peut-on

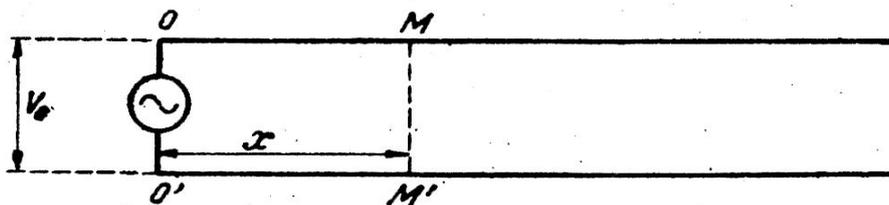


Fig. 4.

le plus souvent négliger le terme imaginaire et l'impédance caractéristique se réduit à une résistance pure : la *résistance caractéristique*

$$(15) \quad R_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$$

Chaque fois que l'on devra alimenter une ligne illimitée, ou plus exactement établie de façon qu'il n'y puisse exister qu'une onde progressive, il suffira donc de connaître son impédance, ou même, bien souvent, sa résistance caractéristique.

Dans ce dernier cas, $\frac{v}{i}$ est un nombre réel, v et i sont en phase; donc *en tous points d'une ligne parcourue par une onde progressive non amortie, le courant et la tension sont en phase*

On pourrait s'étonner à première vue de ce qu'une ligne dont la résistance R_1 est nulle puisse être équivalente à une résistance pure et par conséquent dépenser de l'énergie; mais il y a lieu de remarquer que la notion de résistance caractéristique s'applique à une ligne illimitée, sur laquelle les ondes se propagent jusqu'à l'infini; la puissance fournie pour les alimenter est alors effectivement perdue.

9. — **Réalisation d'une portion de ligne illimitée.** — La notion de l'impédance caractéristique nous donne le moyen de réaliser une portion de ligne illimitée aussi courte que nous le voudrions; il suffit de la fermer au point correspondant à la longueur choisie par une impédance égale à son impédance caractéristique (fig. 5). En ce point, il ne se produira évidemment aucune réflexion puisque les effets que devront

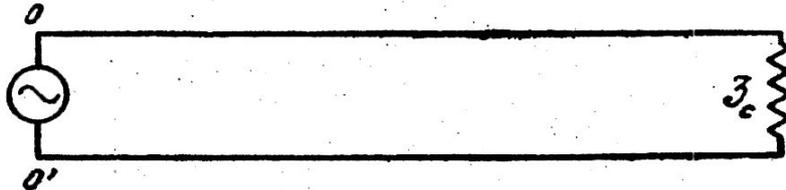


Fig. 5.

vaincre la tension et le courant seront identiques à ceux qu'opposeraient le prolongement de la ligne.

L'intérêt des dispositions de ce genre est d'empêcher le retour vers le générateur d'une partie de l'énergie qu'il a fournie, on évite ainsi toute surtension.

10. — **Formules en lignes hyperboliques.** — Quand il arrive, comme dans les problèmes qui vont suivre, que l'on doit conserver les deux ondes se propageant en sens inverse, on obtient des formules beaucoup plus maniables en remplaçant les exponentielles par des lignes hyperboliques et trigonométriques. Ces fonctions groupent en effet dans un même terme les exponentielles e^x et e^{-x} ou e^{jx} et e^{-jx} et peuvent par suite représenter à la fois deux ondes de propagations opposées.

Dans les formules que nous allons établir, les lignes hyperboliques ou trigonométriques porteront le plus souvent sur des nombres complexes, mais il sera facile de séparer les parties réelles et imaginaires en les développant par les formules usuelles que nous avons rappelées au numéro 14-I. Par exemple, on a

$$\begin{aligned} \text{Ch } \gamma x &= \text{Ch } (\beta + j\alpha)x = \text{Ch } \beta x \text{ Ch } j\alpha x + \text{Sh } \beta x \text{ Sh } j\alpha x = \\ &= \text{Ch } \beta x \cos \alpha x + j \text{Sh } \beta x \sin \alpha x. \end{aligned}$$

D'autre part, il est clair que les exponentielles des formules 8 et 9 peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} P e^{+\gamma x} + P e^{-\gamma x} &= M \text{ Ch } \gamma x + N \text{ Sh } \gamma x \\ P e^{+\gamma x} - P e^{-\gamma x} &= M \text{ Sh } \gamma x + N \text{ Ch } \gamma x \end{aligned}$$

en posant

$$\begin{aligned} P_+ + P_- &= M & P_+ - P_- &= N. \end{aligned}$$

Les expressions de \mathcal{V} et \mathcal{J} deviennent alors

$$(16) \quad \begin{aligned} \mathcal{V} &= M \operatorname{Ch} \gamma x + N \operatorname{Sh} \gamma x \\ \mathcal{J} &= -\frac{1}{Z_0} (M \operatorname{Sh} \gamma x + N \operatorname{Ch} \gamma x) \quad \text{avec } \gamma = \beta + j\alpha_1. \end{aligned}$$

11-a. — Oscillations sur une ligne limitée. — Considérons maintenant une ligne limitée, coupée au point A (fig. 6) et soit l sa longueur; si on lui impose en O le potentiel

$$v_0 = V_0 e^{j\omega t}$$

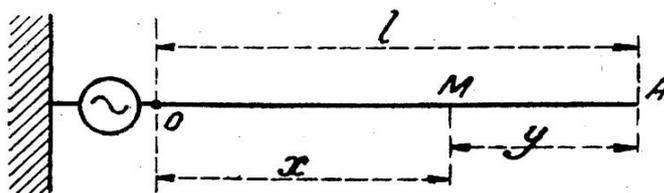


Fig. 6.

les constantes M et N seront déterminées par les conditions aux limites

$$\mathcal{V} = V_0 \text{ pour } x = 0 \quad \mathcal{J} = 0 \text{ pour } x = l.$$

On trouvera

$$M = V_0 \quad N = -V_0 \operatorname{Th} \gamma l$$

ce qui donne en prenant pour variable la distance $y = l - x$ du point considéré M à l'extrémité de la ligne :

$$(17) \quad \mathcal{V} = V_0 \frac{\operatorname{Ch} \gamma y}{\operatorname{Ch} \gamma l} \quad \mathcal{J} = \mathcal{J}_0 \frac{\operatorname{Sh} \gamma y}{\operatorname{Sh} \gamma l}$$

avec

$$\mathcal{J}_0 = \frac{V_0}{Z_0} \operatorname{Th} \gamma l.$$

Cherchons comment varie l'amplitude du potentiel v aux différents points de OA. On sait que $v = \mathcal{V} e^{j\omega t}$ et on a vu (n° 12-1) que l'amplitude de la valeur réelle de v n'est autre chose que le module de \mathcal{V} ; considérons seulement la partie variable, on a :

$\operatorname{Ch}(\gamma y) = \operatorname{Ch}(\beta + j\alpha_1)y = \operatorname{Ch}(\beta y) \cos(\alpha_1 y) + j \operatorname{Sh}(\beta y) \sin(\alpha_1 y)$
dont le module est

$$|\operatorname{Ch}(\gamma y)| = \sqrt{\operatorname{Ch}^2(\beta y) \cos^2(\alpha_1 y) + \operatorname{Sh}^2(\beta y) \sin^2(\alpha_1 y)}.$$

Examinons seulement le cas qui nous intéresse le plus, où (βy) est petit. On peut alors écrire, au quatrième ordre près en (βy)

$$\begin{aligned} |\text{Ch}(\gamma y)| &= \sqrt{\left(1 + \frac{\beta^2 y^2}{2}\right)^2 \cos^2(\alpha_1 y) + \beta^2 y^2 \sin^2(\alpha_1 y)} \\ &= \sqrt{\beta^2 y^2 + \cos^2(\alpha_1 y)}. \end{aligned}$$

On verrait de même que

$$|\text{Sh}(\gamma y)| = \sqrt{\beta^2 y^2 + \sin^2(\alpha_1 y)}$$

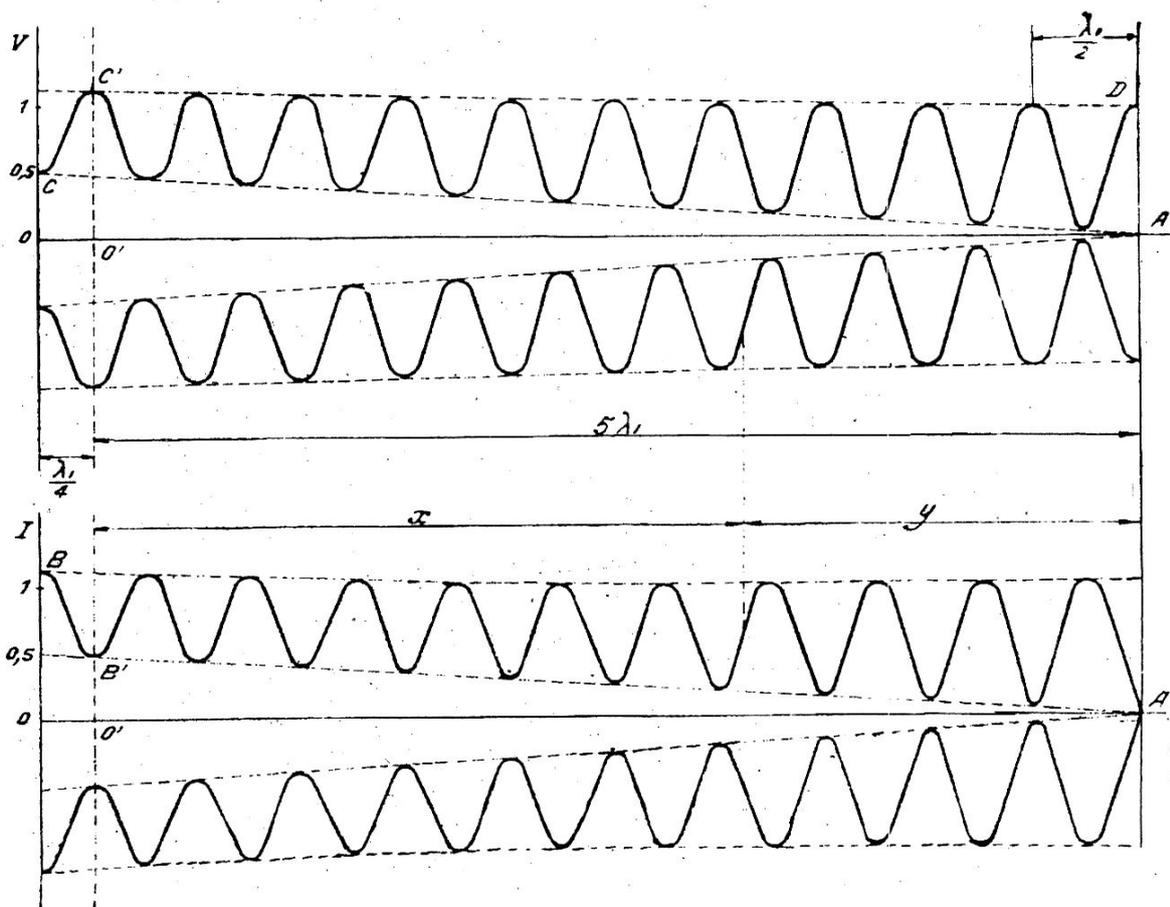


Fig. 7.

Variations des amplitudes de la tension et du courant le long d'une ligne OA alimentée en O et limitée en A.

Ces formules simples permettent de tracer les courbes donnant les variations de l'amplitude de v et de i . Elles sont représentées sur la figure 7 pour une ligne dont la longueur $l = 5,25 \lambda_1$ en supposant $\beta = 0,1/\lambda_1$. Le maximum du terme négligé sous le radical est alors d'environ $(0,5)^4 \div 0,06$.

On se rend facilement compte de ce qui se passe : l'onde progressive qui part de O, s'atténue en avançant; arrivée en A elle se réfléchit et donne lieu à une onde régressive qui revient vers O.

La première ondulation réfléchie est presque égale à celle qui va se réfléchir, aussi le premier minimum rencontré en partant de A est-il un nœud presque absolu; mais à mesure que l'on approche de O la différence entre les amplitudes des deux ondes partielles augmente et la compensation ne se fait plus à l'emplacement des nœuds. Si l'on allongerait beaucoup la ligne ou que l'on augmentât considérablement β l'onde réfléchie finirait par s'évanouir presque entièrement et les amplitudes décroîtraient sans ondulations, suivant la loi e^{-x} à partir du point O.

Cela ne voudrait pas dire que les amplitudes des oscillations en tous les points de la ligne atteindraient *au même moment* la courbe exponentielle : en représentant encore la seule onde progressive qui subsisterait par une sinusoïde se déplaçant vers la droite, celle-ci glisserait tout en s'aplatissant de telle façon que ses sommets resteraient constamment sur une courbe d'ordonnée e^{-x} .

De même, les courbes de la figure 7 ne doivent pas être considérées comme représentant des amplitudes atteintes au même instant. Les points représentatifs des oscillations aux différents points arrivent sur les courbes limites à des moments différents, car la phase de v et de i change avec la position du point considéré sur la ligne. C'est ce que nous allons examiner maintenant.

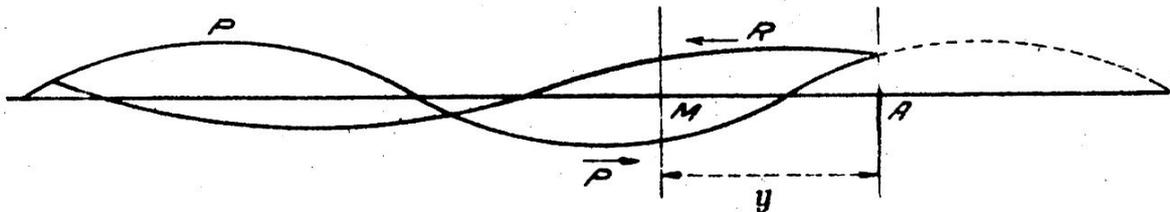


Fig. 8.

11-b. — **Variation de la phase sur un fil limité.** — Proposons-nous donc de voir comment varie la phase des oscillations quand on parcourt la ligne à partir de son extrémité A. Pour cela nous allons rechercher les différences entre les phases de v et de i en un point M d'abscisse y (fig. 8) et leurs phases au point A. On ferait facilement cette étude par le calcul en déterminant les arguments des nombres complexes \mathcal{V} et \mathcal{I} ; on déduit par exemple de la formule 17 que la phase de v au point d'abscisse y est, à une constante près¹, l'angle ψ donné par la formule :

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} (\alpha y) \operatorname{Th} (\beta y);$$

1. A une constante près, car nous laissons de côté le dénominateur constant de V qui, lui aussi, est complexe.

mais il est plus suggestif de faire cette étude sur une construction géométrique.

Considérons d'abord isolément l'onde progressive partant de O. Si à un instant donné on représente les valeurs de v par une sinusoïde, on voit que la différence de phase entre les potentiels en M et A est représentée par un angle $\varphi = 2\pi \frac{y}{\lambda_1}$ que nous portons sur la figure 9 à partir d'une origine fixe OK. Quand on se déplacera sur la ligne, de A vers la gauche, OP tournera dans le sens de la flèche f_p .

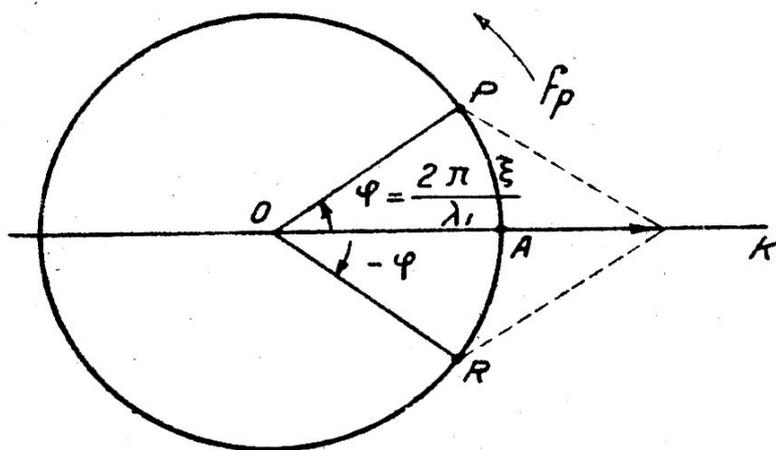


Fig. 9.

La différence de phase de l'onde régressive au même point serait représentée par l'angle ($-\varphi$) de la figure, OR étant symétrique de OP par rapport à OK; en effet, les potentiels des deux ondes, progressive et régressive, sont égaux à tout instant à l'extrémité de la ligne; cela résulte de ce que l'intensité y est nulle et on l'établirait facilement au moyen des formules 8 et 9 du numéro 4. L'onde régressive n'est donc que le symétrique du prolongement de l'onde progressive au-delà de A.

Si l'amortissement était nul, la phase ψ du potentiel v de l'oscillation résultante serait constamment nulle tant que φ serait inférieur à $\pi/2$ ou y à $\lambda_1/4$; au passage au point d'abscisse $\lambda_1/4$ il y aurait un brusque changement de π dans la phase qui resterait égale à π de $\lambda_1/4$ à $3\lambda_1/4$, sur une longueur $\lambda_1/2$; là nouveau changement de π et ainsi de suite.

Mais l'amortissement étant différent de zéro, les extrémités des vecteurs OP et OR se déplacent sur une spirale logarithmique et sont d'autant plus différents que y est grand; on retrouve encore cette variation de π dans la phase ψ sur le parcours d'une demi-longueur d'onde, mais la

variation est d'autant moins brutale que l'on s'éloigne de A (fig. 10).

On développerait des considérations du même genre pour i .

11-c. — **Représentation géométrique des oscillations.** — Les oscillations que nous venons d'étudier sont complexes et on s'en fait souvent une idée assez inexacte, aussi donnons-nous sur la figure 11 une représentation géométrique qui aidera l'imagination. Elle est relative au potentiel, dont les amplitudes aux différents points sont déjà données par la figure 7.

Soit OA la ligne limitée en A; construisons la surface dessinée au

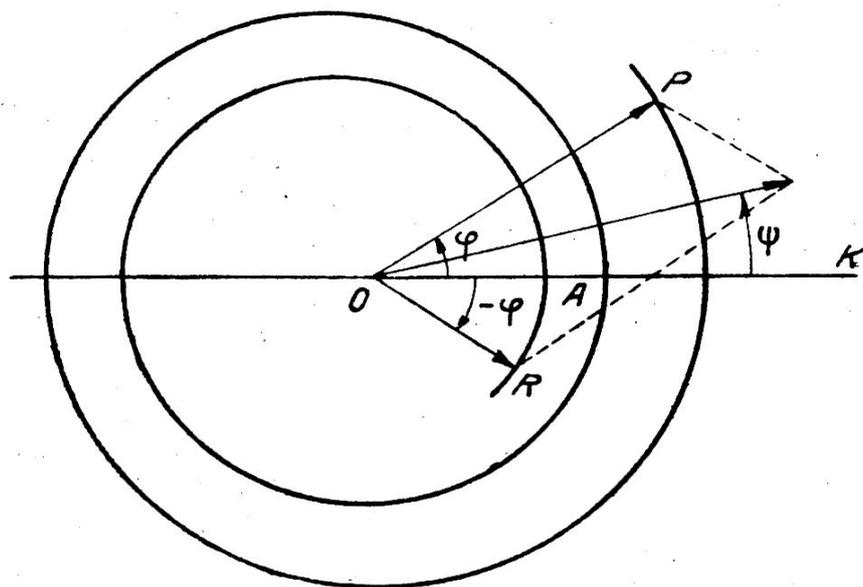


Fig. 10.

haut de la figure et qui ressemble à une longue trompette dont la section, circulaire vers la droite, s'aplatit à mesure qu'on se rapproche du point A où elle se confond avec le segment ED. Les coordonnées telles que MN (ou mn) de la courbe DC' située dans le plan de figure, sont celles de la courbe DC' de la figure 7; celles de la section de la surface par un plan perpendiculaire au plan du papier — longueurs mp — sont celles de la courbe AC de la même figure¹. Quant à la courbe en hélice, elle est obtenue en traçant par chaque point Q de l'axe AO une perpendiculaire Q'R à cet axe, faisant avec la parallèle QS à ED un angle égal à la phase ψ , déterminée par la construction de la figure 10.

1. L'atténuation est supposée beaucoup plus forte sur la figure 11 que sur la figure 7, pour faire davantage ressortir les phénomènes à représenter.

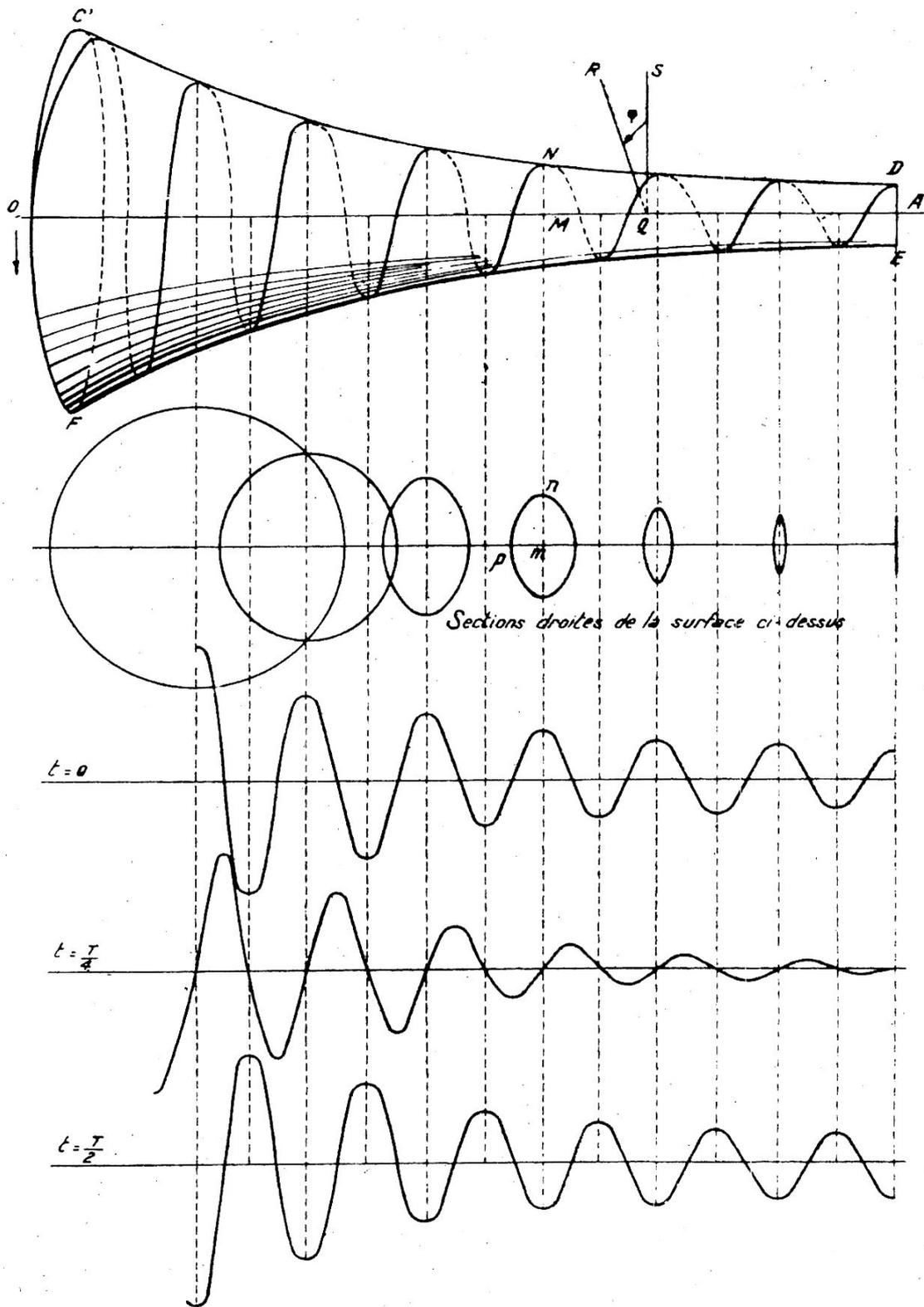


Fig. 11.

Représentation géométrique de la tension d'une onde atténuée le long d'une ligne OA, alimentée en O et limitée en A.

En tenant compte des considérations des deux numéros précédents, on se rendra facilement compte que l'état de la ligne à un instant donné peut être représenté par la projection de la spirale sur un plan parallèle à OA, faisant avec QS un angle ωt . Il est d'ailleurs plus commode d'imaginer que le plan de projection est celui du papier et que l'on fait tourner la surface de l'angle ωt autour de son axe, dans le sens de la flèche marquée sur le contour limite C'F.

Si T est la période et que l'on compte le temps t à partir du moment où ED est dans le plan de figure, on obtient aux instants $t = 0, T/4, T/2$ les apparences reproduites au bas de la figure. Une rotation continue de la surface permet de se rendre compte de la suite des états successifs. On voit ainsi que, pour les points les plus à gauche, il existe une onde progressive atténuée. En se rapprochant du point A, on constate encore une propagation, mais avec enfllement de l'onde aux instants $n \frac{T}{2}$ et aplatissement aux instants $(2n + 1) \frac{T}{4}$; tout près de A, cet aplatissement fait presque disparaître l'onde aux instants $(2n + 1) \frac{T}{4}$; on arrive alors sensiblement au régime des oscillations stationnaires dont nous allons maintenant nous occuper.

12-a. — Ondes stationnaires sur une ligne limitée. — Tous les effets que nous venons d'étudier sont d'autant plus marqués que βy est grand; à mesure que β diminue, ils s'atténuent et, si l'on passe à la limite : $\beta = 0$, il n'y a plus aucune différence entre les ondulations successives de la courbe représentative, si écartées qu'elles soient du point A. On dit alors que le régime des ondes stationnaires est atteint; c'est évidemment un cas idéal, mais on s'en rapproche beaucoup quand la ligne est courte et β très petit. Sur les antennes ordinaires en particulier, y est toujours inférieur à $\lambda_1/2$ et même le plus souvent à $\lambda_1/4$ et on peut admettre avec une grande approximation que le régime est stationnaire.

Dans ce régime, la surface de la figure 11 est complètement aplatie et les oscillations sont représentées par des sinusoides comme sur la figure 12; elles ont l'allure des vibrations mécaniques d'une corde tendue. Les minima sont nuls, la phase reste constante tout le long d'un internœud et change brusquement de 180° quand on traverse un nœud; si l'élément considéré est nul en un point de la ligne, il est nul en même temps en tous les autres points.

Pour obtenir les formules qui conviennent à ce cas, il suffit de faire $\beta = 0$ et $\zeta = R_c$ dans les formules 17; on trouve ainsi en termes réels

$$(18) \quad v = \frac{V_0}{\cos \alpha_1 l} \cos \alpha_1 y \cos \omega t, \quad i = \frac{I_0}{\sin \alpha_1 l} \sin \alpha_1 y \sin \omega t \quad \text{avec } I_0 = \frac{V_0}{R_c} \operatorname{Th} \alpha_1 l.$$

Si $\alpha_1 l = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$ ou $l = (2n + 1) \frac{\lambda_1}{4}$, la dernière relation paraît donner pour I_0 une valeur infinie, mais on doit remarquer que, dans ce cas, V_0 doit être nul, car le point O est alors un nœud de tension.

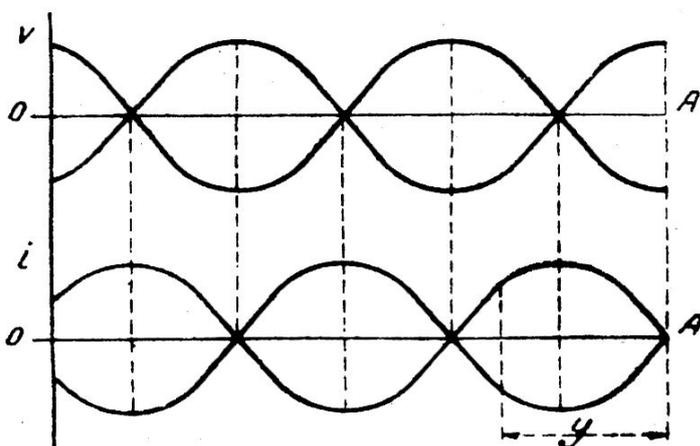


Fig. 12.
Ondes stationnaires.

12-b. — **Ondes stationnaires et transmission d'énergie.** — Il résulte de ce qui précède qu'en ondes stationnaires on n'observe aucun phénomène général de propagation et c'est naturel puisque la dépense d'énergie étant nulle, il devient inutile d'en fournir aux différents points de la ligne, pour y entretenir les oscillations. La quantité d'énergie contenue dans un internœud reste constante, mais elle se transforme périodiquement, en un quart de période, passant de la forme magnétique : courant maximum, tension nulle, à la forme électrique : tension maximum, courant nul; le phénomène est tout à fait analogue à ce qui se produit dans un circuit fermé (n° 8-II).

D'après cela, quand le régime des oscillations est stationnaire, il n'y a pas de dépense d'énergie; inversement, quand il n'y a de dépense d'énergie ni dans la ligne, ni à ses extrémités, le régime est stationnaire.

Considérons en effet une ligne d'atténuation nulle, terminée par un système S qui ne dépense pas d'énergie¹ (fig. 13). En régime permanent,

1. Le système S sera donc équivalent à une réactance pure ou bien à une résistance nulle ou infinie.

elle ne devra recevoir aucune énergie à son origine OO' puisqu'elle n'en dépense pas; le courant et la tension en ce point seront donc en quadrature et si V_0 et I_0 sont les amplitudes réelles correspondant à $x = 0$, on aura

$$\mathfrak{V}_0 = V_0 \quad \mathfrak{J}_0 = jI_0 \quad \text{pour } x = 0.$$

Les formules générales 17 donnent alors

$$\mathfrak{V} = (V_0 \cos \alpha_1 x + R_c I_0 \sin \alpha_1 x) \quad \mathfrak{J} = -\frac{j}{R_c} (V_0 \sin \alpha_1 x - R_c I_0 \cos \alpha_1 x).$$

En posant

$$\frac{R_c I_0}{V_0} = \operatorname{tg} \varphi$$

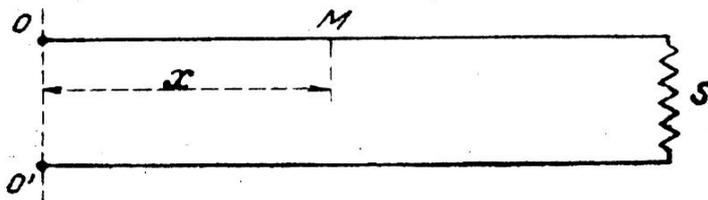


Fig. 13.

la tension et le courant à l'instant t seront alors, en termes réels,

$$v = \frac{V_0}{\cos \varphi} \cos (\alpha_1 x - \varphi) \cos \omega t$$

$$i = \frac{V_0}{R_c \cos \varphi} \sin (\alpha_1 x - \varphi) \sin \omega t$$

qui correspondent bien à une onde stationnaire, dont les ventres de tension s'obtiennent par la relation $\alpha_1 x = \varphi$; l'angle φ dépendra de la nature du système S.

13. — Résonance et antirésonance sur une ligne limitée. — Reprenons le cas du numéro 11 et proposons-nous maintenant, en conservant une fréquence constante, de faire varier la longueur de la ligne pour rechercher celles qui donneront lieu aux plus fortes et aux plus faibles valeurs de V et de I en un point donné.

Pour cela, il suffit d'étudier, en fonction de l les variations du module du dénominateur $\operatorname{Ch}(\gamma l)$ des fonctions \mathfrak{V} et \mathfrak{J} ; appliquant à $|\operatorname{Ch}(\gamma l)|$ les mêmes transformations qu'à $|\operatorname{Ch}(\gamma y)|$ au n° 11-*a* nous aurons :

$$|\operatorname{Ch}(\gamma l)| = \sqrt{\beta^2 l^2 + \cos^2 \alpha_1 l}$$

dont les maxima et minima sont donnés, aux termes $\left(\frac{\beta}{\alpha_1}\right)^2$ près, par :

$$2\alpha_1 l = K\pi \quad \text{ou} \quad l = K \frac{\lambda_1}{4}$$

On reconnaît facilement que $|\text{Ch } \gamma l|$ sera minimum et par suite I et V maxima pour

$$l \doteq (2K + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Inversement I et V seront minima pour

$$l \doteq K \frac{\lambda}{2}$$

Les maxima et minima dont la différence est la plus marquée sont évidemment ceux pour lesquels K est nul dans la première formule ou égal à 1 dans la seconde; ce dernier résultat n'étonnera pas si l'on remarque que c'est alors que les ondes progressive et régressive s'ajoutent ou se compensent le plus exactement.

La figure 7 a trait au cas de la *résonance* pour $K = 10l = 5,25 \lambda_1$; la même représentation pour le cas de l'*antirésonance* s'obtiendrait sur la même figure en la limitant vers la droite aux traits $O'B'$ et $O'C'$; la ligne aurait alors une longueur de $5\lambda_1$.

Comme c'est le potentiel V_0 à l'origine qui est donné dans le problème actuel, si l'on voulait comparer les courbes d'*antirésonance* aux courbes de *résonance*, il faudrait réduire les ordonnées des premières dans le rapport OC/OC' .

On voit que la *résonance* et l'*antirésonance* sont d'autant moins marquées que (βl) est plus grand, car OC/OC' tend vers 1 quand cette quantité augmente; il est d'ailleurs bien évident que si (βl) est assez grand pour que l'onde régressive disparaisse, le changement de longueur de la ligne ne produit plus aucun effet. Nous avons déjà étudié la *résonance* et l'*antirésonance* pour les circuits fermés (n° 25-III) et nous avons vu qu'on utilisait tantôt la première, tantôt la seconde suivant que le générateur dont on dispose fournit de l'énergie à basse ou à haute tension. Les mêmes observations s'appliquent à l'alimentation des lignes; l'intensité aux ventres de courant ne dépend évidemment que de l'énergie amenée à l'entrée de la ligne, comme on peut le vérifier aisément avec les formules établies. On reconnaît d'ailleurs sur la figure 7 que l'excitation en *résonance* au point O correspond à une faible tension et un fort courant, alors que c'est l'inverse pour l'*antirésonance* au point O' .

L'excitation des antennes d'émission se fait le plus souvent en un ventre de courant, c'est l'excitation en *résonance*; mais il existe quelques cas où on emploie des antennes de longueurs voisines de $\lambda_1/2$, on utilise alors l'*antirésonance* (n° 3-X). Les antennes dirigées en dents de scie, qui sont des lignes longues de plusieurs demi-ondes, sont généralement excitées en *antirésonance*.

14. — **Lignes symétriques.** — Il est clair que l'on obtiendrait des résultats identiques aux précédents en excitant en son milieu une ligne limitée (fig. 14); elle serait alors symétrique par rapport à l'excitation et on développerait exactement les mêmes raisonnements.



Fig. 14.

On peut d'ailleurs remarquer que le cas traité au n° 11 peut se ramener à celui d'une ligne symétrique, en vertu du principe des images (n° 6-VIII).

15. — **Ligne dont l'extrémité est maintenue au potentiel zéro.** — Supposons maintenant que l'extrémité de la ligne soit maintenue au potentiel zéro, soit en la disposant comme sur la figure 15-a pour une ligne simple, soit en la court-circuitant à son extrémité pour une ligne double (fig. 15-b). Dans ce cas, on aurait

$$\varphi = V_0 \text{ pour } x = 0 \quad \varphi = 0 \text{ pour } x = l.$$

En conservant les notations du n° 11, on trouverait

$$(19) \quad \varphi = V_0 \frac{\text{Sh}(\gamma y)}{\text{Sh}(\gamma l)}, \quad j = j_0 \frac{\text{Ch}(\gamma y)}{\text{Ch}(\gamma l)} \quad \text{avec } j_0 = \frac{V_0}{Z_0} \text{Cth}(\gamma l)$$

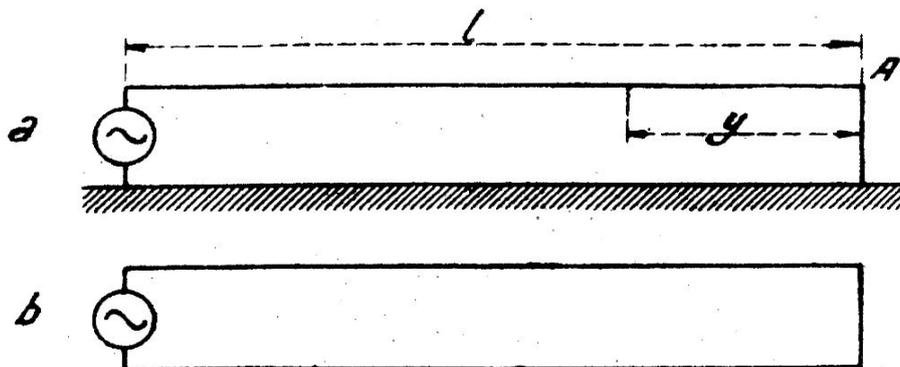


Fig. 15.

et en régime stationnaire, à l'instant t :

$$(20) \quad v = \frac{V_0}{\sin \alpha_1 l} \sin \alpha_1 y \sin \omega t, \quad i = \frac{I_0}{\cos \alpha_1 l} \cos \alpha_1 y \cos \omega t$$

avec $I_0 = \frac{V_0}{R_c} \text{Cth} \alpha_1 l.$

Une étude identique à celle du numéro 13 conduirait à des résultats analogues, mais ici la résonance aurait lieu pour une longueur $l = K \lambda_1 / 2$ et l'antirésonance pour $l = (2K + 1) \lambda_1 / 2$.

16-a. — Ligne chargée. — Impédance d'entrée. — Une ligne est dite chargée quand on la ferme sur une impédance \mathfrak{Z} dite de charge; c'est le cas d'une transmission d'énergie à un appareil d'utilisation. Proposons-nous de chercher la charge du générateur qui fournit l'énergie à l'origine de la ligne, c'est-à-dire l'impédance d'entrée \mathfrak{Z}_0 de cette dernière. Pour y arriver, représentons par $V_0 e^{i\omega t}$ la différence de potentiel imposée par le générateur et calculons le courant à l'origine $J_0 e^{i\omega t}$, l'impédance cherchée sera

$$\mathfrak{Z}_0 = \frac{\mathfrak{V}_0}{J_0}$$

Reprenons les formules générales 16 :

$$\mathfrak{V} = M \operatorname{Ch}(\gamma x) + N \operatorname{Sh}(\gamma x), \quad J = -\frac{1}{\mathfrak{Z}_c} [(M \operatorname{Sh}(\gamma x) + N \operatorname{Ch}(\gamma x))].$$

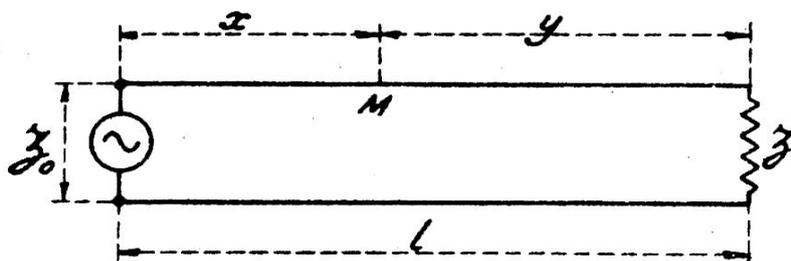


Fig. 16.

Les conditions aux limites sont, en désignant par l la longueur de la ligne :

$$\mathfrak{V} = V_0 \text{ pour } x = 0 \quad \text{et} \quad \mathfrak{V} = \mathfrak{Z}J \text{ pour } x = l$$

et on trouve

$$M = V_0 \quad N = -V_0 \frac{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Ch}(\gamma l) + \mathfrak{Z} \operatorname{Sh}(\gamma l)}{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Sh}(\gamma l) + \mathfrak{Z} \operatorname{Ch}(\gamma l)}$$

d'où on déduit immédiatement

$$(21) \quad \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{Z}_c \frac{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Th}(\gamma l) + \mathfrak{Z}}{\mathfrak{Z}_c + \mathfrak{Z} \operatorname{Th}(\gamma l)}$$

$$\text{où} \quad \gamma = \beta + j\alpha_1 = \frac{R_1}{2R_c} + j\frac{2\pi}{\lambda_1}$$

Supposons βl assez petit pour pouvoir être négligé, on obtient alors immédiatement les deux formules suivantes qui correspondent à des cas importants

$$(22) \quad \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{Z}_c^2 \quad \text{si } l = (2K + 1)\lambda_1/4$$

$$(23) \quad \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{Z} \quad \text{si } l = K\lambda_1/2.$$

Ce dernier résultat aurait pu être prévu à priori, car la distribution

des tensions et des intensités sur une ligne non amortie se reproduit identiquement, au signe près, à des distances multiples exactes de $\lambda_1/2$.

Quand \mathfrak{Z}_c est une résistance pure, on voit que l'impédance d'entrée sera aussi une résistance pure, s'il en est de même de l'impédance de charge, dans les deux cas précédents. Dans le cas général, l'impédance d'entrée pourra affecter presque toutes les formes et l'on verrait en développant les lignes hyperboliques de la formule 21 qu'en déplaçant la source le long de la ligne, on peut la faire débiter à volonté soit sur une résistance pure, soit sur une inductance ou une capacité résistantes.

16-b. — Distribution du courant et de la tension sur une ligne chargée. — A l'aide des résultats précédents, on peut écrire immédiatement les expressions du potentiel et du courant en un point de la ligne; en prenant encore comme variable la distance de ce point à l'extrémité on trouve

$$(24) \quad \mathfrak{V} = V_0 \frac{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Sh}(\gamma y) + \mathfrak{Z} \operatorname{Ch}(\gamma y)}{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Sh}(\gamma l) + \mathfrak{Z} \operatorname{Ch}(\gamma l)}$$

$$(25) \quad \mathfrak{I} = \frac{V_0}{\mathfrak{Z}_c} \frac{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Ch}(\gamma y) + \mathfrak{Z} \operatorname{Sh}(\gamma y)}{\mathfrak{Z}_c \operatorname{Sh}(\gamma l) + \mathfrak{Z} \operatorname{Ch}(\gamma l)}$$

Les problèmes traités aux nos 11 et 15 sont des cas particuliers de celui-ci, correspondant à une valeur infinie ou nulle de l'impédance de charge.

Si dans les formules précédentes, on suppose β nul et \mathfrak{Z} purement imaginaire, égal à jS par exemple, on trouve :

$$\mathfrak{V} = V_0 \frac{\sin(\alpha y + \varphi)}{\sin(\alpha l + \varphi)} \quad \text{avec} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{S}{\mathfrak{Z}_c}$$

et le régime est stationnaire; c'est ce que nous avons prévu au numéro 12-b.

16-c. — Impédance d'entrée d'une ligne limitée. — Ce cas est intéressant car il correspond à celui des antennes; puisque \mathfrak{Z} est infini, on a

$$(26) \quad \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{Z}_c \operatorname{Cth}(\gamma l).$$

Supposons βl assez petit pour qu'on puisse remplacer son sinus hyperbolique par βl et son cosinus par l'unité; on pourra écrire

$$\mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{Z}_c \frac{1 + j\beta l \operatorname{Th}(\alpha_1 l)}{\beta l + j \operatorname{Th}(\alpha_1 l)}$$

Pour la résonance qui correspond à $\alpha_1 l = (2K + 1) \frac{\pi}{2}$

$$\mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{Z}_r \beta l \doteq \frac{R_1 l}{2}$$

car $\beta = \frac{R_1}{2R}$ (n° 6). L'impédance d'entrée se réduit donc à une résistance pure $R = \mathfrak{Z}_0$ que l'on doit considérer comme la résistance effective de la ligne, c'est en effet sur elle que débite le générateur. On voit que la résistance linéique est donnée, en fonction de R , par

$$(27) \quad R_1 = \frac{2R}{l}$$

Sans réflexion, on pourrait être tenté de prendre pour R_1 le quotient $\frac{R}{l}$; le résultat que nous venons d'obtenir provient de ce que le courant dans la ligne n'est pas uniforme, mais sinusoïdal.

17. — Les lignes considérées comme des transformateurs. — Les considérations précédentes montrent qu'en réunissant par une ligne un générateur à l'appareil qu'il doit alimenter, on peut modifier presque à volonté l'impédance apparente dans laquelle débite ce générateur. Cette propriété qui caractérise les transformateurs, est d'un très grand intérêt car, comme nous aurons de nombreuses occasions de le constater, une source d'énergie ne peut pas travailler dans des conditions avantageuses sur une impédance quelconque¹. Nous allons donc étudier de plus près cette question.

Pour cela, il suffit de calculer le rapport V/V_0 , V étant l'amplitude de la tension aux bornes de l'impédance d'utilisation et V_0 celle produite à l'entrée de la ligne, comme au numéro 16 dont nous utiliserons les notations. Nous pourrions supposer β nul, car cette quantité n'intervient que par le produit βl et nous pourrions adopter une ligne très courte² et très soignée. Dans ces conditions, on a

$$\text{Sh} \gamma l = j \sin \alpha_1 l \quad \text{Ch} \gamma l = \cos \alpha_1 l$$

et en posant

$$\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Z}_r} = r,$$

1. L'étude des circuits couplés (chap. III) en offre un premier exemple.

2. Les lignes peuvent être très courtes, car le procédé est surtout intéressant pour les très hautes fréquences.

on tire de la relation 24, en y faisant $y = 0$:

$$\mathcal{V} = V_0 \frac{r}{r \cos \alpha_1 l + j \sin \alpha_1 l}$$

formule qui donne le rapport complexe \mathcal{V}/V_0 . Quand \mathcal{Z} est une résistance pure, comme \mathcal{Z}_0 , l'est également ou presque, r est un nombre réel et le rapport des amplitudes a pour valeur

$$\frac{V}{V_0} = \frac{r}{\sqrt{r^2 \cos^2 \alpha_1 l + \sin^2 \alpha_1 l}}$$

il varie de 1 à r quand $\alpha_1 l$ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$ ou l de 0 à $\lambda_1/4$. On trouverait de même

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha_1 l + r^2 \sin^2 \alpha_1 l}}$$

Un bout de ligne dont la longueur peut être inférieure ou au plus égale à $\lambda_1/4$ est donc un véritable transformateur, élévateur ou abaisseur de tension suivant que r est supérieur ou inférieur à l'unité et pour réaliser l'une ou l'autre de ces conditions, il suffit de choisir une ligne d'impédance caractéristique inférieure ou supérieure à \mathcal{Z}_0 . Or on peut faire varier \mathcal{Z}_0 dans des proportions très importantes; par exemple la résistance caractéristique d'une ligne constituée par une tige de diamètre d_1 , centrée dans un tube de diamètre d_2 est donnée par la formule

$$R_c = 138 \log_{10} \frac{d_2}{d_1} \text{ ohms.}$$

R_c passe de 2,8 ohms à 180 ohms quand d_2/d_1 varie de 1,05 à 20.

Il n'y a cependant pas identité entre ce dispositif et le transformateur industriel; si la ligne débite sur une résistance pure, elle ne fournit évidemment à son extrémité que de la puissance active; mais à l'origine le générateur doit produire de la puissance réactive, car \mathcal{V}_0 et \mathcal{I}_0 sont en général décalés. La formule 25 donne en effet

$$\frac{\mathcal{I}_0}{\mathcal{V}_0} = \frac{1}{\mathcal{Z}_0} \frac{1 + jr \operatorname{tg} \alpha_1 l}{r + j \operatorname{tg} \alpha_1 l}$$

Si r est réel, il existe donc entre les deux éléments une différence de phase donnée par

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r^2 - 1}{2r} \sin 2\alpha_1 l$$

toutes les fois que r est différent de l'unité ou l différent de $\lambda_1/4$.

Remarquons enfin, que même si l'atténuation est rigoureusement nulle, les ondes ne sont pas stationnaires puisqu'il y a transmission d'énergie (n° 12-b).

18. — **Discontinuités sur les lignes.** — Les discontinuités d'une ligne peuvent résulter de la présence d'une impédance en un de ses points (fig. 17); c'est le cas d'une antenne où on introduit une inductance ou une capacité pour modifier sa fréquence propre; elles peuvent aussi provenir de la jonction de la ligne primitive à une nouvelle ligne dont les caractéristiques sont différentes.

Les équations 8 et 9 montrent qu'il se produit en général une réflexion



Fig. 17.

au point de discontinuité; les coefficients P_+ et P_- doivent en effet subsister tous deux pour que l'on puisse satisfaire aux deux conditions aux limites, à l'origine et à l'extrémité de la ligne; il n'y a d'exception que si la ligne est illimitée ou si elle est terminée par son impédance caractéristique. Nous avons déjà vu que l'un de ces coefficients est nul si l'une de ces conditions est remplie (n° 7 et 9); réciproquement, si l'un des coefficients est nul, la ligne doit être infinie ou terminée par son impédance caractéristique, car il résulte des formules précédentes qu'au point de limitation l'impédance de charge sera bien Z_0 (n° 8).

D'une façon générale, on obtiendra les équations de jonction entre deux lignes en écrivant que le courant et la tension à l'origine de la seconde sont égaux à ces mêmes éléments à l'extrémité de la première. S'il existe une impédance Z entre les deux lignes, on aura, en désignant par V_1, J_1 et V_2, J_2 les potentiels et intensités de part et d'autre de Z :

$$J_2 = J_1 \quad V_2 - V_1 = Z J.$$

Ces deux équations jointes à celles fournies par les conditions à l'ori-

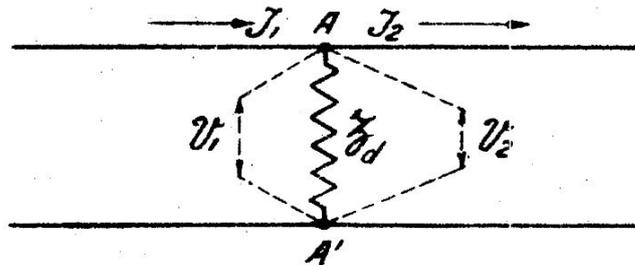


Fig. 18.

gine de la première ligne et à l'extrémité de la seconde permettent de déterminer les quatre coefficients M_1, N_1, M_2, N_2 des équations 16.

Ces raisonnements conviennent naturellement aussi bien à une ligne

double qu'à une ligne simple; mais pour les premières il peut se présenter un autre cas, c'est celui où une impédance \mathfrak{Z}_d serait placée en dérivation en un point de la ligne (fig. 18); dans ce cas, on écrirait

$$J_1 = J_2 + J_d \quad \mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}_2 = \mathfrak{Z}_d J_d$$

et l'équation supplémentaire servirait à déterminer J_d .

Il arrive souvent que l'on tienne à obtenir des ondes progressives sur la première ligne, il suffit alors de disposer de l'impédance \mathfrak{Z}_d pour ramener à la valeur de l'impédance caractéristique de cette ligne la charge en AA', vue de la gauche. Nous aurons l'occasion d'appliquer ces considérations dans l'étude de l'alimentation des réseaux d'antennes.

19. — Addition d'une impédance à l'entrée d'une ligne. — Introduisons une impédance localisée \mathfrak{Z}_e à l'origine d'une ligne dont l'impédance d'entrée est \mathfrak{Z}_0 (fig. 19) et cherchons la valeur de l'impédance sur laquelle devra travailler le générateur G. En désignant par J_0 le cou-



Fig. 19.

rant dans cette impédance, c'est-à-dire celui qui règne à l'entrée de la ligne, par \mathfrak{V}_0 le potentiel en O et par E la force électromotrice du générateur, on aura entre les points T et O :

$$\mathfrak{V}_0 = E - \mathfrak{Z}_e J_0$$

mais par définition :

$$\mathfrak{V}_0 = \mathfrak{Z}_0 J_0$$

Donc :

$$E = (\mathfrak{Z}_e + \mathfrak{Z}_0) J_0$$

et l'impédance supplémentaire s'ajoute tout simplement à celle d'entrée de la ligne.

20. — Ligne soumise à un champ électrique en tous ses points. — Dans tout ce qui précède nous avons supposé qu'aucune force électromotrice n'agissait le long des lignes qui étaient seulement alimentées par un générateur imposant un potentiel alternatif à l'une de leurs extrémités. Cela nous a permis de simplifier le problème en supprimant le second membre des équations.

Les antennes de réception ne travaillent pas dans ces conditions; le champ est appliqué en tous leurs points et il y a lieu de savoir si ces conditions n'apportent pas de changements dans les divers résultats que nous avons acquis. En particulier, la distribution du courant le long du fil reste-t-elle sinusoïdale?

Nous n'examinerons que le cas le plus simple se rapprochant de ceux que l'on rencontre dans la pratique. Considérons un fil limité en A et mis à la terre (fig. 20) et supposons-le parallèle au champ d'une onde plane qui se propage perpendiculairement à sa direction. Soit :

$$\varepsilon = \mathbf{E}e^{j\omega t}$$

l'expression de ce champ le long du fil; la force électromotrice par unité de longueur sera $\varepsilon \times 1$ ou $Ee^{j\omega t}$. L'équation 3 du numéro 2 devient alors :

$$(28) \quad \frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial x^2} - \gamma^2 \mathcal{J} = -jC_1 \omega \mathbf{E}$$

avec

$$(29) \quad \gamma = \sqrt{-L_1 C_1 \omega^2 \left(1 - j \frac{R_1}{L_1 \omega}\right)} = \beta + j\alpha_1$$

L'équation précédente ne diffère de celle que nous avons étudiée au numéro 9 que par la présence du second membre; il suffit donc d'ajouter à la solution de cette dernière une solution particulière de l'équation complète. Le second membre étant constant, cette solution est évidemment :

$$\mathcal{J}_p = \frac{jC_1 \omega}{\gamma^2} \mathbf{E}.$$

Les expressions de \mathcal{J} et \mathcal{V} sont donc :

$$\mathcal{J} = M \operatorname{Ch} \gamma x + N \operatorname{Sh} \gamma x + j \frac{C_1 \omega}{\gamma^2} \mathbf{E}$$

$$\mathcal{V} = \frac{j\gamma}{C_1 \omega} (M \operatorname{Sh} \gamma x + N \operatorname{Ch} \gamma x).$$

Les constantes M et N se déduisent des conditions aux limites :

$$\mathcal{V} = 0 \text{ pour } x = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{J} = 0 \text{ pour } x = l$$

et il vient finalement :

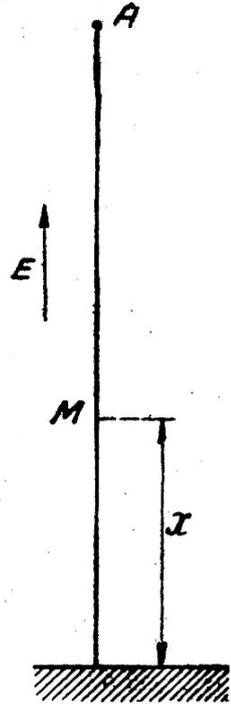


Fig. 20.

$$(30) \quad J = j \frac{C_1 \omega E}{\gamma^2} \left(1 - \frac{\text{Ch } \gamma x}{\text{Ch } \gamma l} \right)$$

Considérons le cas de la résonance qui se produit en particulier, comme on le voit aisément, pour $l = \frac{\lambda_1}{4}$ en supposant βl assez petit pour que l'on puisse négliger son carré. En développant les cosinus hyperboliques on obtient :

$$J = - \frac{4 C_1 \omega E}{\beta \gamma^2 \lambda_1} \left[\cos \alpha_1 x - j \beta \left(\frac{\lambda_1}{4} - x \sin \alpha_1 x \right) \right]$$

Cette expression montre que le courant est sinusoïdal au terme en $j\beta$ près, et la valeur maximum de l'écart est $j\beta \frac{\lambda_1}{4}$.

Comme $\beta = c_1 \frac{R_1}{2L_1 \omega}$ (n° 6) cela fait $\frac{\pi R_1}{4L_1 \omega}$. D'autre part, la résistance de rayonnement d'une antenne, dont nous parlerons un peu plus loin (n° 16-X), est de 36 ohms pour une antenne quart-d'onde; $\frac{\pi R_1}{4L_1 \omega}$ vaut alors $1/16$ environ¹ et l'on voit que la distribution peut être considérée comme sinusoïdale à l'ordre d'approximation que comportent ces questions.

Notons en passant qu'en remplaçant γ^2 par $(-L_1 C_1 \omega^2)$ il vient :

$$I_{\max} = \frac{4E}{\pi R_1} \quad \text{pour } x = 0$$

et en introduisant la résistance d'entrée R de la ligne (formule 27) :

$$I_{\max} = \frac{\frac{2}{\pi} l \cdot E}{R}$$

l étant la longueur de l'antenne vibrant en quart d'onde. Nous retrouverons la quantité $\frac{2}{\pi} l$ sous le nom de hauteur effective de l'antenne (n° 13-X).

21. — Formules des lignes en termes réels. — Il est généralement inutile de mettre des formules précédentes en termes réels, car elles permettent de trouver immédiatement l'amplitude et la phase des éléments dont elles fournissent l'expression.

1. En effet $R_1 = \frac{2R}{l} = \frac{8R}{\lambda_1}$ $\frac{\pi R_1}{2L_1 \omega} = \frac{R}{L_1 C} \doteq \frac{36 \cdot 10^9}{20 \cdot 3 \cdot 10^{10}}$ car L_1 est voisin de 20 pour un long fil.

Pour la clarté de cette question revenons-y un instant.

Tous les problèmes que nous avons traités ont trait à des oscillations entretenues; cela résulte du numéro 4 où, pour résoudre les équations différentielles, nous avons admis que l'un quelconque des éléments à calculer s s'exprimait sous la forme

$$s = \mathfrak{S}e^{j\omega t}$$

\mathfrak{S} étant indépendant de t .

D'après le numéro 12-I, l'amplitude de s n'est autre que le module de la quantité complexe \mathfrak{S} . D'autre part, si l'on désigne par φ l'argument de \mathfrak{S} , c'est-à-dire si l'on a :

$$\mathfrak{S} = |\mathfrak{S}| e^{j\varphi} = S e^{j\varphi}$$

s devient

$$S e^{j(\omega t + \varphi)}$$

φ représente donc la phase de l'élément s .

Considérons par exemple le cas du numéro 11 où l'on se donnait le potentiel V_0 à l'origine de la ligne; on posait

$$(32) \quad v_0 = V_0 e^{j\omega t},$$

V_0 étant un nombre réel. L'angle φ de la formule précédente représente alors la différence de phase entre l'élément s et l'élément donné v_0 .

Si l'on tenait cependant à obtenir des formules en termes réels, on remarquerait que les formules 31 et 32 peuvent s'écrire

$$s = S \cos(\omega t + \varphi) + jS \sin(\omega t + \varphi) \quad v_0 = V_0 \cos \omega t + jV_0 \sin \omega t.$$

Comme les équations initiales en termes réels ne peuvent avoir que des solutions réelles, ces solutions seraient

$$s = S \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{ou} \quad s = S \sin(\omega t + \varphi)$$

correspondant à

$$v_0 = V_0 \cos \omega t \quad \text{ou} \quad v_0 = V_0 \sin \omega t.$$

Chacune de ces expressions est d'ailleurs la demi-somme ou la demi-différence des deux solutions complexes correspondant à $V_0 e^{j\omega t}$ et $V_0 e^{-j\omega t}$; elle est donc solution des mêmes équations.

22. — Retour sur les circuits fermés. — Nous pouvons maintenant nous rendre compte de ce qui se passe dans un circuit fermé. Imaginons que dans un tel circuit, nous pratiquions une coupure en AA' au milieu de la bobine (fig. 21) et que nous appliquions entre ces points une

différence de potentiel $V_0 \sin \omega t$. Nous pourrions assimiler la bobine à une ligne fermée sur un condensateur (fig. 22); des ondes partent de AA', se propagent dans les fils et se réfléchissent partiellement à la discontinuité du condensateur. Elles donnent alors lieu à un système d'ondes stationnaires presque parfait en raison de la faible valeur de

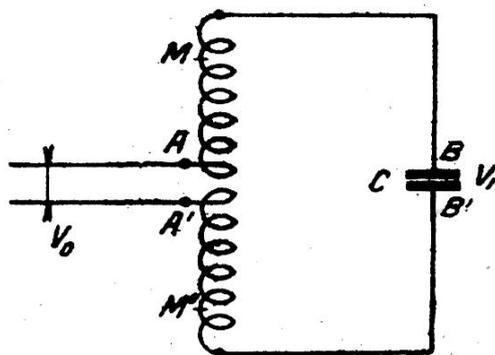


Fig. 21.

l'amortissement et de la dépense insignifiante d'énergie qui en résulte (n° 12-b). Pour avoir une idée du comportement du courant et de la tension le long du fil de la bobine, il suffit d'appliquer à la ligne AA' BB' les formules 24 et 25 en prenant comme inductance linéique le quotient de la self-induction de la bobine par la demi-longueur l du fil et en supposant βl très petit. A la résonance on trouve approximativement

$$v = V_1 \frac{\sin 2\pi \frac{x}{\lambda_1}}{\sin 2\pi \frac{l}{\lambda_1}} \sin \omega t$$

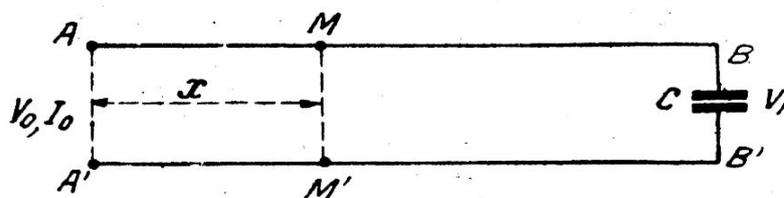


Fig. 22.

$$i = I_0 \frac{\cos 2\pi \frac{x}{\lambda_1}}{\cos 2\pi \frac{l}{\lambda_1}} \cos \omega t.$$

V_1 étant l'amplitude de la tension en BB' et I_0 celle du courant en AA'. Le mode d'excitation habituel des circuits oscillants est différent de

celui que nous avons choisi, la force électromotrice est répartie; les formules précédentes représentent encore néanmoins l'allure des phénomènes.

AA' est un nœud de potentiel et un ventre de courant; quand la capacité C n'est pas trop petite, λ_1 est très grand¹ par rapport à l et on voit que le potentiel croît linéairement du milieu de la bobine jusqu'au condensateur; quant au courant il diminue à peine sur le même trajet.

Mais si l'on diminue la capacité, la fréquence de résonance augmente, λ_1 diminue et se rapproche de l ; les variations de la tension prennent alors nettement une allure sinusoïdale ainsi que celles du courant, qui décroît beaucoup au voisinage du condensateur. *Les formules établies pour les circuits fermés ne sont plus applicables.*

On conçoit aisément que ces observations prennent une importance marquée pour les circuits fermés de grandes dimensions, comme les cadres employés en émission et en réception dirigées; si la fréquence sur laquelle on les fait travailler n'est pas très éloignée de leur fréquence propre, il est nécessaire de les traiter comme de véritables lignes.

23. — Capacité propre d'une bobine. — Quand la capacité du condensateur faisant partie d'un circuit oscillant devient très petite, les formules donnant la fréquence ou la longueur d'onde propres de ce dernier :

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \lambda = 59,6 \sqrt{L^{2H} C^{m_2 F}}$$

ne sont plus exactes. Mais l'expérience montre que l'on peut trouver une capacité C_0 qui, ajoutée à C, rétablit l'accord entre le calcul et les mesures pour toutes les longueurs d'onde. On a alors :

$$(33) \quad \lambda = 59,6 \sqrt{L^{2H} (C + C_0)^{m_2 F}}$$

avec une grande approximation, même pour les valeurs de C très voisines de zéro et pour $C = 0$. Comme il est tout indiqué, on donne à C_0 le nom de *capacité propre* de la bobine; l'onde correspondant à $C = 0$ est dite parfois : *onde fondamentale*.

Les capacités propres des bobines sont toujours très petites, sauf en cas de construction vicieuse; elles sont en général de l'ordre de 10 à 20

1. La longueur d'onde sur le fil λ_1 est cependant très inférieure à la longueur d'onde dans l'air, elle n'en vaut que quelques dixièmes.

micro-micro-farads, mais peuvent tomber assez facilement à 3 ou 4 $\mu\mu\text{F}$ seulement. Dans les bobines à plusieurs couches jointives, même bien établies, la capacité devient beaucoup plus forte et atteint facilement 200 ou 300 $\mu\mu\text{F}$ et davantage.

BIBLIOGRAPHIE

1. JANET (P.). *Leçons d'Électrotechnique Générale*. — Tome II. — Gauthier-Villars.
2. GUTTON (C.). *Les lignes téléphoniques*. — Mémorial des sciences physiques, 1934.

CHAPITRE X

LES ANTENNES

§ I. MODES D'OSCILLATION.

1. — **Circuit équivalent à une antenne. — Capacité et self-inductance effectives.** — Les antennes sont de véritables lignes et leur établissement est basé sur les connaissances exposées au chapitre précédent; mais en raison de leur constitution par de nombreux fils en parallèle, souvent orientés dans des directions différentes, et de la hauteur variable de leurs éléments au-dessus de la terre, les approximations sont plus grossières et leur étude exige des développements supplémentaires. Nous renverrons pour ces questions aux traités spéciaux [2, 3] et nous ne les considérerons guère ici que du point de vue du rayonnement de l'énergie.

Nous devons toutefois dire un mot de la notion de *circuit équivalent à une antenne* qui rend les plus grands services dans la pratique courante et dans l'étude des générateurs destinés à les alimenter.

Considérons une antenne en Γ (fig. 1) dont la hauteur au-dessus du sol serait faible et qui comporterait une inductance importante L_0 à sa base,

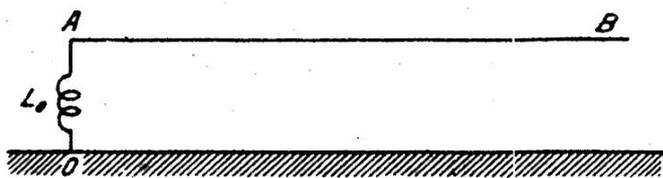


Fig. 1.

de façon à osciller sur une onde beaucoup plus grande que ses dimensions. Il est très tentant de comparer une antenne de cette nature à un circuit fermé d'inductance L_0 dont le condensateur serait constitué par l'ensemble de la nappe AB et de la terre voisine.

On se rend compte cependant qu'il faudra ajouter quelque chose à cette inductance pour tenir compte des fils extérieurs à la bobine L et modifier la capacité que l'on calculerait par le procédé statique pour tenir compte de l'irrégularité des charges.

Supposons ces corrections faites, et soient L et C les valeurs obtenues. Pour que l'assimilation à un circuit fermé soit possible, il faudra que l'on puisse écrire entre ces valeurs et la longueur de l'onde émise la relation ¹

$$\lambda = K \sqrt{LC}$$

1. Nous désignons par K le coefficient numérique devant le radical pour ne pas spécifier les unités employées.

Cette formule rendrait d'importants services au praticien car s'il modifiait l'inductance L_0 insérée à la base de l'antenne d'une quantité δL il est probable que la longueur d'onde λ varierait d'une quantité $\delta \lambda$ telle que

$$(1) \quad \lambda + \delta \lambda = K \sqrt{(L + \delta L)C}.$$

L'expérience montre qu'il en est bien ainsi, à condition que le rapport $\frac{\delta L}{L}$ reste faible, ce qui est le cas le plus fréquent.

Mais les quantités L et C demandent à être définies et mesurées. Définition et mesure résultent précisément de la relation 1 que l'on suppose *a priori* satisfaite. Appelons L_p l'inductance à ajouter à L_0 pour obtenir L , ($L = L_p + L_0$) et C_p la capacité désignée jusqu'ici par C on aura

$$\lambda = K \sqrt{(L_p + L_0) C_p}.$$

Si on remplace L , par une autre inductance assez peu différente L'_0 on aura une nouvelle onde

$$\lambda' = K \sqrt{(L_p + L'_0) C_p}.$$

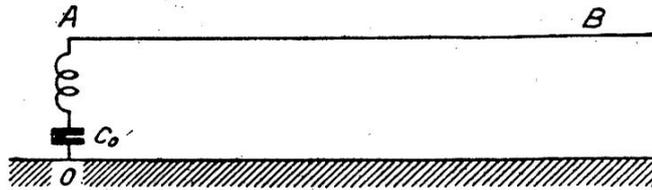


Fig. 2.

Si on a mesuré λ et λ' ainsi que L_0 et L'_0 les deux dernières relations permettront de calculer les quantités L_p et C_p auxquelles on donne les noms de *self-inductance et de capacité propres ou effectives*. Mais ce que l'on sait des circuits ouverts fait prévoir que les quantités ainsi définies doivent dépendre des conditions de la définition, c'est-à-dire de la valeur des inductances L_0 et L'_0 ; c'est bien ce que vérifie l'expérience.

Par conséquent quand on donne la self-inductance et la capacité d'une antenne, il est indispensable d'indiquer en même temps l'onde ou la petite gamme d'ondes auxquelles ces quantités sont applicables.

Si au lieu d'introduire une inductance en série dans l'antenne on avait introduit une capacité C_0 (fig. 2), on aurait pu développer des considérations du même genre. Dans le premier cas, la self-inductance ajoutée devait être petite, ici C_0 devra au contraire être grande, par rapport à C_p pour que la capacité résultante C , donnée par

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_p}$$

soit peu différente de C_p .

Nous avons raisonné sur une antenne de forme particulière pour rendre plus manifeste l'idée d'un circuit équivalent, mais les résultats obtenus s'appliquent à tous les cas, les limites d'application d'un couple donné de valeurs (L_p, C_p) étant seuls variables.

Il faut noter cependant qu'avec les ondes courtes on emploie souvent des antennes dont la longueur est grande par rapport à celle de l'onde et qui présentent des nœuds et des ventres répartis sur la longueur du fil. La considération de circuits équivalents devient alors à peu près impossible, mais cette circonstance ne présente pas d'inconvénients car les antennes de cette espèce sont généralement formées de lignes simples auxquelles on peut appliquer les méthodes du chapitre IX.

Dans l'étude des générateurs et des récepteurs, on rencontre à chaque instant des problèmes relatifs au couplage des antennes avec des circuits fermés. Comme il arrive alors le plus souvent que ces problèmes ne comportent que de faibles modifications dans les accords des circuits, il est encore possible de substituer à l'antenne un circuit fermé de caractéristique L_p et C_p dans lequel on peut introduire en série de faibles inductances ou de fortes capacités. Les résultats sont d'autant plus approchés que ces dernières sont faibles ou fortes; mais le plus souvent, même quand on s'écarte un peu de ces conditions, les résultats des raisonnements renseignent au moins sur l'allure des phénomènes.

On donne naturellement à ce circuit équivalent une résistance R telle que les pertes d'énergie y soient les mêmes que dans l'antenne; cette résistance doit être définie pour le courant I_0 à la base de l'antenne, où se font les couplages avec le générateur; c'est en effet ce courant qui doit circuler dans le circuit équivalent. R est défini par la relation

$$RI_0^2 = \int_l R_1 I^2 dx$$

R_1 , I et dx étant la résistance linéique, le courant et l'élément de fil en un point; l'intégrale est étendue à la longueur l de l'antenne, on détermine R par l'expérience.

Il y a lieu de remarquer que la considération du circuit équivalent, tout à fait justifiée pour le fonctionnement en oscillations entretenues, le serait beaucoup moins pour des oscillations amorties, car il n'est pas certain que l'établissement et l'évanouissement des oscillations libres se produisent de la même manière dans les deux types de circuits.

2. — Fondamentale d'une antenne à la terre. — Antenne quart d'onde.
— Considérons une antenne constituée par un fil vertical OA connecté

à la terre; disposons à sa base une petite inductance L que nous emploierons pour lui transmettre une force électromotrice provenant d'un générateur G (fig. 3).

En faisant abstraction de l'inductance L qui peut être très faible, cette antenne sera assimilable à une ligne simple limitée (n° 11.a-IX); deux ondes progressive et régressive parcourront l'antenne et si l'onde correspondant à la fréquence du générateur est assez grande pour que OA ne comprenne pas un nombre trop grand de nœuds et de ventres, ces ondes

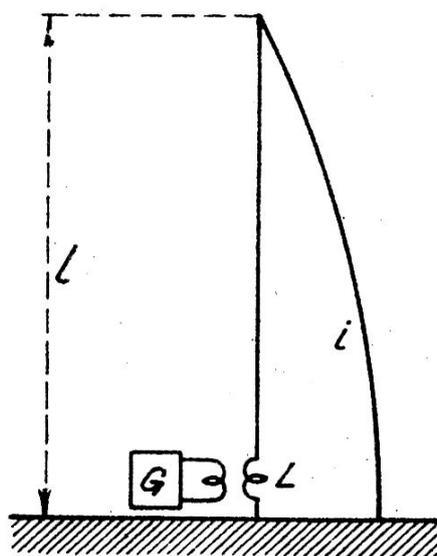


Fig. 3.

seront stationnaires avec un nœud d'intensité au sommet. Il y aura d'autre part résonance (n° 13-IX) si, en appelant l la longueur de l'antenne et λ_1 la longueur de l'onde sur le fil, on a la relation

$$l = (2n + 1) \frac{\lambda_1}{4}$$

La plus grande onde sur laquelle notre antenne puisse entrer en résonance est donc $\lambda_{10} = 4l$; on dit alors que l'antenne vibre en quart d'onde. Nous avons fait remarquer que la longueur λ_1 sur un fil, d'une onde de fréquence f est plus courte que la longueur λ de l'onde d'espace correspondant à la même fréquence; l'expression d'antenne quart d'onde s'applique donc à λ_1 et non à λ . De fait l est assez voisin de $\frac{\lambda}{4,2}$.

L'onde d'espace λ_0 correspondant à λ_{10} s'appelle la fondamentale de l'antenne. Les ondes plus courtes qu'on déduirait de la formule précédente sont les harmoniques impaires de la fondamentale.

Comme (n° 5-IX) : $\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{c}{c_1} = c \sqrt{L_1 C_1}$.

On trouve

$$(2) \quad \lambda_0 = 4lc \sqrt{L_1 C_1}.$$

Nous n'avons pas spécifié les unités, de telle sorte que cette formule est applicable avec n'importe quel système d'unités cohérentes. Si l'on utilise les henrys et les farads, il ne faut pas oublier que, dans ce système, l'unité de longueur est celle du quadrant terrestre = 10.000 kilomètres et prendre en conséquence les valeurs de l'inductance et de la capacité unitaires L_1 et C_1 . Il est commode d'employer le système mixte CGS dans lequel les quantités électriques sont exprimées en unités électrostatiques et les quantités magnétiques en unités électro-magnétiques; dans ce cas le facteur c disparaît et toutes les quantités sont exprimées en centimètres.

3. — Antenne demi-onde. — Si on excitait une antenne isolée en son milieu par le même procédé on trouverait une fondamentale telle que la longueur d'onde sur le fil serait égale au double de sa longueur (fig. 4).

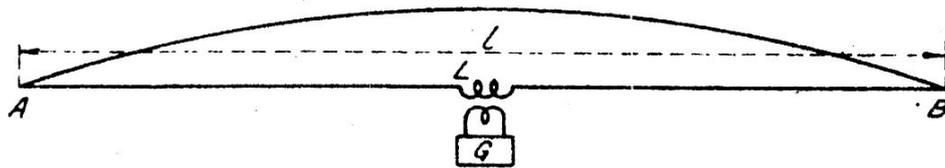


Fig. 4.

On aurait encore une antenne vibrant en demi-onde en excitant à l'antirésonance un fil isolé (n° 13-IX). C'est à peu près le cas pour les deux antennes de la figure 5, si l'on accorde le circuit C sur la fréquence correspondant à $\lambda_1 = 2l$.

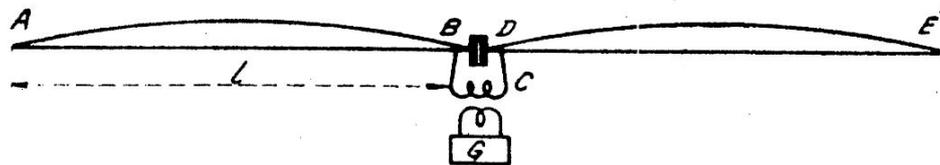


Fig. 5.

4. — Antenne vibrant en harmoniques. — Il arrive parfois qu'en ondes courtes on utilise des antennes très longues par rapport à l'onde à émettre; il existe alors le long du fil plusieurs nœuds et ventres comme sur la figure 6, mais ceux-ci sont d'autant plus atténués que l'antenne est

longue et amortie (n° 11-a-IX). On peut encore rechercher la résonance en modifiant la fréquence d'excitation jusqu'à obtenir un maximum d'intensité à la base; l'antenne vibre alors sur un de ses harmoniques. Cette recherche est parfois difficile dans le cas d'une grande longueur ou d'un fort amortissement, car dans ces conditions l'intensité à la base varie très peu avec la fréquence d'excitation.

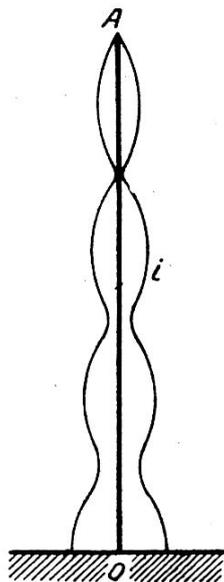


Fig. 6.

5. — **Assimilation d'une antenne à une chaîne de circuits.** — Quand une antenne vibre sur une onde égale ou supérieure à sa fondamentale, tous ses points ont au même instant des potentiels de même signe et les lignes de force qui y prennent naissance vont toutes aboutir à la terre. On peut alors user d'un artifice qui ramène au cas des circuits fermés avec beaucoup plus de précision que dans le cas du n° 1. On imagine que l'on découpe l'antenne en tranches et que chacune de ces tranches, possédant une self-inductance à déterminer, soit réunie à la terre par une

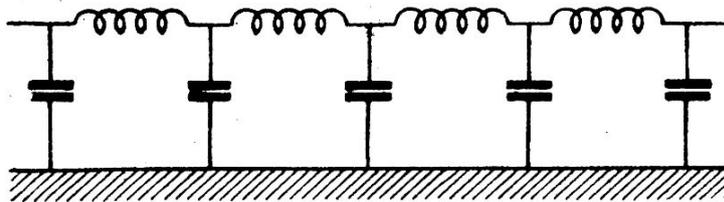


Fig. 7.

capacité fictive (fig. 7) que l'on détermine également d'après la position de chaque tranche; on traite ensuite les oscillations dans l'ensemble des circuits obtenus [3].

L'application de cette méthode à une antenne vibrant sur une harmonique serait difficile, car beaucoup de lignes de force se ferment alors sur l'antenne elle-même, il faudrait de nouvelles capacités en parallèles avec les inductances. Pour cette raison, il y a lieu d'étudier ces antennes comme de véritables lignes et la chose est facilitée par le fait qu'elles sont généralement constituées par un fil unique ou un assemblage de fils uniques dont les positions symétriques facilitent l'étude.

§ II. — RAYONNEMENT DES ANTENNES.

6. — **Décomposition d'un système oscillant en doublets.** — Du point de vue des applications il existe entre les propriétés respectives des circuits ouverts et fermés une différence essentielle dont nous avons rencontré une trace dans l'étude que nous avons faite au chapitre VIII, lorsque nous avons été conduits à la notion de résistance de rayonnement (n° 11-VIII). Alors que l'action électromagnétique d'un circuit fermé réel est généralement négligeable, toujours très petite à quelque distance, celle des circuits ouverts peut au contraire être considérable et doit toujours être prise en considération; c'est d'ailleurs pour cette propriété qu'on les utilise. Nous considérerons comme acquis les résultats généraux auxquels conduisent les équations générales de l'électromagnétisme (n° 3-VIII),

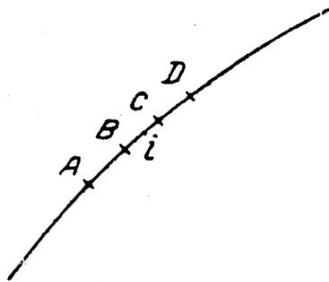


Fig. 8.

mais nous rappellerons le détail des formules qui nous seront nécessaires.

La plus simple des antennes que l'on puisse imaginer est le *doublet*, antenne linéaire infiniment courte parcourue par un courant sinusoïdal $i = I \sin \omega t$; mais son importance est grande car on peut tout de suite constater que n'importe quel système de conducteurs peut être considéré comme un ensemble de doublets dont les champs s'ajoutent géométriquement.

Soit (fig. 8) un fil parcouru par un courant alternatif; découpons-le par la pensée en petits éléments et soit BC l'un de ceux-ci; on peut le considérer comme un doublet parcouru par un courant i (le courant

en ce point sur le fil) et qui serait terminé par deux capacités situées dans les tranches B et C, absorbant dans les oscillations tout le courant circulant dans BC. Les éléments contigus AB et CD devraient être alors également considérés comme deux autres doublets de même espèce et l'on voit que les charges qu'ils verraient s'accumuler à leurs extrémités respectives B et C seraient de signes contraires à celles du doublet BC. Si le courant dans le fil est uniforme dans la région AC, les charges arrivant en B et en C s'annulent complètement; dans le cas contraire, il reste en chacun de ces points des charges infinitésimales correspondant précisément à celles du fil dans le mouvement réel de l'électricité

D'autre part, les équations de Maxwell étant linéaires, *le champ résultant de l'ensemble de nos doublets sera la somme géométrique de leurs champs élémentaires, c'est-à-dire celui du système en oscillation.*

Cette décomposition équivaut à la considération des éléments du potentiel vecteur; elle est quelquefois plus commode à manier.

7-a. — Champ d'un doublet. — Les développements théoriques qui conduisent à l'expression du champ d'un doublet sont donnés dans le Cours de M. Bloch [1] aux numéros 3-VIII et suivants; nous allons en déduire son expression en fonction de l'amplitude I du courant dans le doublet en régime permanent. Ce dernier étant représenté en O sur la figure 9, nous prendrons *comme sens positif du courant le sens OP*. A l'instant t le courant sera :

$$i = I \sin \omega t$$

et la charge correspondante :

$$q = -\frac{I}{\omega} \cos \omega t.$$

La fonction $\varphi(t)$ de la formule 15 du n° 5-VIII devient alors :

$$\varphi(t) = -\frac{Il}{\omega} \cos \omega t$$

l étant la longueur du doublet et l'on peut trouver les composantes rectangulaires du champ électrique $\vec{\varepsilon}$ et du champ magnétique n en transportant cette expression dans les formules 26 et 27 du numéro 6-VIII.

Pour obtenir une représentation commode, il est avantageux de placer le doublet au centre d'une sphère et de désigner son axe PP' sous le nom de ligne des pôles, le grand cercle QQ' sous le nom d'équateur du doublet et les cercles tels que PMP' sous le nom de méridiens. On peut dire alors

que le champ magnétique est tangent à un parallèle et que le champ électrique est dans le méridien du point où on le considère. Nous donnerons, non pas les coordonnées rectangulaires, mais les coordonnées polaires ε_r , ε_t et h représentées sur la figure, les sens positifs étant ceux des flèches.

En désignant par c la vitesse de la lumière, par r et θ la distance OM et la colatitude POM, comptée positivement de P vers M, puis en posant :

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega t - \alpha r = \nu$$

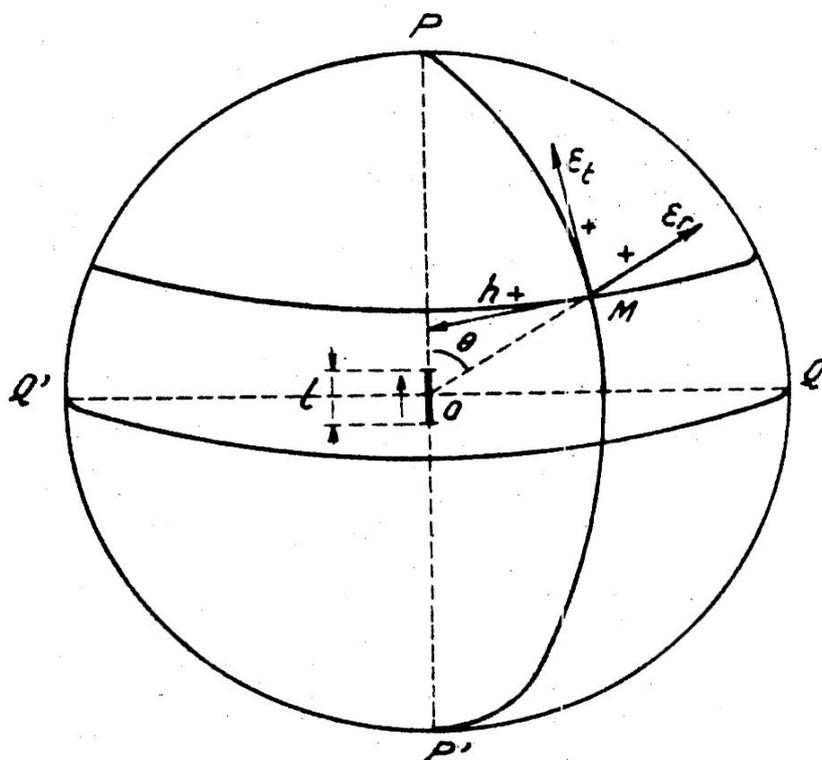


Fig. 9.

on a dans le vide en unités électromagnétiques c. g. s. :

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_r = - \frac{cl\lambda I}{\pi} \frac{\cos \theta}{r^3} (\cos \nu - \alpha r \sin \nu) \\ \varepsilon_t = + \frac{cl\lambda I}{2\pi} \frac{\sin \theta}{r^3} (\cos \nu - \alpha r \sin \nu - \alpha^2 r^2 \cos \nu) \\ h = - lI \frac{\sin \theta}{r^2} (\sin \nu + \alpha r \cos \nu) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Doublet isolé} \\ \text{dans l'espace} \\ \text{U.E.M. c.g.s.} \end{array}$$

Ces formules sont applicables à toutes distances d'un doublet, à condition toutefois que cette distance soit grande par rapport aux dimensions du doublet dont la longueur a été supposée infiniment petite pour permettre le développement des équations. Elles correspondent au doublet isolé

dans l'espace; si on le suppose placé verticalement ou sur un plan infiniment conducteur il faut tenir compte de son image (n° 6-VIII du présent traité) et par suite doubler les valeurs précédentes.

7-b. — Champ d'un doublet à grande distance. — Quand la distance r est grande par rapport à la longueur d'onde, c'est-à-dire dans la grande généralité des applications radioélectriques, le produit $\alpha r = 2\pi \frac{r}{\lambda}$ est grand et l'on peut négliger les termes de degré inférieur en αr : le champ élec-

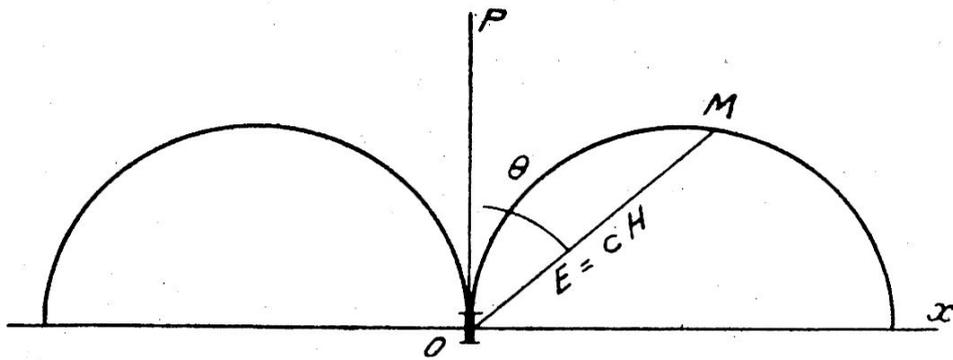


Fig. 10.

trique radial ε_r devient alors négligeable par rapport au champ tangentiel ε_t et l'on peut écrire :

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_r = 0 \\ \varepsilon_t = -\frac{2\pi c I l}{\lambda r} \sin \theta \cos (\omega t - \alpha r) \\ h = -\frac{\varepsilon_t}{c} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Champ à grande distance} \\ \text{d'un doublet isolé} \\ \text{U.E.M. c.g.s.} \end{array}$$

La disposition à grande distance est donc très simple : le champ électrique est tangent au méridien et le champ magnétique au parallèle, ces deux champs sont en phase et leurs valeurs à un instant quelconque sont dans le rapport c .

La variation de leurs amplitudes en fonction de la colatitude est donnée par le diagramme de la figure 10.

Enfin leurs orientations relatives sont fournies par la règle des trois doigts de la main gauche (n° 12-VIII).

7-c. — Champ d'un doublet à courte distance. — Dans le voisinage immédiat du doublet, αr est très petit et il ne reste que les premiers termes des parenthèses. On reconnaîtrait facilement que le champ élec-

trique est alors celui que l'on pourrait déduire, par les formules de statique, des charges accumulées aux extrémités du doublet et que le champ magnétique est celui qui résulte de l'application au courant i , de la loi de Laplace pour un courant continu.

Le rapport des champs électriques radial et tangentiel est ici :

$$\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_t} = -2 \operatorname{ctg} \theta.$$

Le champ radial a donc à courte distance, une importance du même ordre que le champ tangentiel; ces deux champs sont en opposition.

D'autre part, le rapport du champ magnétique au champ électrique tangentiel est

$$\frac{h}{\varepsilon_t} = -\frac{\alpha r}{c} \frac{\sin \nu}{\cos \nu}.$$

La mesure du champ magnétique est donc, à courte distance, extrêmement faible par rapport à celle du champ électrique tangentiel, relativement à ce qui a lieu à grande distance; les deux champs sont en quadrature.

Il en résulte qu'à courte distance, l'action d'un doublet sur un circuit ouvert est beaucoup plus grande que sur un circuit fermé, si l'on compare ces actions à celles qui se produisent à grande distance.

Remarquons que pour obtenir la force électromotrice produite par une onde plane dans un élément de fil, on fait souvent le calcul en cherchant le flux magnétique coupé par cet élément dans l'unité de temps; la troisième des formules 4 justifie ce procédé. Ici on ne peut plus opérer de même, car la vitesse de déplacement du champ magnétique n'est plus c , elle n'a même plus de sens. Il faut donc s'en tenir à la règle du numéro 13-VIII.

7-d. — Champ d'un doublet aux distances intermédiaires. — Aux distances intermédiaires, soit entre $0,04$ et $1,2 \lambda$ environ, il faut tenir compte de tous les termes des formules 3 et ce cas se rencontre assez fréquemment, par exemple quand on étudie les réactions d'antennes voisines. Pour calculer les champs, il est alors commode de mettre leurs expressions sous la forme :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= -2\alpha^2 c l I \cos \theta A_r \cos(\nu + \varphi_r) \\ \varepsilon_t &= \alpha^2 c l I \sin \theta A_t \cos(\nu + \varphi_t) \\ h &= \alpha^2 l I \sin \theta A_h \cos(\nu + \varphi_h). \end{aligned}$$

où

$$A_r = \frac{\sqrt{1 + (\alpha r)^2}}{(\alpha r)^3} \quad \text{tg } \varphi_r = \alpha r$$

$$A_t = \frac{\sqrt{1 - (\alpha r)^2 + (\alpha r)^4}}{(\alpha r)^3} \quad \text{ctg } \varphi_t = \frac{1}{\alpha r} - \alpha r$$

$$A_h = \frac{\sqrt{1 + (\alpha r)^2}}{(\alpha r)^2} \quad \text{ctg } \varphi_h = -\alpha r.$$

Le tableau ci-contre donne les valeurs des A et des φ en fonction du**Variations du champ au voisinage d'un doublet**

r/λ	$1/\alpha r$	A_r	φ_r	A_t	φ_t	A_h	φ_h
0,01	15,9	4.028	3°,6	4.012	3°,6	253	93°,6
0,02	7,96	508	7°,2	500	7°,3	64,2	97°,2
0,04	3,98	65	14°,1	61	15°	16,4	104°,1
0,06	2,65	19,9	20°,7	17,5	23°,8	7,67	110°,7
0,08	1,99	8,86	26°,7	7,12	33°,9	4,45	116°,7
0,10	1,59	4,76	32°,1	3,52	45°,1	2,99	122°,1
0,15	1,06	1,66	42°,3	1,14	83°,1	1,56	132°,3
0,20	0,80	0,81	51°,5	0,70	114°,0	1,02	141°,5
0,25	0,64	0,47	57°,5	0,55	133°,1	0,75	147°,5
0,30	0,56	0,32	62°,0	0,48	143°,0	0,60	152°,0
0,35	0,45	0,23	65°,3	0,42	150°,1	0,50	155°,3
0,40	0,40	0,17	68°,3	0,37	154°,7	0,43	158°,3
0,45	0,35	0,134	70°,5	0,34	158°	0,38	160°,5
0,50	0,33	0,106	72°,3	0,30	160°,4	0,334	162°,3
0,60	0,265	0,073	75°,1	0,26	164°,1	0,275	165°,1
0,70	0,228	0,053	77°,1	0,22	166°,5	0,234	167°,1
0,80	0,199	0,041	78°,7	0,196	168°,3	0,203	168°,7
0,90	0,177	0,032	80°,0	0,175	169°,7	0,180	170°
1,00	0,159	0,026	80°,9	0,157	170°,7	0,161	170°,9
1,20	0,133	0,018	82°,4	0,132	172°,3	0,134	172°,4
1,40	0,114	0,013	83°,5	0,114	173°,5	0,114	173°,5
1,60	0,100	0,010	84°,3	0,100	174°,3	0,100	174°,3
1,80	0,088	0,008	84°,9	0,088	174°,9	0,088	174°,9
2,00	0,080	0,006	85°,4	0,080	175°,4	0,080	175°,4
2,50	0,064	0,004	86°,4	0,064	176°,4	0,064	176°,4
5,00	0,032	0,001	88°,2	0,032	178°,2	0,032	178°,2

quotient de la distance r par la longueur d'onde λ . Nous avons ajouté dans la deuxième colonne les valeurs de $\frac{1}{\alpha r}$ qui représenteraient les variations des champs ε_r et h s'ils se comportaient partout comme aux très grandes distances.

8. — Décomposition d'un doublet. — On peut remplacer l'action d'un doublet OD (fig. 11) par celle de trois autres doublets orientés suivant trois axes donnés, parcourus par le même courant et ayant pour longueur les composantes du vecteur OD sur les trois axes.

Cela revient à montrer que les deux systèmes ont le même champ en un point éloigné quelconque de l'espace. Considérons d'abord le champ magnétique; d'après les formules 3, ce champ en un point M peut s'écrire

$$h = K (lr \sin \theta)$$

K étant une quantité indépendante de l'orientation du doublet. Or $(l \cdot r \sin \theta)$ n'est autre chose que l'expression du moment du vecteur OD de longueur l , par rapport au point M et l'examen de la figure 9 montre

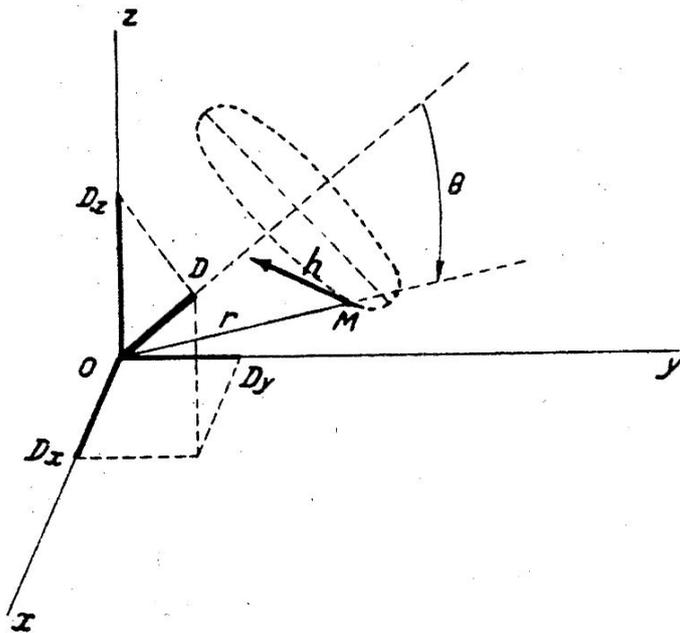


Fig. 11.

que le champ magnétique a précisément l'orientation de ce moment. On a donc

$$\vec{h} = K \cdot \overrightarrow{M^t \text{ de } OD}$$

mais $\overrightarrow{M^t OD} = \overrightarrow{M^t OD_x} + \overrightarrow{M^t OD_y} + \overrightarrow{M^t OD_z}$

le champ de OD est donc égal à la somme géométrique de ceux de OD_x , OD_y et OD_z , ce qu'il fallait établir.

Remarquons maintenant que les champs électriques tangentiels et les champs magnétiques des quatre doublets se trouvent dans un même plan perpendiculaire à OM et qu'en faisant tourner les seconds d'un même

angle de 90° autour de OM , leurs directions viennent coïncider avec celles des champs électriques; comme leurs grandeurs sont respectivement proportionnelles, la proposition précédente est également vraie pour les champs électriques tangentiels.

On aurait pu arriver plus rapidement au résultat précédent en remarquant que le champ magnétique est proportionnel au produit vectoriel des vecteurs \vec{OD} et \vec{OM} . Employons une méthode analogue pour les champs électriques radiaux : On peut écrire

$$\varepsilon_r = K' (lr \cos \theta)$$

or $(lr \cos \theta)$ est le produit scalaire des vecteurs \vec{OD} et \vec{OM} et l'on sait que le produit scalaire d'un vecteur \vec{P} par un vecteur \vec{R} est égal à la somme algébrique des produits scalaires de \vec{P} par les composantes de \vec{R} . Comme

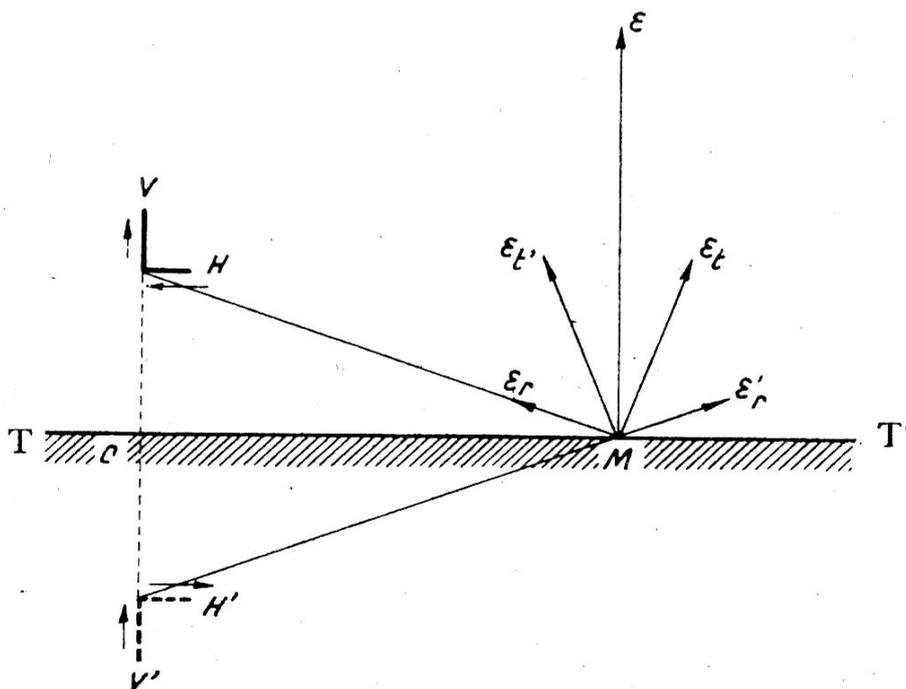


Fig. 12.

tous les champs radiaux sont orientés sur la même droite OM , ils s'ajoutent aussi algébriquement et la proposition se trouve établie.

De cette proposition on déduit, en particulier, qu'on peut remplacer un doublet incliné sur l'horizon par ses projections horizontale et verticale.

9. — Champ d'une antenne près du sol. — Nous supposons ici le sol parfaitement conducteur; nous avons déjà signalé que dans la majorité

des cas cette hypothèse est admissible pour les fréquences inférieures à 1.000 kc/s ($\lambda > 300$ m.). D'après les numéros 6 et 8, nous pouvons considérer l'antenne comme un ensemble de doublets verticaux et horizontaux et, en vertu du principe des images (n° 6-VIII), nous pouvons tenir compte de la terre en ajoutant à tout doublet réel son image dans le sol, parcourue par un courant de sens contraire (fig. 12).

Dans ces conditions, on voit que l'image H' d'un doublet horizontal H annule l'action de ce dernier dans le plan de symétrie TT' ; pour obtenir le champ de l'antenne près du sol il suffit donc de tenir compte des doublets verticaux et la construction de la figure montre que le champ électrique sera toujours vertical; c'est d'ailleurs un principe général que près d'une surface parfaitement conductrice, le champ électrique lui est normal.

Donc, *près du sol et pour des ondes plus longues que 300 mètres, le champ électrique d'une antenne quelconque est toujours vertical; le champ magnétique est horizontal et perpendiculaire à la direction de l'antenne, comme il résulte directement de l'observation de la figure 9.*

Avec des ondes plus courtes ou des terrains particulièrement mauvais conducteurs, les directions de ces deux champs sont plus ou moins modifiées.

10-a. — Champ d'une antenne verticale dans des directions inclinées sur l'horizon. — Pour obtenir le champ d'une antenne dans une direction

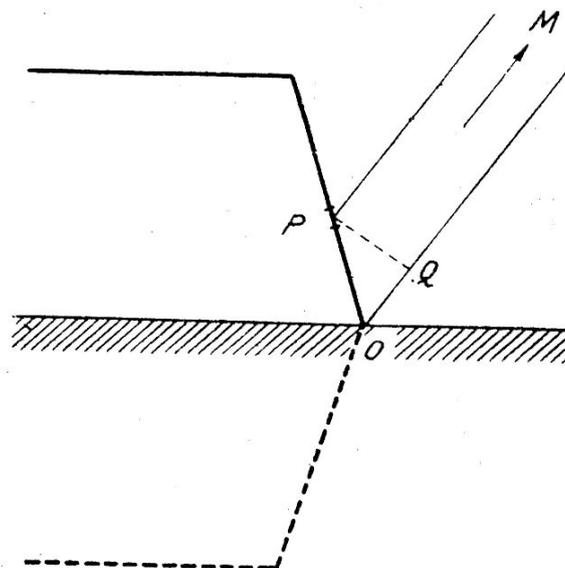


Fig. 13.

incliné sur l'horizon, on peut encore la décomposer en éléments et ajouter les champs de ces éléments et de leurs images; mais ici la décomposition

en doublets verticaux et horizontaux n'a plus d'intérêt car les actions de ces derniers ne s'annulent plus.

Si l'on suppose qu'en un point éloigné M le champ du doublet central, situé en O (fig. 13) soit représenté en fonction du temps par $\cos \omega t$, celui de l'élément P sera en avance d'un angle de phase $\alpha \cdot OQ$; cela résulte de ce que le champ est proportionnel à $\cos (\omega t - \alpha r)$ (n° 7-b), la distance PM est en effet inférieure à OM de la quantité OQ .

Si ds est la longueur d'un élément d'antenne et I l'amplitude du courant dans cet élément, le champ résultant est proportionnel à

$$\int I \cos (\omega t + \alpha \cdot OQ) ds$$

l'intégrale étant étendue à toute la longueur de l'antenne et de son image.

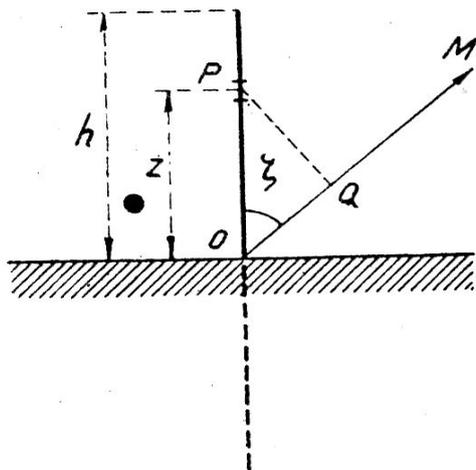


Fig. 14.

Dans le cas d'une antenne verticale par exemple (fig. 14), le champ à une distance zénithale ζ serait

$$\varepsilon = \int_{-h}^{+h} I \cos (\omega t + \alpha z \cos \zeta) dz$$

h étant la hauteur de l'antenne au-dessus du sol. Ce champ est réduit par rapport au champ dans l'horizon dans une proportion plus forte que pour un simple doublet vertical et cet effet est d'autant plus notable que la hauteur de l'antenne est grande; cependant pour une antenne quart d'onde cette réduction par rapport au doublet a peu d'importance; nous examinerons plus tard le cas d'antennes plus longues.

10-b. — Champ d'une antenne horizontale. — On emploie parfois avec les ondes courtes des antennes horizontales généralement alimentées comme sur les figures 4 et 5; nous allons étudier leur rayonnement.

Nous supposons encore que la terre est un réflecteur parfait et nous la remplacerons par l'image de l'antenne dans le sol. En outre nous

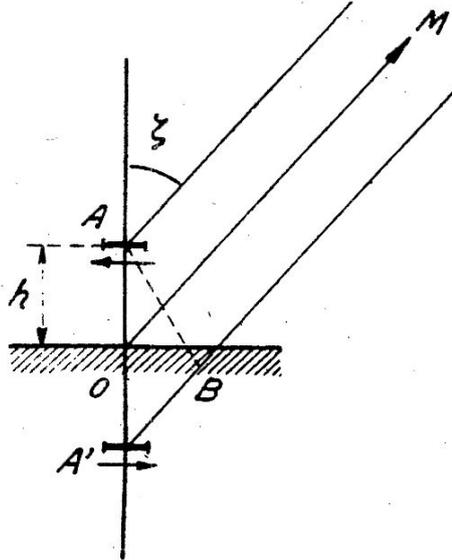


Fig. 15.

admettrons que notre antenne est un simple doublet, ce qui simplifiera les calculs tout en donnant des résultats très voisins de la réalité.

Nous aurons donc affaire à deux doublets horizontaux situés sur une même verticale à la distance $2h$ (fig. 15), h étant la hauteur de l'antenne

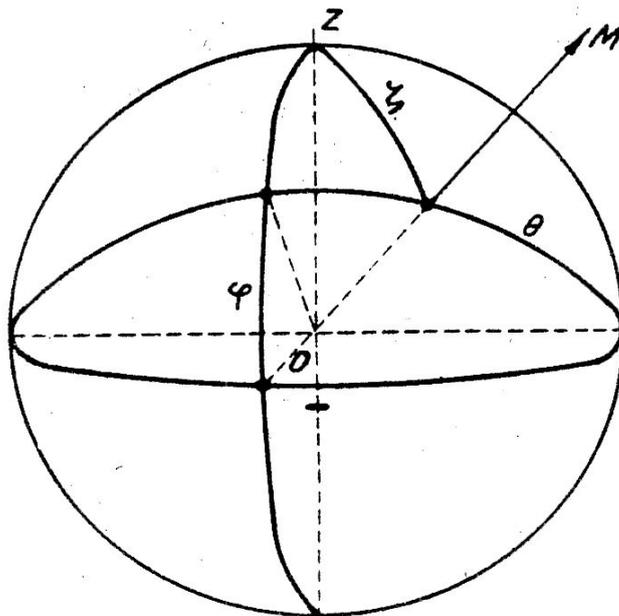


Fig. 16.

au-dessus du sol; ils seront le siège de courants de sens contraires et le champ en un point éloigné sera la différence de leurs champs, l'un d'eux

étant décalé par rapport à l'autre de l'angle $(\alpha \cdot A'B)$, AB étant perpendiculaire à OM.

Définissons la direction du point M par les angles θ et φ de la figure 16; si le champ du doublet A est proportionnel à $\sin \theta \cos \omega t$, celui de A' sera proportionnel à $\sin \theta \cos (\omega t - \alpha \cdot A'B)$ et comme

$$A'B = 2, h \cos \zeta \quad \text{et} \quad \cos \zeta = \sin \theta \sin \varphi$$

le champ dans la direction considérée sera proportionnel à

$$\sin \theta [\cos \omega t - \cos (\omega t - 2\alpha h \sin \theta \sin \varphi)]$$

ou (5)
$$\mathbf{E} \approx \sin \theta \sin (\alpha h \sin \theta \sin \varphi)$$

en laissant de côté le facteur $\sin (\omega t - \alpha h \sin \theta \sin \varphi)$, car seule l'amplitude

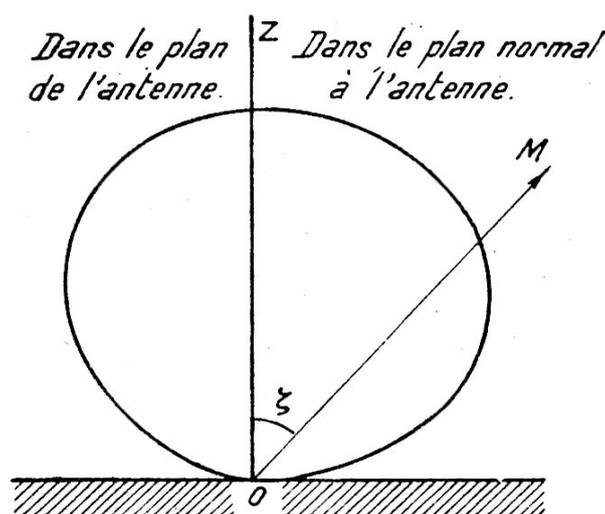


Fig. 17.

nous intéresse pour le moment. On peut aisément suivre les variations de \mathbf{E} sur cette formule; il est maximum dans la direction du zénith et d'autant plus fort dans cette direction que h est plus voisin de $\frac{\lambda}{4}$. La figure 17 représente en coordonnées polaires les valeurs de \mathbf{E} en fonction de la distance zénithale pour $h = \frac{\lambda}{4}$.

10-c. — Champ d'une antenne quelconque dans toutes les directions.
— Des cas traités dans les deux derniers numéros, on peut déduire l'allure du champ d'une antenne quelconque dans toutes les directions inclinées sur l'horizon; nous n'y insisterons pas, quitte à y revenir à l'occasion. Nous noterons seulement que les antennes verticales ont un champ nul dans la direction du zénith, alors que les antennes horizontales y ont un

champ maximum. Les antennes ayant des parties horizontales sont donc susceptibles de rayonner vers le zénith, du moins les antennes en l'; mais il faut remarquer que sauf dans le cas des ondes courtes le rapport h/λ est petit et le rayonnement différentiel provenant de la partie horizontale de l'antenne et de son image dans la terre est relativement faible.

11. — **Champ des antennes vibrant sur des harmoniques.** — Quand on émet des ondes courtes sur de longues antennes, comme dans le cas de la figure 6 par exemple, les ondes stationnaires, ou presque stationnaires, qui s'y forment donnent lieu à des courants qui sont de sens contraires

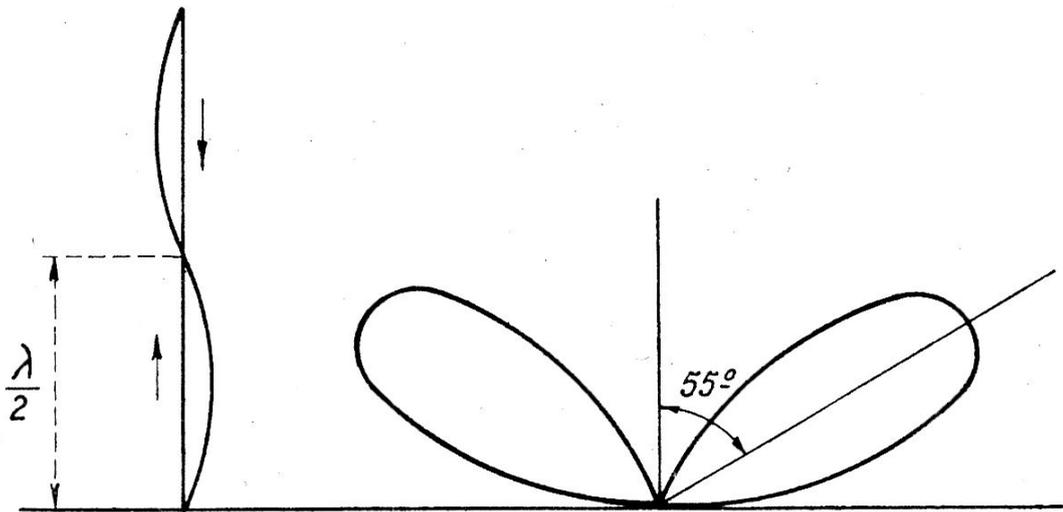


Fig. 18.

en deux ventres consécutifs. Il en résulte une distribution du champ beaucoup plus compliquée qu'avec les antennes ordinaires.

Si l'on considère par exemple le cas d'une antenne vibrant en onde entière, on voit que son champ est nul dans l'horizon et vers le zénith; si on la suppose isolée dans l'espace, son champ est représenté par le diagramme polaire (fig. 18) ci-contre; le champ est maximum pour une distance zénithale de 55° environ.

On obtient des résultats de même genre avec des antennes courtes placées en présence de la terre, mais à une certaine hauteur au-dessus d'elle. Soit par exemple (fig. 19) un doublet vertical placé à une hauteur $\lambda/2$ au-dessus du sol, on voit que le champ sera nul pour une distance zénithale de 60° , car les courants sont égaux dans le doublet A et son image A' et leurs champs présentent une différence de marche de $\lambda/2$, donc une différence de phase de π .

12. — **Hauteur de rayonnement d'une antenne.** — Considérons une antenne *verticale* de hauteur h ; soit I et I_0 les amplitudes du courant en un point quelconque M et au ventre de courant¹, généralement situé à la base de l'antenne.

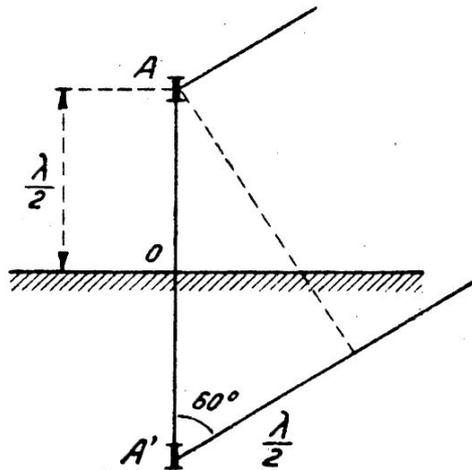


Fig. 19.

Désignons par dz un élément de la longueur du fil; on nomme hauteur de rayonnement la longueur h_r définie par la relation :

$$(6) \quad I_0 h_r = \int_0^h I dz.$$

D'après ce qui précède (nos 9 et 10-a) on reconnaîtra facilement que la seconde de ces expressions est proportionnelle au champ de l'antenne dans l'horizon et que la première est dans le même rapport avec le champ d'une antenne de hauteur h_r qui serait parcourue sur toute sa hauteur par le courant I . On en déduit la définition suivante :

La hauteur de rayonnement d'une antenne est la longueur d'une autre antenne, verticale, qui serait parcourue sur toute sa hauteur par un courant égal à celui qui existe au ventre de la première et qui produirait le même champ que la première, à la surface du sol supposé parfaitement conducteur.

Cette dernière définition s'étend facilement à toutes les formes d'antennes qu'elles soient « ouvertes » comme les antennes habituelles d'émission ou « fermées » comme un cadre; le deuxième membre de la relation 6 doit être remplacé par une expression plus compliquée, qui tienne compte

1. Il faut entendre ici par ventre de courant le point de l'antenne où le courant est maximum et non, comme au chapitre précédent, celui où la dérivée $\frac{di}{dz}$ est nulle.

des déphasages provenant de ce que tous les éléments de l'antenne ne sont plus sur une même verticale; cette expression est toujours facile à écrire, nous examinerons ailleurs la question pour le cas d'un cadre. Dans le cas général, il est nécessaire de tenir compte de la direction de l'horizon dans laquelle on cherche la hauteur de rayonnement, car les déphasages dépendent de cette direction. La formule 6 s'applique néanmoins rigoureusement à toute antenne à montée verticale et à nappe horizontale, h étant alors la hauteur de la nappe.

Comme la distribution du courant dans une antenne ouverte est très sensiblement sinusoïdale, on peut facilement calculer la hauteur de rayonnement de quelques antennes. Pour une antenne verticale vibrant en quart d'onde, $h_r = 2h/\pi$; pour une antenne verticale travaillant sur une onde beaucoup plus grande que $4h$, $h_r = 1/2 \cdot h$; enfin pour une antenne terminée par une nappe importante on aurait sensiblement $h_r = h$, car la capacité terminale étant grande, le courant serait à peu près constant le long du fil vertical de montée.

Dans la réalité, ces calculs n'ont aucun intérêt absolu. Ils peuvent renseigner sur les valeurs relatives de deux antennes différentes installées au même point, mais les résultats qu'ils fournissent sont toujours assez notablement supérieurs à ceux de l'observation. Si la terre proprement dite peut être généralement considérée comme très conductrice, toutes les irrégularités du sol, arbres, maisons, etc..., absorbent une part notable d'énergie; les supports de l'antenne font de même ou bien produisent un rayonnement secondaire, de telle sorte que, même sur la mer, 100 fois plus conductrice que le sol, il est impossible de retrouver les hauteurs de rayonnement indiquées par le calcul et *il n'existe qu'un moyen de les déterminer, c'est la mesure du champ à une distance de l'antenne de quelques longueurs d'onde.*

Il arrive d'ailleurs le plus souvent que, même pour une antenne verticale, la hauteur de rayonnement que l'on obtient ainsi varie un peu suivant les directions dans lesquelles on opère.

Les hauteurs obtenues avec les types d'antennes à nappe horizontale varient entre 0,5 et 0,7 de la hauteur géométrique; avec des antennes en parapluie on peut obtenir des valeurs inférieures.

13. — Hauteur effective de réception d'une antenne. — *La hauteur effective de réception h_{eff} est celle d'une antenne qui, parcourue sur toute sa hauteur par un courant uniforme égal à celui qui circule au ventre de cou-*

rant¹ du collecteur réel, capterait la même quantité d'énergie que ce dernier.

Examinons encore le cas d'une antenne ne comportant qu'une montée verticale et une nappe horizontale. Conservons les notations du numéro précédent et appelons en outre W_c l'énergie captée et E l'amplitude du champ de l'onde; ce champ étant constant le long d'une verticale, on a :

$$W_c = \frac{1}{2} E h_{eff} I_0 = \frac{1}{2} \int_0^h E I dz = \frac{1}{2} E \int_0^h I dz$$

d'où :

$$h_{eff} I_0 = \int_0^h I dz.$$

On voit que h_{eff} est égale à la hauteur de rayonnement de la même antenne. Il peut cependant y avoir des différences importantes dans les valeurs que fournit l'expérience; les mêmes causes que nous avons signalées au numéro précédent agissent à la réception, mais dans des rapports différents.

14. — Expression du champ d'une antenne à courte distance. — D'après ce que nous avons dit au numéro 12, le champ d'une antenne près du sol, à la distance r peut s'obtenir par la formule 4 (n° 7-b) en y remplaçant l par la hauteur de rayonnement h_r , I par le courant au ventre I_0 et θ par 90° . On multipliera le second membre par 2 pour tenir compte du sol.

Le champ s'exprime le plus souvent en microvolts par mètre; en mesurant h_r en mètres, λ et r en kilomètres, l'amplitude du champ est donnée par :

$$(7) \quad E_m^{\mu V} = \frac{120 \pi h_r I_0}{\lambda^2 r^2}$$

Il doit être bien entendu que la distance, courte par rapport aux portées habituelles, est notablement supérieure à la longueur d'onde. La valeur du champ aux grandes distances dépend d'un très grand nombre de facteurs et sera étudiée en détail au chapitre xv.

§ III. — RÉSISTANCE DE RAYONNEMENT.

15. — Résistance de rayonnement d'une antenne. — Le théorème de Pointing permet de calculer l'énergie rayonnée par un doublet et par suite sa résistance de rayonnement (L. BLOCH, n° 9-VIII); s'il a une

1. Voir la note page 250.

longueur l , travaille sur une onde λ et est placé verticalement au contact d'une terre parfaite, cette résistance sera :

$$R_r = 160\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2.$$

Or, il résulte des considérations du numéro 10-c que le champ de la majorité des antennes pour ondes longues provient à peu près uniquement de leurs éléments de courant verticaux. Si donc la hauteur d'une antenne est faible relativement à λ on pourra lui appliquer approximativement le formule précédente; mais il paraît naturel d'y introduire la hauteur de rayonnement de façon à pouvoir considérer tous les doublets constituants comme parcourus par la même intensité, l'intensité au ventre de courant. L'expérience justifie cette manière de voir dans les limites où elle permet de déterminer R_r ; on peut alors écrire :

$$(8) \quad R_r^{ohms} = 160\pi^2 \left(\frac{h_r}{\lambda}\right)^2.$$

Les approximations consenties pour écrire cette formule deviennent de plus en plus grossières à mesure que le rapport (h_r/λ) augmente. Pour une antenne quart d'onde, à la terre, elle donne par exemple 40 ohms alors qu'un calcul exact fournirait 36,6 ohms; pour des valeurs plus grandes de (h_r/λ) elle ne doit être employée qu'avec circonspection.

Mais il ne faut pas s'abuser sur l'intérêt d'un calcul précis pour ces problèmes. Si l'on connaissait un moyen pour mesurer exactement les résistances de rayonnement, on trouverait certainement entre le calcul, dit exact, et l'expérience, des écarts de même genre que pour les hauteurs de rayonnement; *il ne faut pas demander aux formules autre chose que des résultats approchés ou des comparaisons entre des dispositifs analogues.* La formule précédente satisfait à ces besoins pour toutes les antennes employées en ondes longues. Elle n'aurait bien entendu aucun sens pour des antennes vibrant dans les cas examinés au n° 4.

16. — Valeurs numériques des résistances de rayonnement. — Pour la plupart des antennes travaillant sur ondes longues ou moyennes, la résistance de rayonnement est extrêmement faible. L'antenne de Lafayette par exemple, a une hauteur effective de 170 mètres environ et elle travaille sur 19.000 mètres; on a donc :

$$R_r = 0,13 \text{ ohm.}$$

La hauteur de rayonnement d'une antenne de grand navire est de

l'ordre de 20 mètres; sur des ondes de 600 à 2.000 mètres sa résistance de rayonnement est donc 1,8 ou 0,16 ohm.

Le plus souvent la résistance d'antenne provenant des pertes dans la terre ou les obstacles voisins est très supérieure à la résistance de rayonnement. Dans les postes à ondes très longues, le rapport de ces deux résistances atteint normalement 8 ou 9, ce qui met le rendement de l'antenne à 1/10 seulement. Ce rendement s'améliore rapidement à mesure que la longueur d'onde diminue et de ce point de vue les ondes courtes ont un avantage très marqué car le rapport $\frac{h_r}{\lambda}$ augmente beaucoup. Si, par exemple, $h_r = 4 \text{ m}$, et $\lambda = 30 \text{ m}$. la résistance de rayonnement atteint 39 ohms et avec un peu de soin dans l'établissement de l'antenne on peut réduire les pertes parasites à une valeur presque négligeable.

17. — Résistance de rayonnement d'une antenne élevée au-dessus du sol. — La formule 8 cesse d'être applicable pour une antenne qui ne serait pas connectée à la terre et serait installée à une certaine hauteur au-dessus du sol, comme il arrive souvent pour les ondes courtes. La distance entre l'antenne A et son image A' joue alors un rôle important dans la distribution du champ en hauteur et modifie beaucoup la résistance de rayonnement. Nous allons examiner cette question en supposant l'antenne réduite à un doublet, comme sur la figure 19.

Soit h la hauteur de ce doublet au-dessus du sol; pour trouver la résistance de rayonnement on opèrerait comme pour un doublet isolé dans l'espace, on calculerait le champ en un point quelconque, puis le vecteur de Pointing correspondant et on intégrerait le flux de ce vecteur sortant d'une demi-sphère placée au-dessus du sol; on diviserait ensuite le résultat par I^2 . Si R est le résultat de ce calcul et R_0 la valeur particulière de R correspondant au cas où $h = 0$ (doublet à la terre), on trouve :

$$\frac{R}{R_0} = \frac{1}{2} \left(1 + 3 \frac{\sin m - m \cos m}{m^3} \right) \quad \text{avec } m = 4\pi \frac{h}{\lambda}$$

Quand h croît à partir de zéro, $\frac{R}{R_0}$ part de l'unité et décroît jusqu'à 1/2, valeur atteinte pour $h/\lambda = 0,36$; à partir de là, ce rapport oscille autour de 1/2, sans s'en écarter de plus de quelques centièmes, et sa valeur limite, correspondant à une antenne isolée dans l'espace, est 1/2.

Ce résultat est obtenu pour un sol parfaitement conducteur; pour avoir une idée de l'influence que peut produire une conductivité insuffisante

de la terre, examinons le cas où celle-ci absorberait toute l'énergie qui l'atteint. Comme aucune énergie ne serait alors renvoyée vers l'antenne, le régime de celle-ci ne serait en aucune façon modifié par la présence du sol, sa résistance de rayonnement serait donc la même que celle d'une antenne isolée dans l'espace.

Mais le sol, même très résistant, n'absorbe pas complètement les ondes; nous verrons plus loin que grâce à ses propriétés diélectriques il les réfléchit encore d'une façon appréciable et il faudrait tenir compte du champ réfléchi dans le calcul du vecteur de Pointing; néanmoins dans les conditions d'approximation que l'on peut espérer dans ces questions et en raison de la réflexion imparfaite qui se produit alors, on peut s'en tenir au résultat ci-dessus.

On peut donc dire en général qu'une antenne peut être considérée comme isolée dans l'espace quand sa hauteur au-dessus du sol est égale ou supérieure à une demi-longueur d'onde; sa résistance est alors approximativement $80 \pi (h/\lambda)^2$. Pour une antenne vibrant en demi-onde, cela fait 80 ohms; un calcul plus précis donne 73 ohms.

BIBLIOGRAPHIE

1. BLOCH (L.). — Voir bibliographie du chapitre VIII.
2. VIEILLARD (M.). — *Longueur d'onde et Propagation*. -- Gauthier-Villars.
3. VIEILLARD (M.). — *Les antennes*. — Cours lithographié de l'Ecole Supérieure d'Electricité.

CHAPITRE XI

RÉSISTANCES EN HAUTE FRÉQUENCE

§ I. — RÉSISTANCE DES BOBINES.

1. — Dissipation d'énergie dans les milieux matériels. — Les courants à haute fréquence produisent naturellement, comme les courants continus, des pertes d'énergie dans les conducteurs; mais pour un conducteur et une intensité de courant donnée, ces pertes sont généralement beaucoup plus élevées, car le courant ne se distribue plus uniformément dans toute la section du conducteur dont la résistance apparente se trouve augmentée.

Nous allons étudier les causes et les effets de cet accroissement, mais disons tout de suite que la dissipation d'énergie sous forme de chaleur ne se trouve plus limitée aux actions du champ électrique sur les corps conducteurs. Ce champ, agissant sur les électrons liés des diélectriques, leur imprime un mouvement continu pendant toute la durée de son action, et il en résulte de nouvelles pertes qui peuvent prendre une importance considérable, au point de dépasser parfois dans un système donné celles qui se produisent dans les conducteurs. L'étude de cette question fera l'objet du chapitre suivant.

Les théories relatives aux problèmes de dissipation d'énergie donnent lieu à des développements mathématiques étendus et hors de proportion avec le cadre de cet ouvrage, aussi n'en donnerons-nous que les principes en renvoyant pour les détails à d'autres sources.

2. — Résistance d'un conducteur rectiligne. — Le cas d'un conducteur rectiligne à section circulaire, illimité, isolé dans l'espace, peut être traité rigoureusement par le calcul et les résultats de la théorie se trouvent parfaitement d'accord avec l'expérience. Pour traiter la question, on introduit dans les équations de MAXWELL les coordonnées cylindriques, en prenant pour axe celui du conducteur; pour le régime entretenu on tombe ainsi sur une équation de BESSEL où la variable est la distance à l'axe [2]. La distribution du courant dans le conducteur peut alors se développer en série et on en déduit la résistance. Il est commode de rapporter la résistance R_a en courant alternatif à la résistance R en courant continu et de mettre en tables les valeurs numériques du rapport R_a/R_c . L'argument d'entrée dépend de la fréquence f , du diamètre du

fil d , de la résistivité ρ du métal et de la perméabilité magnétique μ de ce dernier; nous désignerons cet argument par la lettre z , son expression est, en exprimant la fréquence en cycles par seconde

$$(1) \quad z = \pi d \sqrt{\frac{2f\mu}{\rho}} \quad \text{U. E. M. c. g. s.}$$

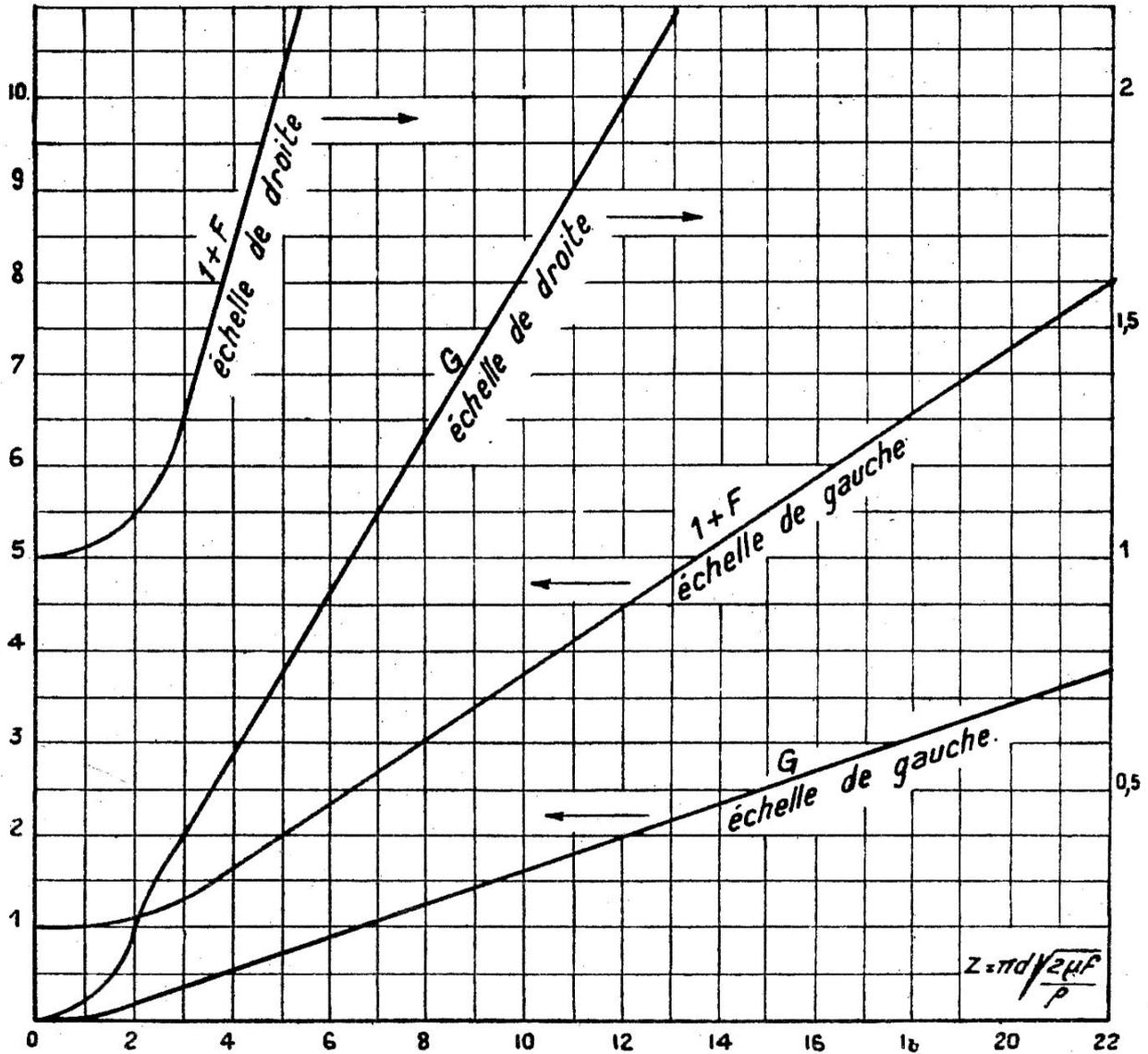


Fig. 1.

Coefficients des formules de BUTTERWORTH (n° 10). Le facteur $(1 + F)$ se rapporte à un fil rectiligne; le facteur G est relatif à l'accroissement de résistance dû à l'enroulement.

En général, μ est égal à 1 et pour le cas le plus courant, celui du cuivre de résistivité $\rho = 1.800$, z peut s'écrire :

$$(2) \quad z = 0,330 d^{mm} \sqrt{\frac{f^{\text{ks}}}{s}} = 5,7 \frac{d^{mm}}{\sqrt{\lambda^{\text{km}}}}$$

où d est exprimé en millimètres, f en kilocycles par seconde et λ en kilomètres.

BUTTERWORTH désigne le rapport $\frac{R_a}{R_c}$ par $(1 + F)$ et la figure 1 donne en fonction de z la forme de la courbe qui le représente.

Quand on n'a pas besoin d'une grande précision, on peut calculer immédiatement $(1 + F)$ par la formule empirique :

$$1 + F = 0,12 d^{0,0001} \sqrt{\frac{fc}{f^s}} + 0,25 = 2,07 \frac{d^{0,0001}}{\sqrt{\lambda^{0,0001}}} + 0,25.$$

La quantité G figurant sur le même graphique et dont nous parlerons plus loin (n° 10) serait dans les mêmes conditions :

$$G = 0,06 d^{0,0001} \sqrt{\frac{fc}{f^s}} - 0,123 = 1,04 \frac{d^{0,0001}}{\sqrt{\lambda^{0,0001}}} - 0,123.$$

Ces formules donneraient pour des ondes longues des coefficients $(1 + F)$ et G inférieurs à l'unité ou à zéro, ce qui serait absurde. Il faut donc convenir que l'on prendra $(1 + F) = 1$ et $G = 0$ quand ces cas se rencontreront.

Pour calculer rapidement la résistance d'un fil de cuivre en continu, il est commode de remarquer que la résistance de cent mètres d'un fil de un millimètre de diamètre est égale à 2,2 ohms.

3. — Effet pelliculaire. — La cause physique de l'augmentation de la résistance en haute fréquence se trouve dans le fait que la distribution du courant dans la section du conducteur cesse d'être uniforme comme en courant continu. Plus la fréquence est élevée, plus la densité du courant augmente en allant de l'axe vers la surface et, pour une fréquence infiniment grande, le courant n'existerait que sur la surface même.

En dehors de tout calcul, on ne s'étonnera pas de ce phénomène si l'on se rappelle que le siège de l'énergie électrique se trouve dans les diélectriques et que c'est en somme par eux qu'elle se transmet. Quand cette transmission se fait à faible fréquence, les effets extérieurs ont le temps de pénétrer dans toute la masse du conducteur, mais quand la fréquence devient grande, le courant dans un sens n'a pas le temps de s'établir dans toute la section du métal avant le moment où les actions changent de sens pour produire un courant inverse.

Au numéro 12 nous étudierons de plus près cet effet pelliculaire dans le cas simple d'une plaque.

4-a. — **Résistance d'un conducteur enroulé.** — Quand plusieurs conducteurs sont placés parallèlement l'un à l'autre dans un même plan, leur résistance reste à peu près égale à celle que l'on peut calculer par les formules du n° 2, si leur distance d'axe en axe n'est pas trop petite, par exemple, si cette distance est supérieure à 8 ou 10 fois le diamètre du fil. Mais si cette distance diminue, la distribution du courant dans la section des fils se modifie et la résistance effective augmente encore. Il en est naturellement de même quand le fil est enroulé en bobine suivant une hélice de faible pas et de grand diamètre.

C'est naturellement à l'intérieur de la bobine que la densité d'énergie

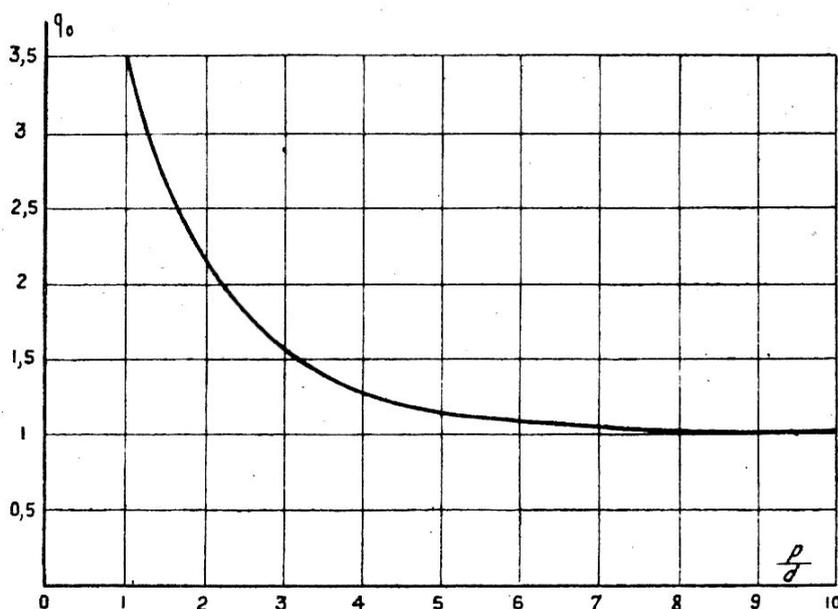


Fig. 2.

Accroissement approximatif de la résistance, résultant de la proximité des fils d'une bobine p , pas de l'enroulement; d , diamètre du fil.

dans le diélectrique est la plus forte; c'est donc la face des conducteurs qui est tournée vers l'intérieur qui recevra le maximum d'énergie et c'est aussi de ce côté que le courant sera le plus fort. Dans ces conditions, le courant dans un conducteur ne sera plus réparti régulièrement dans toutes les directions autour de son axe et la section qu'il traversera sera plus faible que quand le fil est isolé : la résistance augmentera.

ABRAHAM et BLOCH d'une part et SOMMERFELD de l'autre ont étudié cette question difficile pour le cas d'une bobine de dimensions infinies et pour une fréquence infinie. Ils ont trouvé que la résistance pour un fil droit isolé dans l'espace devait être multipliée par un coefficient « d'enroulement » fonction du rapport p/d du pas de l'enroulement au dia-

mètre du fil, coefficient q_0 donné par le graphique de la figure 2. Plus récemment, PALERMO et GROVER [5] ont repris la même question en considérant des dimensions et des fréquences finies. Ils ont montré que le coefficient d'enroulement pouvait être notablement plus élevé que celui donné par le graphique, surtout pour les rapports p/d voisins de l'unité; pour certaines bobines de dimensions normales, il dépasse 6 pour un rapport $p/d = 1,14$ et une fréquence $f = 1.500$ kc/s. Ils ont fait remarquer en outre qu'il est impossible de donner à ce sujet des formules simples, car le coefficient ne dépend pas seulement de p/d , mais de p et de d séparément, ainsi que de la longueur l et du diamètre D de la bobine. On trouve dans leur article plusieurs exemples correspondant à des bobines couvrant la gamme de la radiodiffusion et contrôlés par l'expérience. Les calculs sont très longs et peu adaptés aux usages de la pratique.

Avant eux, BUTTERWORTH avait pris la question d'une façon différente et donné des formules tenant compte des actions réciproques des spires de la bobine; nous donnerons sur ses formules les indications nécessaires pour permettre leur usage.

Comme elles fournissent les résultats en fonction de p/d et du rapport l/D de la longueur de la bobine à son diamètre, elles ne donnent pas toujours des valeurs exactes. Pour les pas très serrés, il peut y avoir des différences atteignant et dépassant 50 %; les valeurs calculées sont généralement trop faibles. Néanmoins ces formules sont les plus voisines de la réalité parmi celles dont le calcul est aisé et on peut les employer dans un projet à condition de tenir compte d'une marge suffisante et de vérifier expérimentalement les résultats, chaque fois qu'il est possible.

4-b. — Influence mutuelle des spires d'une bobine. — Dans sa théorie [3], BUTTERWORTH isole par la pensée une des spires, et considère les modifications de la distribution du courant dans cette spire sous l'influence du champ magnétique provenant des autres fils.

Nous ne pouvons entrer dans le détail de cette question qui comporte de trop longs développements et nous nous contenterons de montrer l'origine des pertes supplémentaires dans un fil enroulé en bobine.

Considérons sur la figure 3 une section de la bobine par un plan diamétral. Faisant abstraction de la spire S , remarquons que l'ensemble des autres spires crée en S un champ magnétique $H. \sin \omega t$; cette spire est donc plongée dans un champ dû à l'enroulement. Représentons sa section agrandie sur la figure 4 et séparons par la pensée deux filets A

et A' du conducteur; le flux alternatif qui passe entre ces deux filets crée dans le circuit qu'ils forment et que l'on peut considérer comme fermé aux extrémités du fil, une force électromotrice $2 H \times \omega \cdot \cos \omega t$ par unité de longueur.

Si les filets étaient isolés, ils seraient parcourus par un courant circulant en sens inverses dans A et A' . Ce courant ne produirait aucun effet utile, au contraire, il se superposerait au courant général et donnerait

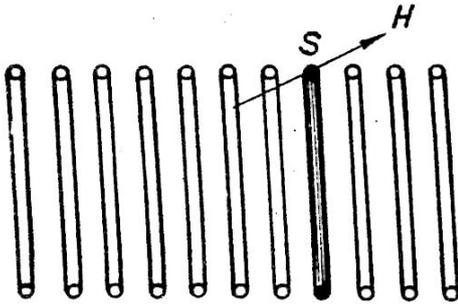


Fig. 3.

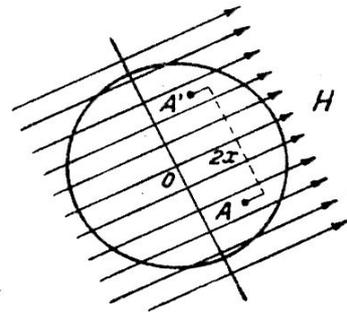


Fig. 4.

lieu à des pertes supplémentaires. C'est ce phénomène relativement simple qui se produirait si le conducteur était constitué par des fils fins rectilignes, isolés et juxtaposés; en cherchant l'expression du champ aux différents points de l'enroulement, on pourrait calculer approximativement par intégrations les pertes nouvelles. Mais dans le cas d'un conducteur plein, le problème est beaucoup plus complexe, car l'existence même des courants parasites modifie la distribution de la densité de courant dans la section; on n'en conçoit pas moins que des courants nuisibles se produisent encore et que la résistance efficace de la bobine se trouve accrue.

Aux numéros 13 et 14, nous étudierons le cas beaucoup plus simple d'une plaque plongée dans un champ magnétique et nous pourrons nous rendre compte de l'allure des phénomènes; les courants parasites se localisent d'autant plus à la surface du conducteur que la fréquence est grande.

4-c. — Courants tourbillonnaires dans les fils. — On donne souvent aux courants parasites dont nous venons de déceler l'existence, le nom de courants tourbillonnaires. Si le champ magnétique qui les produit était le même sur toute la longueur du fil d'une bobine, les deux courants de sens inverses que produit ce champ auraient la même valeur d'un bout à l'autre du fil et ils se fermeraient l'un sur l'autre à ses extrémités. Mais, il n'en est pas ainsi; le champ magnétique varie avec la

position de l'élément de conducteur que l'on considère et les courants parasites se ferment partiellement en tous les points du fil. Ce sont de véritables courants tourbillonnaires qui se superposent au courant principal.

4.d. — Pertes d'énergie dans les spires extrêmes. — Il est facile de voir que les spires extrêmes d'une bobine sont le siège d'une dissipation d'énergie beaucoup plus importante que les spires centrales. Pour le montrer, examinons seulement l'action des spires voisines de la spire considérée.

Le champ des deux spires A et C contiguës à une spire B est représenté approximativement sur la figure 5, ce champ étant nul au point B et faible dans son voisinage.

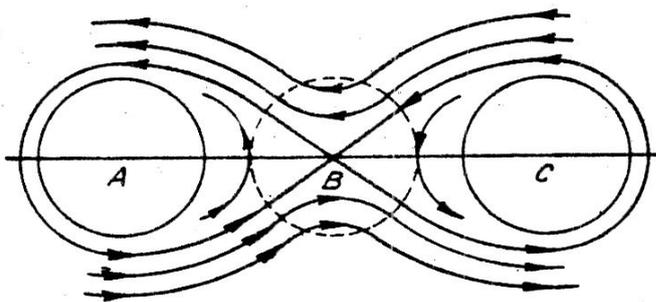


Fig. 5.

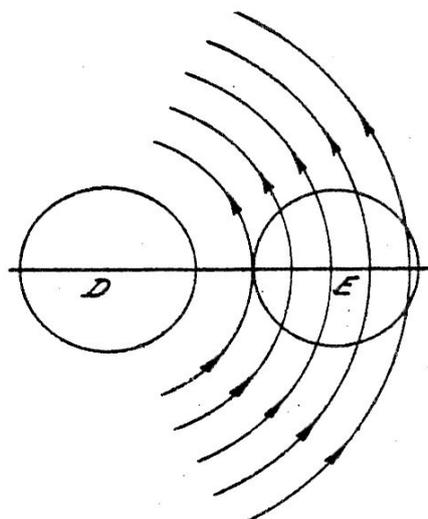


Fig. 6.

considère une spire E située à l'extrémité de la bobine, le champ de D n'est plus compensé par celui d'une autre spire, symétrique par rapport à E et la dernière spire se trouve dans un champ beaucoup plus intense. On reconnaît sans peine que le raisonnement fait pour les spires contiguës s'étend à celles qui seraient à des distances plus grandes. Pour ces raisons, la résistance d'une bobine courte est relativement plus grande que celle d'une bobine longue.

Cet accroissement de la dissipation d'énergie dans les spires extrêmes se manifeste très nettement dans les inductances des postes d'émission où l'on peut constater un échauffement anormal des spires extrêmes, souvent assez intense pour enflammer les supports s'ils n'ont pas été établis en conséquence.

5-a. — Bobines à plusieurs couches. — D'une façon générale, on obtient les bobines de moindre résistance, à égalité de self-induction, en les enroulant en solénoïdes à une seule couche, dont le pas n'est pas inférieur à 2 ou 3 fois le diamètre du fil; mais cela conduit souvent à des dimensions encombrantes, aussi a-t-on cherché à faire des bobines à plusieurs couches; il faut alors les enrouler sur des carcasses disposées de façon à obtenir un intervalle d'air entre deux couches consécutives. La différence de potentiel existant entre les spires voisines de ces deux couches est naturellement beaucoup plus élevée que celle qui existe entre deux spires voisines d'une même couche et cette différence de potentiel donne lieu à des pertes supplémentaires dans les isolants; pour les réduire, il y a intérêt à employer le type d'enroulement suivant : après avoir enroulé une couche, au lieu de commencer la suivante là où finit la première, on revient au point de départ; la tension est alors la même entre toutes les spires correspondantes des deux couches et les pertes sont atténuées.

Pour des fréquences très basses, on peut parfois faire des enroulements plus serrés en supprimant les intervalles d'air, car les pertes dans les isolants sont beaucoup plus faibles. On peut encore diviser la bobine en plusieurs sections de courte longueur, enroulées successivement puis juxtaposées avec interposition d'un bon isolant.

Un autre inconvénient des bobines de dimensions réduites à plusieurs couches est la forte capacité qui existe entre les couches voisines; la capacité propre de la bobine est alors fortement augmentée et peut devenir nuisible à un bon fonctionnement (n° 23-ix).

5-b. — Bobines en fond de panier, nid d'abeille ... — Les enroulements en fond de panier, nid d'abeille..., aujourd'hui courants, constituent des bobines de qualité acceptable, mais leur résistance est toujours nettement plus élevée que celle des solénoïdes à une couche. Il n'existe pas de formules de calcul pour ces genres très divers, mais on peut se faire une idée de leur résistance en employant les formules de BUTTERWORTH pour les bobines à plusieurs couches, dont les arguments sont les dimensions extérieures de l'enroulement (n° 10).

HUND et GROTT ont publié les résultats de nombreuses mesures faites sur de telles bobines construites pour couvrir la gamme de fréquence de la radio-diffusion; on peut se rapporter à ces mesures [5].

6. — Emploi du fil divisé. — Puisque les courants de haute fréquence se portent à la surface des conducteurs, le métal de ces derniers est mal

utilisé et la résistance efficace devient beaucoup plus grande que si la densité de courant était uniforme dans toute la section. C'est en vue d'obtenir cette uniformité que l'on emploie les conducteurs dits en fil divisé et qui sont constitués par des fils très fins, isolés et cordés. BUTTERWORTH a également donné les formules pour le calcul de la résistance des bobines à fil divisé (n° 10).

Nous insisterons sur les précautions à prendre pour l'emploi de tels conducteurs qui doivent être parfaitement appropriés à l'usage que l'on compte en faire et déterminés en conséquence; cette détermination est d'autant plus délicate que la fréquence est élevée. Le cordage doit être réalisé de façon que chacun des brins employés occupe successivement, le long du conducteur, toutes les positions possibles dans sa section droite. De cette façon, chacun des brins reçoit la même force électromotrice et est parcouru par le même courant; si au contraire certains

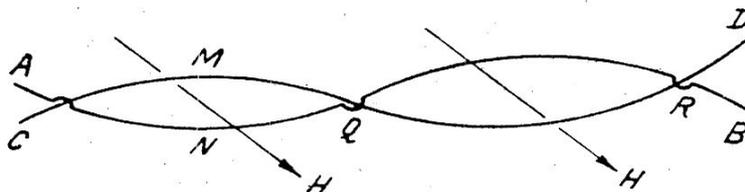


Fig. 7.

brins restaient toujours dans le voisinage de l'axe, ils seraient abrités du champ extérieur par ceux de la périphérie et ils contribueraient très peu au passage du courant. On procède en général en formant un premier toron de trois brins cordés à la façon d'une ficelle ordinaire; puis avec trois de ces torons on en constitue un nouveau, cordé de la même manière et ainsi de suite.

En dehors des pertes dans le conducteur, il y a d'ailleurs lieu de tenir compte de celles qui peuvent se produire dans l'isolant et qui seront étudiées au chapitre suivant. Le champ magnétique dans lequel sont plongés les différents brins du câble donne en effet lieu à des différences de potentiel entre ces brins dans une même section droite. Considérons par exemple (fig. 7) deux brins AB et CD qui reviennent en contact aux points P, Q et R. La boucle PMQN est traversée par un champ H qui y induit une force électromotrice, de telle sorte qu'il existe en P et Q entre les brins voisins des différences de potentiel qui donnent naissance à des pertes d'énergie dans l'isolant. Ces pertes sont d'autant plus importantes que la fréquence est grande.

D'une façon générale, le fil divisé n'offre d'avantages que pour les

ondes longues et moyennes; quand on mesure la résistance d'une bobine en fil divisé et d'une autre bobine en fil plein pour des fréquences croissantes, les deux bobines étant établies dans les meilleures conditions, on constate que la bobine en fil divisé est moins résistante que l'autre pour les fréquences les plus basses. La différence s'atténue quand la fréquence croît et finit par changer de signe pour des fréquences rarement supérieures à 1.000 à 2.000 Kc/s.

7. — **Bobines à noyau de fer.** — Pour diminuer l'encombrement des bobines, on a cherché depuis longtemps à augmenter leur self-induction en y introduisant un noyau de fer, comme dans les bobines à fréquence industrielle. Mais avec les hautes fréquences le fer entraîne des pertes d'énergie considérables par suite des courants de Foucault et de l'hystérésis quand on ne prend pas de précautions spéciales; en outre la perméabilité apparente devient très faible. Nous étudierons cette question en

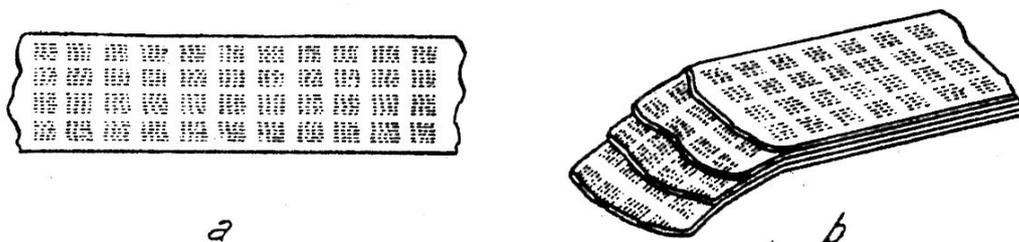


Fig. 8.

détail au chapitre XIII; pour le moment signalons seulement le procédé employé pour lutter contre ces inconvénients : il consiste à diviser la masse du noyau soit en juxtaposant des feuilles fines de fer, isolées les unes des autres par un vernis, soit en réduisant le métal en une fine limaille enrobée dans un produit isolant.

Le feuilletage est suffisant pour des fréquences de l'ordre de 10 à 20 kc/s, mais quand on atteint celles de quelques centaines de kc/s, il devient indispensable d'avoir recours au second procédé; encore doit-on prendre la précaution de limiter la densité de la limaille en ménageant entre ses grains des intervalles assez importants pour rendre négligeables les courants de capacité entre grains et les pertes qui en résultent, tant dans l'isolant que dans le métal.

L'un des systèmes entré dans la pratique est celui connu sous le nom de « Ferrocart » [8]. La limaille est répartie, par des procédés mécaniques et magnétiques sur des bandes de papier en groupes de filets (fig. 8-a) et collée sur ce papier par un enduit approprié; puis un nombre suffisant de bandes sont superposées pour obtenir le volume nécessaire (fig. 8-b).

Les premières bobines ainsi constituées ont affecté la forme de tores; aujourd'hui on utilise des dispositions analogues à celles des transformateurs industriels, comme celle représentée par la figure 9. Le flux magnétique se ferme à travers une plaque mobile P dont on peut ajuster la distance au noyau à trois branches; en réglant convenablement l'entrefer on donne facilement à la bobine une self-induction de valeur très exacte [9].

Des bobines «Ferrocart» de 150 micro-henrys environ ont, dans la gamme de 500 à 1.500 kc/s des décrets variant à peu près entre $1/60$ pour

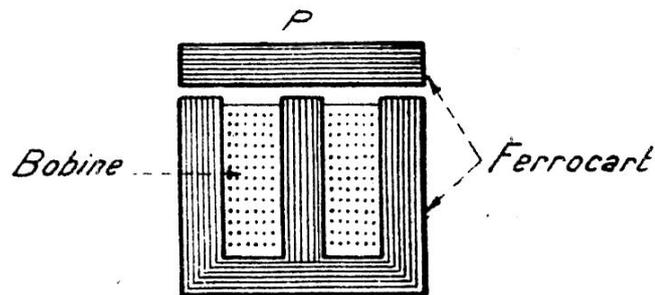


Fig. 9.

500 kc/s et $1/20$ pour 1.500 kc/s; ces valeurs [4] quoiqu'un peu élevées sont cependant acceptables dans de nombreux cas; *elles sont, en tous cas, notablement inférieures à celles que l'on obtiendrait avec des bobines sans fer de même encombrement.*

Il a d'ailleurs paru récemment sur le marché, sous le nom de « Ferrolyte » et de « Sirufer » de nouvelles bobines dont les décrets sont beaucoup plus faibles et descendent à $1/100$ et même $1/120$; la poudre de fer est enrobée dans un diélectrique moulé. Elles concurrencent avantageusement les meilleures bobines commerciales sans fer.

L'encombrement et le poids de toutes ces bobines sont très réduits; leurs dimensions extérieures sont généralement inférieures à 3 ou 4 centimètres et le poids de leurs noyaux peut tomber à 7 grammes; de telles qualités sont fort appréciables pour la construction des récepteurs. Une autre qualité non moins importante provient de la concentration de leur flux, presque entièrement canalisé dans le noyau; l'emploi de telles bobines permet donc de lutter avantageusement contre les réactions parasites créées par les bobines cylindriques sans fer. Elles sont d'ailleurs le plus souvent placées sous écrans métalliques, sans qu'il en résulte de pertes supplémentaires ou de variations sensibles de la self-induction, le flux des bobines ne rencontrant pas les écrans.

Des noyaux de poudre de fer d'une constitution différente ont été décrits

par Polydoroff [7]; la poudre est obtenue par des procédés chimiques et noyée dans une bakélite.

Avec tous ces systèmes la perméabilité magnétique apparente des noyaux est voisine de 10 (n° 3-XIII).

8. — Résistance d'une bobine dans le voisinage de sa fondamentale.

— Quand la fréquence d'excitation s'approche de la fréquence fondamentale de la bobine, le courant cesse d'être à peu près constant sur toute la longueur du fil (n° 22-IX) de telle sorte que pour définir la résistance il est nécessaire de préciser le point où on prend la valeur du courant. Il est naturel de choisir le point milieu de l'enroulement, où le courant est maximum. Soit I_0 l'amplitude de ce courant maximum; en appelant W l'énergie dissipée, on définira la résistance R par la relation :

$$W = \frac{1}{2} R I_0^2.$$

Soit alors R' la résistance calculée en supposant l'amplitude du courant constante sur toute la longueur du fil, la résistance unitaire sera, en désignant par $2l$ la longueur du fil, $R_1 = \frac{R'}{2l}$ et l'on pourra écrire :

$$\frac{1}{2} R I_0^2 = \frac{1}{2} \frac{R'}{2l} \int_{-l}^{+l} I^2 dx$$

I étant l'amplitude du courant à la distance x du milieu. On sait que :

$$I = I_0 \cos \alpha_1 x \quad \alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}$$

et l'on trouve :

$$R = \frac{1}{2} R' \left(1 + \frac{\sin 2\alpha_1 l}{2\alpha_1 l} \right).$$

R est donc inférieure à R' ; dans le cas où la bobine serait excitée sur sa fondamentale, λ_1 serait égal à $4l$ et $2\alpha_1 l$ à π ; la valeur de R ne serait alors que la moitié de celle que l'on calculerait par les formules précédentes en supposant l'amplitude du courant constante sur toute la longueur du fil. Ce raisonnement ne tient pas compte des courants tourbillonnaires dont l'importance relative augmente avec la fréquence, de sorte que la mesure donnera une valeur supérieure; il faut aussi remarquer qu'à la résistance ayant son siège dans le métal du fil s'en ajoute une autre provenant des pertes dans les diélectriques voisins et que nous étudierons tout à l'heure; cette résistance croît proportionnellement à la fréquence. Malgré cela, si l'on prend toutes les précautions voulues pour éliminer

dans la mesure du possible ces pertes diélectriques, on constate que la résistance ne croît que très lentement avec la fréquence dans le voisinage de la fondamentale et qu'elle peut même décroître.

On voit souvent exprimer l'opinion inverse et il en résulte une crainte injustifiée d'employer des bobines avec des capacités très faibles. Cette divergence provient de ce qu'on ne prend pas la même définition pour la résistance. Comme nous l'avons fait remarquer, pour donner un sens à la notion de résistance, chaque fois que l'amplitude du courant n'est pas la même en tous points du fil, il est nécessaire de préciser le point où l'on mesure l'intensité employée dans les formules. Il est clair que si l'on choisit ce point près de l'extrémité du fil, où le courant devient très faible, la résistance correspondante devient beaucoup plus grande, puisque la perte d'énergie $1/2 RI^2$ doit toujours être la même; si, avec un tel choix, on va jusqu'à la fondamentale on trouve une résistance infinie. On conçoit que le milieu du fil est le seul point logique à utiliser, car vers les extrémités le courant varie rapidement et la détermination faite dans ces conditions est très imprécise.

Le choix du point milieu a l'inconvénient d'obliger à couper la bobine en son milieu pour y introduire le thermo-élément et les résistances additionnelles qui servent aux mesures, mais c'est le seul moyen d'obtenir des résultats cohérents dans le voisinage de la fondamentale.

9. — Pertes provenant de l'emplacement et des connexions de la bobine. — Les valeurs approximatives que fournit le calcul des résistances ne tiennent compte que des dissipations d'énergie dans le métal du fil; elles supposent que les bobines sont montées sur des condensateurs parfaits, qu'elles sont suffisamment écartées des conducteurs et diélectriques voisins et qu'elles ne sont connectées à aucun autre système.

Les bobines entrant dans les appareils se trouvent rarement dans ces conditions; elles sont très proches de leurs parois et sont connectées à divers organes. *Il en résulte des pertes supplémentaires qui peuvent devenir très importantes; un accroissement de résistance de 25 % est presque normal, un accroissement de 50 % n'est pas exceptionnel.* Ces pertes nouvelles proviennent des courants induits dans les pièces métalliques voisines (n° 19-III) et de l'action du champ électrique sur les diélectriques (n° 8-XII). Elles sont aussi la conséquence des connexions imposées; par exemple, quand on réunit les bornes du condensateur au filament et à la grille d'une lampe pour exciter cette dernière, on introduit en parallèle sur ce condensateur la résistance R filament-grille qui peut être de quelques

centaines de mille ohms; c'est comme si l'on introduisait en série dans le circuit oscillant une résistance $R' = \frac{1}{C^2 \omega^2 R}$ (n° 21-III).

Il y a toujours lieu de tenir compte de ces conditions dans l'établissement d'un projet. Il est impossible de donner des règles précises pour éviter ces pertes supplémentaires; on doit se guider sur les remarques précédentes et les principes qui y sont rappelés; avec un peu d'expérience on réduit le mal au minimum.

10. — Formules et tables de calcul. — Les formules ci-dessous sont celles de BUTTERWORTH [3] :

- d diamètre du fil plein ou divisé,
- δ diamètre d'un brin de fil divisé,
- ρ résistivité du métal,
- μ perméabilité magnétique du métal,
- f fréquence,
- D diamètre extérieur de la bobine,
- l longueur de l'enroulement suivant l'axe de la bobine,
- t épaisseur de l'enroulement suivant un rayon,
- p pas de l'enroulement dans une couche cylindrique,
- n nombre total des spires,
- N nombre des brins du fil divisé,
- R_c résistance de la bobine en courant continu,
- R_f résistance de la bobine à la fréquence f ,

$$z = \pi d \sqrt{\frac{2f\mu}{\rho}} \text{ unités cgs, } f \text{ en cycles par seconde; pour le cuivre,}$$

$$z = 0,33 d^{mm} \sqrt{\frac{kc}{f^s}} = 5,7 \frac{d^{mm}}{\sqrt{\lambda^{km}}}$$

Les longueurs n'entrant que par leurs rapports, l'unité est indifférente sauf pour le diamètre du fil dans le calcul de z .

Solénoïde à une seule couche. Fil plein.

$$(3) \quad R_f = R_c \left[\alpha (1 + F) + (\beta u_1 + \gamma u_2) G \frac{d^2}{p^2} \right]$$

On trouve : $(1 + F)$ et G sur le graphique de la figure 1;
 u_1 et u_2 dans la table I; α , β et γ dans la table II.

Bobine à plusieurs couches. Fil plein.

$$(4) \quad R_f = R_c \left[(1 + F) + \frac{1}{4} \left(Kn \frac{d}{D} \right)^2 G \right]$$

On trouve : $(1 + F)$ et G sur le graphique de la figure 1 ;

K dans les tables III, IV ou V.

Cette formule peut aussi être employée pour les solénoïdes ou les disques à une seule couche au moyen des tables IV ou V en y entrant avec $m = 1$.

Bobine quelconque en fil divisé à brins isolés.

$$(5) \quad R_f = R \left\{ (1 + F) + \left[k \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(Kn \frac{d}{D} \right)^2 \right] N \cdot G \right\}$$

On calcule z avec le diamètre δ d'un brin

On trouve $(1 + F)$ et G sur le graphique de la figure 1

K dans les tables III, IV et V.

Les valeurs de k sont : 1,55 1,84 1,92 2
 pour $N =$ 3 9 27 grand.

TABLE I

$l/D.$	u_1	u_2	$l/D.$	u_1	u_2
0,0.....	3,29	0,00	2.....	1,11	5,47
0,2.....	3,13	0,50	4.....	0,51	7,23
0,4.....	2,83	1,23	6.....	0,31	8,07
0,6.....	2,51	1,99	8.....	0,21	8,52
0,8.....	2,22	2,71	10.....	0,17	8,73
1,0.....	1,94	3,35	∞	0,00	9,87

TABLE II

$d/p.$	$z = 1.$			$z = 2.$			$z = 3.$		
	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$
1,0.....	1,01	1,02	0,96	1,09	1,34	0,67	1,31	2,29	0,49
0,9.....	1,00	1,02	0,97	1,06	1,29	0,72	1,20	1,99	0,55
0,8.....	—	1,02	0,98	1,04	1,23	0,78	1,13	1,73	0,62
0,7.....	—	1,02	0,98	1,02	1,18	0,83	1,08	1,52	0,68
0,6.....	—	1,01	0,99	1,00	1,13	0,87	1,04	1,36	0,75
0,5.....	—	1,01	0,99	—	1,09	0,91	1,02	1,24	0,82
0,4.....	—	1,01	0,99	—	1,06	0,94	1,01	1,14	0,88
0,3.....	—	1,00	1,00	—	1,04	0,97	1,00	1,06	0,93
0,2.....	—	—	—	—	1,01	0,99	—	1,03	0,97
0,1.....	—	—	—	—	1,00	1,00	—	1,01	0,99

$d/p.$	$z = 4.$			$z = 5.$			$z = \text{inf.}$		
	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$
1,0.....	1,43	3,61	0,43	1,50	4,91	0,41	1,71	inf.	0,35
0,9.....	1,30	2,75	0,49	1,37	3,39	0,46	1,55	12,45	0,39
0,8.....	1,21	2,12	0,55	1,25	2,48	0,53	1,41	4,83	0,44
0,7.....	1,12	1,71	0,62	1,15	1,94	0,60	1,27	2,87	0,52
0,6.....	1,07	1,51	0,70	1,09	1,60	0,68	1,16	2,03	0,60
0,5.....	1,03	1,32	0,78	1,04	1,37	0,76	1,08	1,59	0,69
0,4.....	1,02	1,19	0,85	1,02	1,22	0,84	1,03	1,33	0,78
0,3.....	1,00	1,10	0,91	1,00	1,11	0,90	1,01	1,17	0,87
0,2.....	—	1,04	0,96	—	1,05	0,96	1,00	1,07	0,94
0,1.....	—	1,01	0,99	—	1,01	0,99	—	1,02	0,98

TABLE III — K

t/D	$l/D = 0,000.$	$0,125.$	$0,250.$	$0,375.$	$0,500.$
0,0	inf.	41,7	21,2	14,4	11,0
0,1	52,4	23,3	15,4	11,6	9,5
0,2	27,4	16,2	12,4	9,9	8,2
0,3	19,6	13,7	10,7	8,8	7,5
0,4	16,0	12,0	9,5	8,0	6,9
0,5	13,8	10,4	8,4	7,0	6,0

Quand il y a peu de couches, utiliser les Tables IV ou V.

TABLE IV — K

Solénoïdes à m couches.

	$l/D = 0,000.$	$0,125.$	$0,250.$	$0,375.$	$0,500.$
$m \left\{ \begin{array}{l} 1 \dots\dots\dots \\ 2 \dots\dots\dots \\ 3 \dots\dots\dots \\ \infty \dots\dots\dots \end{array} \right.$	—	30,1	15,6	10,7	8,3
	—	39,2	20,0	13,6	10,4
	—	40,6	20,7	14,0	10,7
	—	41,7	21,2	14,4	11,0

TABLE V — K

Disques à m couches.

	$t/D = 0,1.$	$0,2.$	$0,3.$	$0,4.$	$0,5.$
$m \left\{ \begin{array}{l} 1 \dots\dots\dots \\ 2 \dots\dots\dots \\ 3 \dots\dots\dots \\ \infty \dots\dots\dots \end{array} \right.$	37,8	20,6	15,4	13,2	11,7
	45,0	25,9	18,6	15,3	13,3
	51,0	26,8	19,2	15,7	13,6
	52,4	27,4	19,6	16,0	13,8

Butterworth a également donné, dans les articles signalés, la méthode à suivre pour déterminer les conditions de construction d'une bobine de self-induction et d'encombrement donnés, et dont la résistance soit minimum; Austin a complété les indications du précédent auteur en les présentant sous une forme plus adaptée aux applications numériques [1].

11. — Résistance des bobines normales. — Il est souvent commode de pouvoir apprécier rapidement la résistance d'une bobine d'inductance donnée, destinée à travailler sur une fréquence connue. On peut alors avoir recours aux remarques que nous avons faites au numéro 16-II sur la constance approximative du décrement δ pour des bobines également soignées. La relation $\delta = \frac{R}{2L} T$ donne les formules :

$$R_{eff} = 0,002 \delta L^{\mu H} \frac{kc}{f^s} = 0,6 \delta \frac{L^{\mu H}}{\lambda^{km}}$$

où l'on prendra $\varepsilon = 3/100, 1/70, 0,3/100$ suivant que l'on aura affaire à des bobines communes, soignées ou très soignées.

Ces dénominations ne sauraient, bien entendu, viser à aucune précision; néanmoins elles sont suffisantes pour obtenir une première approximation. On comprendra par exemple sous le nom de bobines communes celles pour lesquelles on n'aura pris aucune précaution spéciale pour choisir les isolants employés dans la carcasse et l'isolement des fils, ou le pas de l'enroulement; une bobine à spires jointives, en fil fin non divisé, réalisée de façon à obtenir une très forte inductance sous un petit volume se rangera dans cette catégorie; il en sera de même de la plupart des bobines en nid d'abeille, fond de panier,...., surtout de celles qui sont destinées à de grandes longueurs d'onde, car les spires y sont généralement beaucoup plus tassées.

Les bobines soignées seront celles montées sur un bon diélectrique et dont le pas ne sera pas inférieur à 2 ou 3 fois le diamètre du fil. Les bobines très soignées auront été particulièrement étudiées, elles auront en général des dimensions assez grandes, le pas sera supérieur à 3 ou 4 fois le diamètre et le fil assez gros, conditions qui limitent beaucoup leur emploi.

Pour que les valeurs données ci-dessus pour les éléments soient correctes, il faut encore que les inductances soient bien adaptées aux fréquences; si l'inductance est trop faible, le décrement est toujours plus élevé. Cette adaptation ne peut encore être définie avec rigueur; cependant, si l'on examine les circuits oscillants employés pour la réception, on s'aperçoit que les valeurs de L et C croissent régulièrement avec la longueur d'onde et qu'elles correspondent à peu près aux formules :

$$L^{\mu H} = 0,043 (\lambda^m)^{1,4} \quad C^{m\mu F} = 0,0066 (\lambda^m)^{0,6}$$

λ étant la longueur d'onde moyenne de la gamme sur laquelle le circuit oscillant doit travailler.

Des circuits constitués avec les valeurs données par ces formules peuvent être considérés comme des circuits normaux de réception, mais pour l'émission on se trouve généralement amené à utiliser des inductances notablement plus faibles et des conducteurs d'un diamètre beaucoup plus grand; il en résulte que pour une même fréquence d'utilisation les résistances des bobines d'émission sont généralement inférieures à celles des bobines de réception.

La table suivante donne des valeurs le L, C et R pour des circuits normaux de réception de qualité commune, soignée et très soignée. Les bobines que l'on trouve actuellement dans le commerce sont en général intermédiaires entre le type commun et le type soigné.

Inductance, Capacité et Résistance de bobines normales.

λ (m)	f ($\frac{10^6}{\lambda}$)	L (μ H)	C (m μ F)	R (ohms)		
				Bobines communes	Bobines soignées	Bobines très soignées
15	20.000	1,9	0,033	2,2	1	0,35
20	15.000	2,7	0,042	2,5	1,1	0,4
50	6.000	10	0,07	3,6	1,5	0,6
200	1.500	74	0,15	6,4	2,7	1,1
500	600	256	0,27	9,4	4,0	1,6
1.000	300	676	0,42	12,0	5	2,0
2.000	150	1.780	0,64	16,0	7	2,7
5.000	60	6.450	1,10	23,0	10	3,8
10.000	30	17.000	1,67	30,0	13	—
12.000	25	21.900	1,84	33,0	14	—
15.000	20	29.900	2,13	36	15	—
20.000	15	43.000	2,52	40	17	—

Ajoutons que les résistances ci-dessus tiennent compte des pertes d'énergie dans les condensateurs que nous étudierons au paragraphe suivant et qui d'ailleurs sont aujourd'hui réduites à des valeurs très faibles.

§ II. — RÉSISTANCE D'UNE PLAQUE.

12. — **Distribution du courant dans une plaque.** — La détermination de la résistance d'une plaque n'offre pas d'intérêt pratique; mais pour

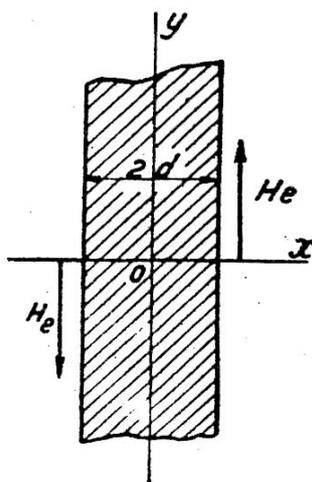


Fig. 10.

examiner d'un peu plus près l'allure des phénomènes qui se produisent dans les conducteurs parcourus par des courants de haute fréquence, nous étudierons avec quelques détails cette question qui peut se traiter sans

difficultés mathématiques. Les formules obtenues nous seront d'ailleurs nécessaires par la suite.

Nous supposerons qu'en tous les points, le courant a une direction constante parallèle aux faces de la plaque. Sur la figure 10 par exemple qui représente une section droite de cette dernière, les courants seront dirigés suivant l'axe OZ normal au plan du papier. Nous admettrons en outre, qu'en deux points symétriques par rapport au plan médian, les courants sont égaux. Dans ces conditions, le champ magnétique des deux côtés de la plaque aura des directions opposées; nous désignerons par H_e la valeur de ce champ au contact de ses faces.

Il nous suffira d'appliquer les équations de Maxwell à l'intérieur de la plaque (n° 3-VIII) en remarquant que les composantes du champ magnétique parallèles à OX et à OZ et celles de la densité du courant parallèles à OX et OY sont nulles. Nous désignerons les seules composantes restantes ¹ par h et par j et la conductivité par σ . Comme la densité de courant est égale au produit du champ électrique par σ , il viendra :

$$(6) \quad \frac{\partial h}{\partial x} = + 4\pi j \quad \frac{\partial j}{\partial x} = + \mu\sigma \frac{\partial h}{\partial t}$$

d'où on déduit pour un régime permanent harmonique :

$$(7) \quad \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial x^2} = j4\pi\mu\sigma\omega \mathcal{C}.$$

En posant :

$$(8) \quad \gamma = (1 + j)m \quad \text{et} \quad m^2 = 2\pi\mu\sigma\omega = 4\pi^2\mu\sigma f$$

des considérations du même genre que celles développées aux n°s 4 et 10.IX nous conduiront alors aux expressions suivantes :

$$(9) \quad \begin{cases} \mathcal{C} = M \operatorname{Ch} \gamma x + N \operatorname{Sh} \gamma x \\ \mathcal{J} = + \frac{\gamma}{4\pi} (M \operatorname{Sh} \gamma x + N \operatorname{Ch} \gamma x). \end{cases}$$

Tenant compte de ce que $\mathcal{C} = H_e$ pour $x = \pm d$, il vient finalement :

$$(10) \quad \mathcal{C} = H_e \frac{\operatorname{Sh} \gamma x}{\operatorname{Sh} \gamma d} \quad \mathcal{J} = + \frac{\gamma}{4\pi} H_e \frac{\operatorname{Ch} \gamma x}{\operatorname{Sh} \gamma d} = \mathcal{J}_0 \frac{\operatorname{Ch} \gamma x}{\operatorname{Ch} \gamma d}$$

\mathcal{J}_0 étant la densité de courant sur les faces de la plaque.

Le développement de $\operatorname{Ch} \gamma x$

$$\operatorname{Ch} \gamma x = \operatorname{Ch} mx \cos mx + j \operatorname{Sh} mx \sin mx$$

1. Ne pas confondre j densité de courant avec $j = \sqrt{-1}$.

permettra d'étudier les variations de la densité de courant en profondeur. Si md est très petit, c'est-à-dire pour une plaque très mince ou une fréquence très faible, le courant sera à peu près uniforme dans toute l'épaisseur du métal.

Si, au contraire, md est grand, la densité de courant décroîtra très rapidement depuis les faces de la plaque et le courant ne sera sensible que dans une fine pellicule. L'amplitude du courant au point d'abscisse x , sera très sensiblement $J_0 e^{-md-x}$. Les choses se passeront presque de la même façon que si la plaque avait une épaisseur infinie.

Avec du cuivre de conductivité $\sigma = 6.10^{-4}$ (U. E. M.), m est égal à 26,5 pour une fréquence de 30 kc/s, et à 154 pour une fréquence de 1000 kc/s. Si l'épaisseur de la plaque est $2d = 1$ mm. la densité de courant dans son plan médian vaut, suivant le cas, $2,7.10^{-1}$ ou $4,5.10^{-1}$ de la densité à la surface.

On désigne sous le nom de *pénétration* la profondeur à laquelle le courant — et par conséquent le champ magnétique — est réduit dans la proportion de 1 à $1/e$. On la représente souvent par la lettre a , son expression est évidemment :

$$a = \frac{1}{m} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\sigma f}}$$

On reconnaîtra sans peine que la pénétration divisée par $\sqrt{2}$ représente l'épaisseur de la couche de métal dans laquelle tout le courant serait contenu, s'il avait partout la même densité qu'à la surface.

13. — Résistance et self-inductance d'une plaque. — Pour calculer la résistance de la plaque, en fonction du courant total qui circule dans toute son épaisseur, on pourrait opérer de la façon suivante :

Considérons seulement la moitié de la plaque à droite, de son plan médian et précisons que la résistance cherchée a trait à un élément de plaque ayant une longueur égale à l'unité de longueur dans le sens OZ et une largeur égale à cette même unité dans le sens OY; soit R_1 cette résistance unitaire. On calculerait l'amplitude I_r du courant total et on écrirait la relation :

$$\frac{1}{2} R_1 I_r^2 = \frac{1}{2\tau} \int_0^1 J^2 dx.$$

J étant l'amplitude de la densité réelle du courant au point d'abscisse x .

On peut arriver au même résultat par une méthode beaucoup plus simple qui a l'avantage de conserver la notation imaginaire et de fournir en même temps la self-inductance.

Soit ϵ_0 le champ électrique au contact de la plaque, la force électromotrice induite sur une longueur unité parallèle à OZ sera ϵ_0 . En appelant L_1 l'inductance unitaire, définie comme la résistance unitaire, et ω la pulsation, on pourra écrire :

$$(R_1 + jL_1\omega)\mathcal{J} = \epsilon_0$$

en désignant par \mathcal{J} le courant total dans l'espace considéré; puisque $\mathcal{J} = \sigma\epsilon$.

$$(R_1 + jL_1\omega) = \frac{\mathcal{J}_0}{\mathcal{J}\sigma}$$

Or le courant total \mathcal{J} est donné par :

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{J}_0}{\text{Ch } \gamma d} \int_0^d \text{Ch } \gamma x dx = \frac{\mathcal{J}_0}{\gamma} \text{Th } \gamma d$$

et il vient finalement :

$$(6) \quad R_1 + jL_1\omega = \frac{\gamma}{\sigma} \text{Th } \gamma d.$$

R_1 sera la partie réelle, et $L_1\omega$ le coefficient de j dans le second membre.

Il est inutile de discuter cette formule qui n'a pas d'intérêt pratique et que nous n'avons établie que pour poursuivre jusqu'au bout un calcul

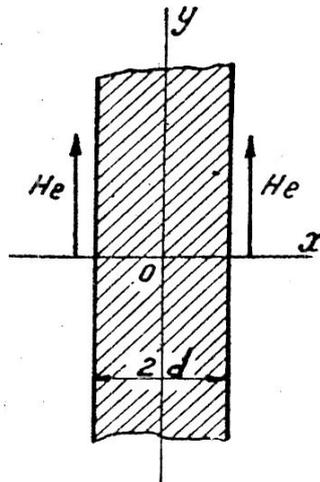


Fig. 11.

mettant en évidence quelques principes susceptibles d'applications; par une méthode identique, on peut calculer la résistance et la self-induction d'un fil en haute fréquence.

Remarquons cependant en passant que quand md est grand, ce qui est le cas général, la tangente hyperbolique de la formule précédente est égale à 1. Comme $\gamma = (1 + j)m$ on voit que R_1 et $L_1\omega$ sont égaux et la phase du courant total est égale à $\pi/4$ par rapport à celle du champ électrique au contact de la plaque.

14. — **Courants tourbillonnaires dans une plaque.** — Pour étudier les courants tourbillonnaires dans la plaque, c'est-à-dire ceux qui ont des sens différents sur ses deux faces, il suffit de reprendre les équations (9) en changeant les conditions aux limites. Ici, la plaque sera supposée plongée dans un champ magnétique uniforme ou, d'une façon moins restrictive, ayant la même intensité et le même sens sur ses deux faces (fig. 11). Les équations (9) sont encore valables et, avec les nouvelles conditions aux limites, elles donnent

$$(7) \quad \mathcal{R} = H_c \frac{\text{Ch } \gamma x}{\text{Ch } \gamma d} \quad \mathcal{J} = + \frac{\gamma}{4\pi} H_c \frac{\text{Sh } \gamma x}{\text{Ch } \gamma h} = \mathcal{J}_0 \frac{\text{Sh } \gamma x}{\text{Sh } \gamma d}$$

On étudierait, comme ci-dessus, les conséquences de ces formules. Nous ne nous en occuperons pas davantage pour le moment, mais nous y reviendrons au chapitre XIII où nous traiterons des pertes dans le fer par courants de FOUCAULT et hystérésis.

BIBLIOGRAPHIE

1. AUSTIN (B. B.). — *Résistance effective des bobines aux fréquences radio-électriques.* — The Wireless Engineer, **11**, janvier 1934, 12-17.
 2. BOUASSE (H.). — *Oscillations électriques.* — Delagrave, Paris.
 3. BUTTERWORTH (S.). — *Résistance effective des bobines aux fréquences radio-électriques.* — Experimental Wireless, **3**, 1926; avril 203-211; mai, 309-317; juillet, 417-419; août, 484-493.
- Ces articles contiennent les formules et les principes généraux de leur établissement; on y trouve les références aux travaux mathématiques de l'auteur sur cette question.
4. FRÜHAUF (H.). — *Mesures d'amortissement de bobines à noyau de fer.* — Hochfrequenz Technik und Elektroakustik, **40**, 1932, 214-217.
 5. HUND et GROOT (H. B.). — *Résistance et inductance apparente en haute fréquence de bobines utilisées pour la réception de la radio-diffusion.* — Technologic papers of the Bureau of Standards, n° 298, **19**, 1925, 651-669.
 6. PALERMO (A. J.) et GROVER (F. W.). — *Etude de la résistance en haute fréquence de bobines à une seule couche.* — Proceedings of the Institute of Radio Engineers, **18**, 1930, 2041-2059.
 7. POLYDOROFF (W. J.). — *Bobines à noyau de fer.* — Proc. Inst. Rad. Eng., **21**, 1933, 690.
 8. SCHNEIDER (A.). — *Bobines à noyau de fer pour haute fréquence.* — The Wireless Engineer, **10**, 1933, 183-186.
 9. SCHNEIDER (A.). — *Construction de bobines à noyaux magnétiques pour haute fréquence.* — Funk, 27 octobre 1933, 697-701:

CHAPITRE XII

DISSIPATION D'ÉNERGIE DANS LES DIÉLECTRIQUES

1. — **Constatation des pertes dans les diélectriques.** — Constituons un circuit oscillant avec une inductance et un condensateur variable à air C (fig. 1) puis mettons en parallèle avec C un autre condensateur I' formé de deux lames entre lesquelles nous pourrons introduire différents diélectriques. Plaçons d'abord entre les armatures de I' une plaque de quartz et mesurons la résistance du circuit oscillant (par la méthode de la résis-

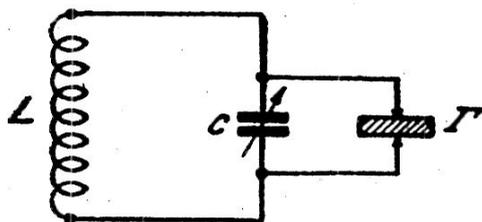


Fig. 1.

tance additionnelle, par exemple, qui nous conduira à accorder le circuit sur la fréquence d'excitation); nous trouverons une certaine valeur R_1 . Remplaçons le quartz par de l'ébonite et recommençons la mesure; la capacité I' aura changé de valeur, mais avec le condensateur nous pourrions remettre le circuit à l'accord; nous trouverons une nouvelle valeur R_2 . En raison des conditions de l'expérience, l'inductance L se trouvait exactement dans les mêmes conditions dans les deux cas; on avait même pu donner à l'excitation la valeur convenable pour que la bobine soit parcourue par le même courant; la différence entre les deux valeurs mesurées ne peut donc tenir qu'à la différence entre les deux diélectriques successivement introduits dans le condensateur I'.

En répétant cette expérience avec diverses matières on trouvera des différences parfois considérables; avec certains isolants comme la bakélite par exemple, il ne sera pas exceptionnel de trouver pour résistance d'ensemble du circuit des valeurs 10 fois plus grandes qu'avec le quartz. Et cependant la bakélite est un isolant parfait dont la résistance en courant continu peut être aussi bonne que celle du quartz. Le phénomène qui se

manifeste ici est donc bien propre au courant alternatif et ne doit être confondu en aucune manière avec des fuites de courant à travers le diélectrique, comme il s'en produirait avec un mauvais isolant.

Il n'est d'ailleurs pas surprenant que des phénomènes de ce genre prennent naissance en courant alternatif; à regarder les choses en gros, cela est même tout naturel. La résistance des conducteurs provient de l'énergie dépensée par les électrons libres qui y circulent lorsqu'ils entrent en collision avec les molécules du métal; il n'y a aucune raison pour que les électrons liés des diélectriques ne dissipent pas, eux aussi, de l'énergie dans les déplacements alternatifs qu'ils subissent sous l'influence d'une tension alternative. Quand la tension est continue, si le diélectrique est bon isolant, les mêmes électrons liés se déplacent une fois pour toutes au moment où on applique la tension et le travail dépensé dans ce déplacement unique est négligeable; mais quand ce dernier est renouvelé un très grand nombre de fois à la seconde, on conçoit aisément qu'il n'en soit plus de même. On doit même s'attendre à trouver que la dissipation d'énergie par seconde sera proportionnelle à la fréquence; nous allons voir qu'il en est bien ainsi, au moins approximativement.

2. — Lois de variation des pertes. — Les mesures de résistances indiquées au numéro précédent permettent d'étudier d'une façon très complète les pertes d'énergie dans les diélectriques. Il suffit pour cela d'établir le condensateur Γ de telle façon que l'on puisse aussi l'utiliser avec de l'air comme diélectrique. L'expérience montre en effet que les pertes dans l'air sont tout à fait négligeables et on peut dans ces conditions faire par comparaison des mesures absolues.

On trouve alors pour expression de la perte de puissance dans un volume unité du diélectrique soumis à un champ alternatif d'amplitude E et de fréquence f :

$$(1) \quad W_1 = BE^2f$$

B étant un coefficient qui dépend de la matière du diélectrique.

Cette relation n'est pas absolument rigoureuse, mais elle peut être considérée comme telle dans la plupart des cas de la pratique, pour la gamme des fréquences radiotélégraphiques et pour des tensions qui ne soient pas trop voisines de la tension de rupture.

3. — Angle de pertes. — Facteur de puissance. — En raison de ces pertes de puissance, la tension V appliquée aux bornes d'un condensateur dont le diélectrique n'est pas de l'air, ne sera pas rigoureusement en quadrature avec le courant I qui le traverse; si φ est l'angle de phase

et si V et I représentent des amplitudes, on aura, pour un condensateur donné l'expression suivante de la puissance dissipée dans le condensateur :

$$W = \frac{1}{2} VI \cos \varphi.$$

φ étant toujours très voisin de 90° , on a pris l'habitude d'utiliser à sa place son complément α qu'on appelle *angle de pertes*; il vaut quelques minutes pour les bons diélectriques, quelques degrés pour les plus mauvais. En l'exprimant en radians, on peut écrire :

$$(2) \quad W = \frac{1}{2} VI\alpha.$$

Si C est la capacité du condensateur, on a la relation :

$$I = VC\omega$$

d'où :

$$(3) \quad W = \pi V^2 C f \alpha.$$

Supposons que le condensateur soit constitué par deux plaques de surface S situées à la distance d et soit K la constante diélectrique : on pourra écrire :

$$V = Ed \quad C = \frac{KS}{4\pi d}$$

Comme le volume du diélectrique employé dans le condensateur est $S \cdot d$, on voit que la perte par unité de volume du diélectrique est :

$$(4) \quad W_1 = \frac{1}{4} E^2 \cdot f \cdot K \cdot \alpha.$$

En comparant avec la relation 1 on voit que α est, comme B , une constante pour un diélectrique donné. On a entre les deux quantités l'égalité :

$$(5) \quad K\alpha = 4B.$$

La formule 1 montre que le coefficient B , ou le produit $(K\alpha)$, renseigne sur la qualité d'un diélectrique quand on cherche à apprécier *les pertes pour un volume donné de matière*. Quant au coefficient α on voit, sur la formule 3, qu'il renseigne sur la qualité d'un diélectrique avec lequel on désirerait *constituer un condensateur de capacité donnée*.

En comparant la formule 2 à celle obtenue à la fin du numéro 21-III, on voit que α est le facteur de puissance du condensateur constitué avec le diélectrique, aussi désigne-t-on souvent cette quantité sous le nom de *facteur de puissance du diélectrique*.

4. — Variations de B et α avec le diélectrique. — Les diélectriques utilisés dans la construction électrique diffèrent beaucoup entre eux, du point de vue qui nous occupe actuellement. D'une façon générale, tous les

diélectriques minéraux ou d'origine minérale sont excellents relativement aux compositions organiques; il en est de même des produits naturels homogènes comme la résine et les pétroles, ainsi que des résultats de la distillation de ces derniers. Les produits d'origine organique comme le caoutchouc et les bakélites sont au contraire généralement mauvais. Le verre, la stabonite, l'ébonite et la porcelaine sont intermédiaires.

Le tableau ci-contre donne les valeurs de K , B et α pour les diélectriques les plus courants : les unités choisies sont le watt pour W , le kilovolt par centimètre pour E , le kilocycle par seconde pour f et l'unité électrostatique pour K . Avec ces unités il faut introduire un facteur numérique supplémentaire dans les équations 4 et 5 qui deviennent :

$$(4') \quad W_1 = \frac{1}{3.600} E^2 / Kz$$

$$(5') \quad Kz = 3600 B.$$

Les nombres du Tableau ne sont qu'approchés, car les mesures varient beaucoup d'un échantillon à l'autre, suivant l'état de pureté de la matière. Ils sont néanmoins largement suffisants pour la plupart des applications et pour mettre en évidence les qualités des divers diélectriques en ce qui concerne la pratique.

Nature du Diélectrique	K	B × 10 ⁶	α en radians. 10 ³
Quartz en cristaux	3,7	0,1	0,11
Quartz fondu	4	0,15 à 0,25	0,15
Mica	7	0,2 à 1,5	0,16
Stéatite	5,9	0,8 à 2,4	0,5 à 1,5
Mycalex	7	4	2,1
Paraffine	2	0,8 à 3	3,5
Résine	2,5	2,7	4
Pétrole	2	4	8
Verre	5 à 9	4 à 24	5 à 20
Stabonite	5,3	18	12
Ebonite	3	12 à 25	15 à 30
Porcelaine	5,6	24	20
Bakélite	—	40 à 100	—
Caoutchouc	2,5	77	120
Soie	—	30	—
Email de fil isolé	—	33	—
Coton gommelaqué	—	57	—
Noyer bien sec	—	66	—
Pitchpin bien sec	—	76	—
Chêne bien sec	—	128	—
Certaines matières moulées	—	> 500	—

5. — **Pertes par conduction.** — Les diélectriques n'ont évidemment pas une conductivité rigoureusement nulle, mais pour tous ceux susceptibles d'être utilisés dans la construction radioélectrique, la résistivité est tellement élevée qu'il n'y a pas lieu de se préoccuper des pertes qui peuvent provenir des courants de conduction, au moins quand la matière est bien sèche. Ces pertes deviennent au contraire prohibitives si la masse du corps est humide.

Avec les corps imperméables comme le verre ou la porcelaine vernie, l'humidité ne pénètre pas à l'intérieur ou n'y pénètre que très peu, mais celle qui existe à la surface abaisse la résistance d'isolement dans des proportions considérables; la résistivité de surface, définie par le courant qui passerait entre les deux côtés opposés d'un carré d'une surface de 1 centimètre carré, entre lesquels on appliquerait une force électromotrice, peut tomber à 10^8 ou 10^7 ohms; les dimensions des isolants doivent être déterminées en conséquence.

6. — **Pertes dans les semi-conducteurs.** — Il arrive souvent que des champs très importants soient appliqués à des diélectriques auxquels leur composition naturelle ou leur humidité intérieure donne une conductivité de volume appréciable. C'est le cas des arbres, des maçonneries et de la terre elle-même dans le voisinage des émetteurs. Nous aurons l'occasion de revenir sur les inconvénients qui résultent de ces circonstances, mais il est intéressant de rechercher dès maintenant l'importance relative des pertes provenant des effets diélectriques d'une part et des effets de conduction d'autre part.

Quand la conductivité est nulle, la dissipation de puissance par unité de volume est donnée par la formule 3 ci-dessus :

$$W_1'' = \frac{1}{4} E^2 f K x.$$

Si on ne tient compte que des courants de conduction, la densité de courant est d'après la Loi d'Ohm :

$$J = \sigma E$$

σ désignant la conductivité; et la dissipation par effet Joule dans l'unité de volume est :

$$W_1^J = \frac{1}{2} \frac{J^2}{\sigma} = \frac{E^2 \sigma}{2}$$

d'où on tire :

$$(6) \quad \frac{W_1''}{W_1^J} = \frac{K f x}{2 \sigma}$$

Il est difficile de calculer la valeur numérique de ce rapport. Pour la terre et les maçonneries, très humides, K peut atteindre 60, σ exprimé en unités électrostatiques, comme K , peut tomber à 10^6 pour une terre sèche, à 10^5 pour une maçonnerie sèche; mais quand elles sont humides, il faut compter sur des valeurs de 10^8 et 10^7 . Avec ces dernières conductivités on trouverait pour le rapport précédent 0,03 et 0,3 si l'onde avait 300 mètres, 0,6 et 6 si elle avait 15 mètres de longueur. En cas de sécheresse, il faudrait prendre $K = 6$ et le rapport des énergies dissipées serait environ 10 fois plus fort.

7-a. — Pertes d'énergie dans les condensateurs à air. — Nous avons dit plus haut que les pertes dans l'air étaient tout à fait négligeables; il peut donc paraître contradictoire de parler des pertes dans un condensateur à air. Mais il suffit de remarquer que les deux armatures d'un tel condensateur doivent être reliées mécaniquement l'une à l'autre et que cette liaison ne peut être assurée que par un diélectrique; réunissant deux pièces métalliques à des potentiels différents, ce diélectrique se trouve forcément dans un champ électrique, il est donc le siège d'une dissipation d'énergie. Pour réduire cette dissipation, il y aura lieu de choisir un isolant convenable et d'étudier la disposition des pièces de façon à ce que cet isolant soit placé dans une région où le champ électrique est faible; les dispositions dans lesquelles l'axe de l'armature mobile n'est séparé de l'armature fixe que par des douilles isolantes de faible épaisseur, sont très mauvaises.

Examiné du point de vue qui nous occupe actuellement, un condensateur variable à air peut être considéré comme un groupement en parallèle de deux condensateurs; un condensateur variable à air et un condensateur fixe à diélectrique; la capacité de ce dernier est d'ailleurs très faible, elle ne constitue qu'une part de la résiduelle du condensateur total.

7-b. — Résistance équivalente d'un condensateur à air. — Il est généralement très commode, pour tenir compte de la dissipation d'énergie dans un condensateur, de considérer sa résistance équivalente. Voici ce qu'il faut entendre par là.

Supposons que le condensateur fasse partie d'un circuit oscillant, sa résistance équivalente sera la valeur de celle qu'il faudrait insérer en série dans le circuit pour donner lieu à la même dissipation.

Soit L l'inductance du circuit et I l'intensité du courant. D'après la

formule 1, la puissance dépensée dans le condensateur peut s'écrire :

$$W = B'L^2\omega^2I^2f$$

B' , étant une constante. Il résulte de cette relation que la résistance équivalente aura pour expression

$$(7) \quad R = B'L^2\omega^2f$$

ou en introduisant la longueur d'onde à la place de la fréquence :

$$(8) \quad R = A \frac{L^2}{\lambda^3} = A' \frac{L}{C} \frac{1}{\lambda}$$

A et A' étant de nouvelles constantes, caractéristiques comme B' , du condensateur.

On voit sur cette formule que la résistance équivalente varie très rapidement avec la longueur d'onde et on doit craindre qu'elle puisse prendre de grandes valeurs pour les plus petites longueurs sur lesquelles le circuit peut être accordé, c'est-à-dire pour les très petites valeurs de la capacité.

Dans les condensateurs soignés que l'on construit actuellement ces résistances équivalentes sont toujours faibles, même pour les très petites valeurs de C ; mais il existe encore des condensateurs pour lesquels elles sont importantes et doivent être prises en considération.

En exprimant L en millihenrys, λ en kilomètres et R en ohms, la valeur de A pour un bon condensateur moyen de construction récente est de 1 ou 2 dixièmes; elle peut tomber à quelques centièmes, mais des valeurs de quelques unités sont également possibles, les constructeurs ne prenant pas toujours le soin voulu pour le choix et la disposition du diélectrique. Avec les condensateurs datant d'une dizaine d'années, il faut compter sur des valeurs moyennes de A de 2 à 3 unités et nous avons rencontré des modèles réputés pour leur construction mécanique dans lesquels A atteignait et dépassait 50.

7-c. — Variations de la résistance d'un condensateur avec la fréquence. — Si au lieu de considérer, comme au numéro précédent, ce qui se passe dans un circuit oscillant donné, on compare les résistances des condensateurs dans des circuits différents dont la gamme d'accord se trouve dans des domaines de fréquences de plus en plus élevées, on peut craindre d'après les considérations précédentes, que l'importance des pertes dans les condensateurs croisse de façon inquiétante. Il n'en est pas ainsi, mais cependant l'importance relative des pertes augmente pour les ondes courtes.

Considérons par exemple deux circuits destinés à la réception d'ondes voisines de 500 et de 50 mètres. Dans le premier cas la valeur normale de la capacité d'accord sera 0,27 millième de microfarad, dans le second elle sera 0,07 (n° 11-XI). Ces valeurs correspondent à des inductances de 256 et de 10 microhenrys. Les résistances correspondantes des condensateurs sont alors, d'après la formule 8 ($A' \times 2$) pour l'onde de 500 mètres et ($A' \times 3$) pour l'onde de 50 mètres. Comme la résistance de l'inductance de 256 microhenrys sur 500 mètres est plus élevée que celle de 10 microhenrys sur 50 mètres, on voit que l'importance relative des pertes dans le condensateur augmente; mais cette augmentation n'a pas grande importance en raison de la faible valeur absolue des pertes dans les condensateurs actuels.

7-d. — Condensateurs montés en parallèle et en série. — La notion précédente de résistance équivalente d'un condensateur pourrait induire en erreur dans quelques applications, si l'on ne réfléchissait pas aux conditions des problèmes qui se posent. En voici un exemple :

Quand deux condensateurs à air sont montés en parallèle, leurs résistances équivalentes s'ajoutent, alors que le montage en parallèle de deux résistances ohmiques donne lieu à une résistance moindre. Pour le voir, il suffit de considérer que les pertes d'énergie dans les deux condensateurs s'ajoutent évidemment et que la perte dans chacun d'eux est la même que s'il était seul; car pour un même courant dans le circuit oscillant la tension aux bornes est toujours $L\omega I$. On suppose bien entendu que la capacité totale des deux condensateurs en parallèle a été ramenée à la valeur de celle du condensateur unique primitif, ce qui, avec des condensateurs à air, ne change pas la quantité de diélectrique soumise au champ.

Au contraire quand on place deux condensateurs à air en série, on diminue la résistance équivalente. Supposons par exemple que l'on remplace un condensateur unique par deux autres identiques au premier et qu'on rétablisse l'accord, tout en donnant aux nouveaux condensateurs des capacités égales. La tension aux bornes extrêmes reste $L\omega I$, mais comme chaque condensateur n'en supporte que la moitié, il dissipera quatre fois moins d'énergie. La résistance équivalente sera donc divisée par deux.

8. — Pertes dans les isolants voisins des circuits oscillants. — Bien entendu les dissipations d'énergie dont il vient d'être question ne se limitent pas aux condensateurs. Partout où un diélectrique se trouve

soumis à un champ de quelque importance par suite du voisinage d'un circuit oscillant, il en résulte des pertes d'énergie qui ont leur effet sur la résistance du circuit.

Parmi ces diélectriques on doit mettre au premier rang ceux qui constituent la carcasse de la bobine ainsi que les isolants des fils; l'accroissement de résistance qui en résulte pour les faibles valeurs de la capacité d'accord du circuit peut être considérable et atteindre, par exemple, 10 à 12 fois la résistance ohmique du fil pour de très mauvais diélectriques.

D'autre part, il est particulièrement mauvais d'employer des fils cordés pour établir des connexions, surtout entre un condensateur d'accord et un amplificateur, ou bien entre les bornes d'un cadre et celles de son condensateur. On place de ce fait dans un champ intense un volume très important du mauvais diélectrique que constitue le caoutchouc isolant du fil; sur des ondes de l'ordre de 1.000 mètres on peut ainsi ajouter aux circuits une résistance de plus de 10 ohms par mètre de fil.

De même, quand on mesure la résistance d'une bobine, il faut prendre soin de la suspendre loin des objets qui se trouvent dans la salle, ou tout au moins de l'écarter de 20 à 30 centimètres du bois de la table sur laquelle on opère, au moyen d'un support en bon isolant.

Des considérations du même genre s'appliquent aux diélectriques qui se trouvent dans le champ rayonné par les antennes et montrent qu'une partie notable de l'énergie émise peut être absorbée par les bâtiments voisins. Pour les ondes courtes surtout, il y a lieu d'en tenir compte dans l'établissement des systèmes rayonnants et des bâtiments.

CHAPITRE XIII

DISSIPATION D'ÉNERGIE DANS LE FER

1. — **Usages du fer en radio-électricité.** — Le fer est employé en radio-électricité, comme dans les autres branches de l'électricité, quand on a besoin de produire un flux magnétique important ou de condenser dans un espace restreint les lignes de force d'un champ magnétique. C'est le cas dans les alternateurs à haute fréquence et dans les transformateurs à fréquence acoustique; nous avons vu (n° 7-XI) qu'on commence aussi à l'utiliser dans les bobines à haute fréquence.

Il entre encore dans les multiplicateurs de fréquence où l'on met en jeu ses propriétés de saturation afin de déformer les oscillations sinusoïdales et d'en extraire plus facilement des harmoniques.

Les conditions qu'on lui demande de remplir sont beaucoup plus dures que dans les autres applications industrielles, non seulement en raison de l'élévation des fréquences qui augmente considérablement les pertes dont il peut être le siège, mais aussi parce que dans certains cas, ceux des transformateurs et des bobines, on lui demande de conserver des propriétés uniformes sur une gamme étendue de fréquence.

Quand on a commencé à faire usage du fer, pour des fréquences élevées, on a pensé que sa perméabilité diminuait quand la fréquence augmentait, mais il n'y avait là qu'une apparence tenant à ce que les effets pelliculaires empêchaient le champ magnétique de pénétrer profondément dans la masse et une faible partie seulement des noyaux était utilisée à la production du flux d'induction : on a reconnu depuis que la perméabilité paraît se conserver pour les fréquences les plus élevées de la radio-électricité technique et qu'elle ne commencerait à se modifier notablement que pour celles correspondant à des ondes de l'ordre du mètre.

Le problème qui se pose maintenant doit naturellement commencer par l'étude de la pénétration du champ et des courants dans la masse du métal. Après ce que nous avons dit au paragraphe II du chapitre XI, il est de toute évidence qu'un feuilletage, même très poussé, est indispensable, les différentes feuilles de métal étant séparées les unes des

autres par un isolant. Le champ pénètre dans l'assemblage ainsi obtenu par les intervalles diélectriques entre les feuilles et l'on voit la question se ramener à l'étude de la distribution dans une plaque.

Le champ magnétique que l'on rencontre dans les différentes applications citées plus haut est toujours un champ quasi stationnaire, créé par des bobines; il a la même direction dans tous les intervalles; c'est donc aux formules du numéro 14-XI que nous devons avoir recours, en y maintenant la perméabilité μ que nous avons remplacée par l'unité pour le cas du cuivre.

Mais ici une nouvelle difficulté se présente à cause du phénomène d'hystérésis qui produit un retard de l'induction sur le champ; nous allons tout d'abord étudier cette question.

2. — **Hystérésis du fer.** — On sait que quand on fait varier alternativement le champ magnétique h dans lequel un morceau de fer se trouve plongé, l'induction b ne reprend pas les mêmes valeurs pour des champs

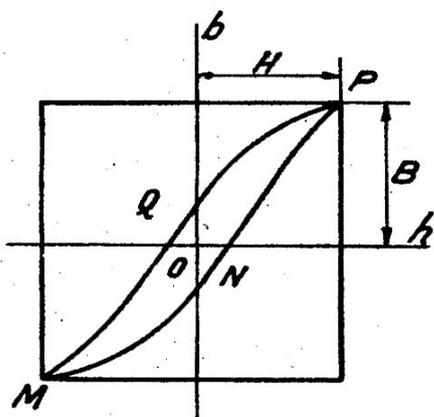


Fig. 1.

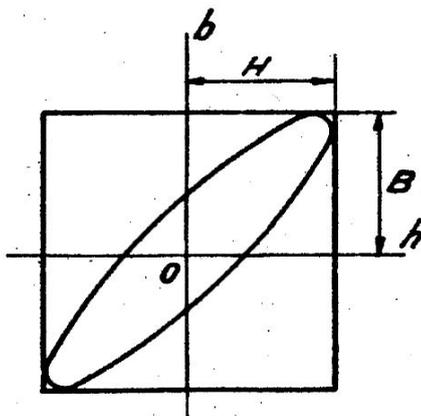


Fig. 2.

égaux atteints par valeurs croissantes, puis décroissantes. Les variations relatives de ces éléments sont représentées par une courbe fermée appelée *cycle d'hystérésis* et représentée sur la figure 1. Le parcours d'un cycle est en outre accompagné d'une dissipation d'énergie dont la valeur w_1 par unité de volume du fer a pour expression :

$$(1) \quad w_1 = \frac{\int b dh}{4\pi} = \frac{S}{4\pi}$$

S étant la surface du cycle.

Il est évidemment impossible d'introduire dans les équations une relation entre b et h telle que celle représentée par le cycle réel. Faute

de mieux, on remplace alors ce dernier par l'ellipse de la figure 2, déterminée par les deux conditions suivantes : elle est inscrite dans le même rectangle que le cycle réel; elle a la même aire. Il est facile de vérifier qu'en désignant par H et B les amplitudes des variations de h et de b , l'ellipse a pour équations :

$$(2) \quad h = H \sin \omega t \quad b = B \sin (\omega t - \varphi).$$

Comme sa surface est égale à $\pi BH \sin \varphi$, la loi de correspondance de h et de b sera entièrement déterminée en tirant φ de la relation :

$$(3) \quad S = \pi BH \sin \varphi.$$

Les formules (2) montrent que la simplification que nous avons introduite revient à supposer que l'induction b est constamment en retard sur le champ h d'un angle de phase égal à φ .

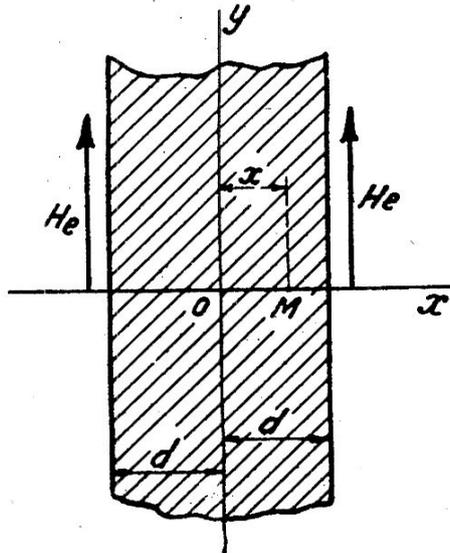


Fig. 3.

3-a. — Induction moyenne, et perméabilité apparente. — La simplification précédente étant admise, il est facile d'écrire la relation qui lie les valeurs complexes \mathcal{B} et \mathcal{H} de l'induction et du champ, il suffit de prendre pour perméabilité la valeur complexe $\mu e^{-j\varphi}$; il vient alors :

$$(4) \quad \mathcal{B} = \mu e^{-j\varphi} \mathcal{H}.$$

Ce qui est intéressant dans les applications, c'est le flux total qui traverse le noyau de la bobine; pour le calculer facilement il suffit de connaître la valeur moyenne de l'induction dans la section droite d'une plaque; nous désignerons par B cette valeur qui porte le nom d'induction moyenne. Si $\overline{\mathcal{B}}$ et $\overline{\mathcal{H}}$ sont les valeurs moyennes de \mathcal{B} et de \mathcal{H} , on aura :

$$(5) \quad B = \overline{\mathcal{B}} = \mu e^{-j\varphi} \overline{\mathcal{H}} = \mu \overline{\mathcal{H}}.$$

Mais la donnée du problème est le champ extérieur H_e qui existe, à la surface de la plaque (fig. 3); pour la commodité des calculs pratiques il y a donc intérêt à chercher le facteur par lequel il faut multiplier H_e pour obtenir directement \bar{B} . Nous poserons alors :

$$(6) \quad \bar{B} = \mu_a H_e$$

et nous donnerons le nom de *perméabilité apparente* au coefficient μ_a dont l'expression sera :

$$\mu_a = \mu \frac{\bar{\mathcal{C}}}{H_e}$$

Pour calculer μ_a il faut maintenant exprimer \mathcal{C} en fonction de la position d'un point de la plaque; nous reprendrons les notations du numéro 12-XI, la quantité γ étant cette fois :

$$\gamma = (1 + j)e^{-j\frac{\pi}{2}}m = \sqrt{2} e^{j(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})}m$$

avec

$$m = \sqrt{2\pi\mu\sigma\omega} = 2\pi\sqrt{\mu\sigma f}.$$

En posant

$$(7) \quad \gamma = (p + jq)m$$

nous aurons

$$(8) \quad p = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad q = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Comme on a trouvé au numéro 14-XI

$$\mathcal{C} = H_e \frac{\text{Ch } \gamma x}{\text{Ch } \gamma d}$$

il viendra

$$\bar{\mathcal{C}} = \frac{1}{2d} \frac{H_e}{\text{Ch } \gamma d} \int_{-d}^{+d} \text{Ch } \gamma x \, dx = \frac{H_e}{\gamma d} \text{Th } \gamma d$$

ce qui donne

$$(9) \quad \mu_a = \mu \left| \frac{\text{Th } \gamma d}{\gamma d} \right|.$$

Le module de $\text{Th } \gamma d$ se calcule facilement en remplaçant γ par $(p + jq)m$; on trouve sans peine :

$$|\text{Th } (\gamma d)|^2 = \frac{\text{Ch } 2pmd - \cos 2qmd}{\text{Ch } 2pmd + \cos 2qmd}$$

Dans les formules précédentes, comme dans tout ce qui suivra, l'épaisseur $2d$ de la plaque se trouve toujours associée au facteur m et le véritable paramètre de ces questions est le nombre sans dimensions $2md$; aussi poserons-nous :

$$2md = \xi$$

μ_a est alors donné par la relation :

$$(10) \quad \mu_a = \frac{2\mu^2}{\xi^2} \cdot \frac{\text{Ch } p\xi - \cos q\xi}{\text{Ch } p\xi + \cos q\xi}$$

Il est intéressant de noter en passant les valeurs limites de μ_a correspondant aux valeurs très petites de ξ ou aux grandes valeurs de cette variable, en remarquant d'ailleurs que les nombres 4 ou 5 peuvent déjà être considérés comme de grandes valeurs de ξ en raison des exponentielles dont ce paramètre est l'argument. On trouve sans peine :

pour ξ très petit

$$\mu_a = \mu$$

pour ξ grand

$$\mu_a = \frac{\mu\sqrt{2}}{\xi} = \frac{\mu}{m\sqrt{2d}}$$

Ces résultats pouvaient être prévus a priori. En effet quand ξ est très petit, c'est que l'effet pelliculaire est insensible, H est uniforme dans toute l'épaisseur de la plaque, qui se comporte alors comme en régime continu. Quand ξ est grand, H n'a de valeur sensible que dans la couche de pénétration (n° 12 — XI) dont l'épaisseur est précisément égale à $1/m\sqrt{2}$. La perméabilité apparente doit donc bien être égale à la perméabilité réelle réduite dans le rapport $\frac{1}{m\sqrt{2d}}$.

3-b. — Induction et perméabilité effectives. — Les plaques constituant les noyaux feuilletés sont séparées par un vernis isolant; l'espace occupé par le vernis, négligeable pour des tôles épaisses devient appréciable pour des tôles de quelques centièmes de millimètre employées dans la construction des alternateurs à haute fréquence. Si ε est l'épaisseur de la couche isolante et $2d$ celle des tôles, l'induction se trouve réduite dans le rapport $\frac{2d}{2d + \varepsilon}$ sensiblement, car on peut négliger le flux qui traverse l'isolant. Pour tenir compte de cet effet, il suffit de multiplier la perméabilité apparente par ce facteur : on obtient ainsi la perméabilité effective

$$\mu_{eff} = \mu_a \cdot \frac{2d}{2d + \varepsilon}$$

4. — Pertes par courants de Foucault. — Nous allons maintenant déduire de ces prémisses les formules donnant les pertes d'énergie dans le fer; nous le faisons surtout en vue de montrer leur importance et d'étudier l'influence des caractéristiques du métal. Quoique les résultats soient, dans certains cas, en bon accord avec l'expérience (n° 9), *il ne faut les*

employer qu'avec circonspection quand l'expérience ne les a pas contrôlés. Si J est l'amplitude de la densité de courant au point M de la plaque, d'abscisse x , l'énergie W_F dissipée en une seconde par courants de Foucault sera pour une conductivité σ , dans un volume de largeur (suivant oy) et de hauteur égales à l'unité de longueur :

$$W_F = \frac{1}{2\tau} \int_{-d}^{+d} J^2 dx.$$

Mais (n° 14-XI)

$$J = + \frac{\gamma}{4\pi} H_r \frac{\text{Sh } \gamma x}{\text{Ch } \gamma d}$$

d'où

$$J^2 = \frac{\gamma^2}{(4\pi)^2} H_r^2 \left| \frac{\text{Sh } \gamma x}{\text{Ch } \gamma d} \right|^2.$$

En remplaçant γ par $(p + jq)m$, on peut écrire :

$$|\text{Sh } \gamma x|^2 = \frac{1}{2} (\text{Ch } 2pmx - \cos 2qmx)$$

$$|\text{Ch } \gamma d|^2 = \frac{1}{2} (\text{Ch } 2pmd + \cos 2qmd)$$

et l'intégration est immédiate. Le produit $p \cdot q$ s'introduit dans le résultat, il a pour valeur :

$$pq = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) = \cos \varphi$$

et l'on a

$$W_F = \frac{m H_r^2}{(4\pi)^2 \sigma} \frac{1}{\cos \varphi} \frac{q \text{Sh } p\xi - p \sin q\xi}{\text{Ch } p\xi + \cos q\xi}$$

Cette expression est relative à la perte dans une plaque, et ce qui est intéressant pour les applications, ce sont les pertes par unité de volume. En négligeant les intervalles entre les plaques du feuilletage¹, il y a par unité d'épaisseur un nombre de plaques égal à $\frac{1}{2d}$; la perte par seconde et par unité de volume est donc, en réduisant :

$$(11) \quad W_F = \frac{2f}{4} H_r^2 \frac{1}{\cos \varphi} \frac{q \text{Sh } p\xi - p \sin q\xi}{\text{Ch } p\xi + \cos q\xi}$$

Cette expression est commode quand on se donne le champ extérieur

1. On tiendrait compte de l'épaisseur E de l'isolant en multipliant les seconds membres des formules 11 à 18 par $\frac{2d}{2d + \varepsilon}$.

H_c , mais c'est plutôt l'induction moyenne \bar{B} que l'on utilise dans les problèmes de ce genre : en remplaçant H_c par B/μ_a on obtient une nouvelle forme de cette formule :

$$(12) \quad W_F = \frac{f}{4\mu} B^2 \left[\frac{\xi}{2 \cos \varphi} \frac{q \operatorname{Sh} p\xi - p \sin q\xi}{\operatorname{Ch} p\xi - \cos q\xi} \right].$$

Nous désignerons par F la quantité entre crochets et il viendra :

$$(12') \quad W_F = \frac{f}{4\mu} B^2 F.$$

5. — Pertes par hystérésis. — D'après les formules 1 et 3 du numéro 2, la perte par unité de volume est, pour un seul parcours du cycle d'hystérésis :

$$w_h = \frac{BH \sin \varphi}{4} = \mu \frac{H^2 \sin \varphi}{4}.$$

D'autre part l'expression complexe du champ magnétique au point d'abscisse x est (n° 14 XI) :

$$\mathcal{H} = H_c \frac{\operatorname{Ch} \gamma x}{\operatorname{Ch} \gamma d}$$

On en déduit :

$$H^2 = |\mathcal{H}|^2 = H_c^2 \frac{\operatorname{Ch} 2pmx + \cos 2qmx}{\operatorname{Ch} p\xi + \cos q\xi}$$

et l'on peut calculer la perte d'énergie W_h due à l'hystérésis pour une seule plaque, pendant une seconde :

$$W_h = \int \frac{\mu \sin \varphi}{4} \int_{-d}^{+d} H^2 dx.$$

Un calcul tout à fait semblable à celui du numéro précédent donne pour la perte par unité de volume et par seconde :

$$(13) \quad W_h = \frac{\mu f}{4} H_c^2 \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\xi} \frac{q \operatorname{Sh} p\xi + p \sin q\xi}{\operatorname{Ch} p\xi + \cos q\xi}$$

ou

$$(14) \quad W_h = \frac{f}{4\mu} \bar{B}^2 \left[\frac{\xi}{2} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\xi} \frac{q \operatorname{Sh} p\xi + p \sin q\xi}{\operatorname{Ch} p\xi + \cos q\xi} \right].$$

Nous désignerons par Y la quantité entre crochets et nous pourrions écrire :

$$(14') \quad W_h = \frac{f}{4\mu} \bar{B}^2 Y.$$

6. — **Pertes totales.** — On déduit aisément des formules précédentes l'expression des pertes totales

$$(15) \quad W_T^1 = \frac{\nu f}{4} H_e^2 \frac{1}{\xi} \frac{p \operatorname{Sh} p\xi - q \sin q\xi}{\operatorname{Ch} p\xi + \cos q\xi}$$

$$\text{ou (16)} \quad W_T^1 = \frac{f}{4\mu} B^2 \left[\frac{\xi}{2} \frac{p \operatorname{Sh} p\xi - q \sin q\xi}{\operatorname{Ch} p\xi - \cos q\xi} \right]$$

Ces formules ont été établies par Marius Latour [7].

7. — **Influence des caractéristiques du fer sur les pertes.** — Les formules précédentes sont trop compliquées pour qu'on puisse y lire directement l'effet produit par les différents paramètres qui y interviennent mais on peut se faire une idée de l'influence des caractéristiques du fer en examinant les cas où ξ est très petit ou grand, comme on l'a fait pour la perméabilité apparente. Dans ces conditions on a :

ξ très petit.

$$(17) \quad W_F^1 = \frac{2\pi^2}{3} B^2 \frac{\sigma f^2}{\cos \varphi} d^2, \quad W_V = W_T^1 = \frac{B^2}{4} \frac{f}{\mu} \sin \varphi$$

ξ grand.

$$(18) \quad W_F^1 = \frac{\pi B^2}{\sqrt{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos \varphi} \frac{\sigma^{1/2} f^{1.5}}{\mu^{1/2}} d, \quad W_V = W_T^1 \sin \varphi$$

$$W_T^1 = \frac{\pi B^2}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \frac{\sigma^{1/2} f^{1.5}}{\mu^{1/2}} d.$$

Nous avons pris les formes relatives à une induction moyenne donnée, car elles correspondent aux applications les plus fréquentes.

On voit que dans les deux cas les pertes sont diminuées par l'augmentation de la perméabilité et la diminution de la conductivité. C'est en vue d'obtenir des tôles très perméables que l'on a poursuivi depuis quelques années des études nombreuses sur des alliages à base de fer. Nous verrons au numéro 13 les traits caractéristiques des résultats remarquables que l'on a obtenus dans cette voie. Les perméabilités initiales, correspondant aux champs de quelques centièmes de Gauss, sont passées de 2 ou 300 à des valeurs voisines de 10.000 et même à 80.000 pour le Mu-métal¹; la conductivité, voisine de 10^{-4} pour le fer, a pu descendre au-dessous de $2 \cdot 10^{-5}$.

1. Ces alliages spéciaux à perméabilité considérable ne sont cependant pas utilisés dans les transformateurs ou bobines employés en radio-électricité.

La valeur de φ joue un rôle prépondérant pour les pertes par hystérésis; des progrès ont également été faits dans cette voie et cet angle est tombé au-dessous de 10° .

Ces formules montrent encore que les pertes par courants de Foucault sont négligeables pour les très faibles épaisseurs, ce qui est très naturel puisque dans le plan médian d'une plaque le courant est toujours nul. Au contraire, elles l'emportent de beaucoup pour les fortes épaisseurs; dans ce cas le rapport des pertes par hystérésis aux pertes par courants de Foucault est égal à $\sin \varphi$. Il résulte de ces remarques que la finesse du

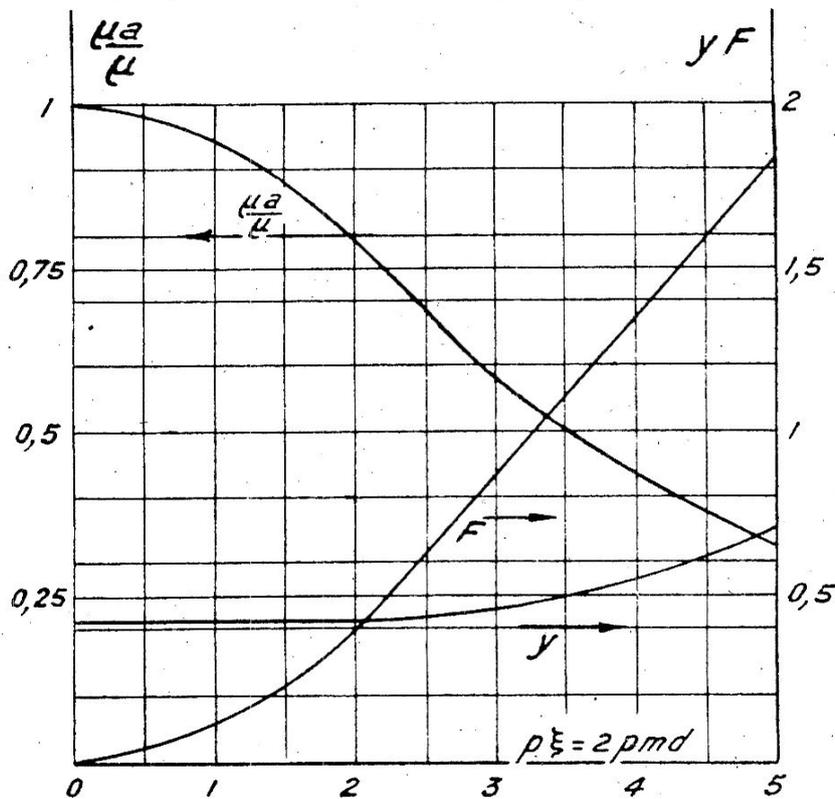


Fig. 4.

feuilletage joue son rôle principal dans l'atténuation des courants de Foucault.

On remarquera enfin que l'expression des pertes par hystérésis pour les tôles très minces est précisément la même qu'en courant très lentement variable. D'après les formules 1 et 3 du numéro 2, la perte d'énergie pour un cycle est en effet :

$$\frac{BH}{4} \sin \varphi = \frac{B^2}{4\mu} \sin \varphi$$

et comme μ_n est alors égal à μ (n° 3), B est égal à B .

Pour des tôles épaisses la perte par unité de volume est proportionnelle

à l'épaisseur des plaques, ce qui peut sembler étrange puisque la quantité de métal soumise à l'induction dans chaque plaque reste la même quelle que soit l'épaisseur, c'est celle qui est contenue dans les deux couches pelliculaires. Mais il faut songer que ces formules ont trait à une induction moyenne donnée; si la quantité de métal soumise à l'induction diminue, il faut y accroître l'induction locale pour que la valeur moyenne reste constante.

Nous avons tracé sur la figure 4 les courbes représentant les variations des différentes pertes et celles du coefficient de perméabilité apparente, en fonction du paramètre p pour donner une idée plus précise des variations de ces fonctions. Les courbes F et Y sont les représentations des fonctions de même nom des formules 12' et 14'.

La seule donnée dont dépendent ces courbes est, grâce au paramètre employé, l'angle φ d'hystérésis. Nous l'avons pris égal à 23° , valeur qui correspond à des tôles au silicium avec lesquelles ont été construits les alternateurs à haute fréquence.

On a alors :

$$\sin \varphi = 0,391 \quad q = 0,78 \quad p = 1,18.$$

En prenant pour μ , σ , f et d telles valeurs qui conviendraient à un cas donné, on pourrait en déduire les valeurs numériques des pertes.

L'examen de ces courbes confirme les observations déduites des formules simplifiées 17 et 18.

8. — Valeurs numériques de pertes. — Voici, d'ailleurs, quelles sont les valeurs du paramètre p^2 et des pertes totales correspondantes pour quelques valeurs de μ , σ , f et d . Nous avons pris des épaisseurs de tôles voisines des valeurs extrêmes et les résultats ont trait à un angle d'hystérésis de 23° et à une induction moyenne B de 1.000 Gauss. Les pertes sont exprimées en watts par kilogramme de métal.

f (°/s)	μ	σ (U.E.M.)	$2d$ (cm)	p^2	Pertes ($\frac{W}{kg}$)
20.000	1.000	$2 \cdot 10^{-5}$	0,009	1,33	40
»	»	»	0,003	0,33	28
»	10.000	»	0,009	5	15,5
»	10.000	»	0,003	1,67	4,5
1.000	1.000	10^{-4}	0,035	1,64	2,5
»	»	2.10	0,009	0,3	1,5
»	»	»	0,003	0,075	1,3
»	10.000	»	0,009	1,1	0,18

9. — **Comparaison entre la théorie et l'expérience.** — La simplification introduite dès le début pour pouvoir tenir compte du phénomène d'hystérésis dans les équations est assez osée. Non seulement on a remplacé le cycle d'hystérésis par une courbe différente, mais encore, en adoptant une ellipse, on a supprimé la discontinuité des pointes du cycle réel qui doivent introduire dans les oscillations des harmoniques dont la théorie

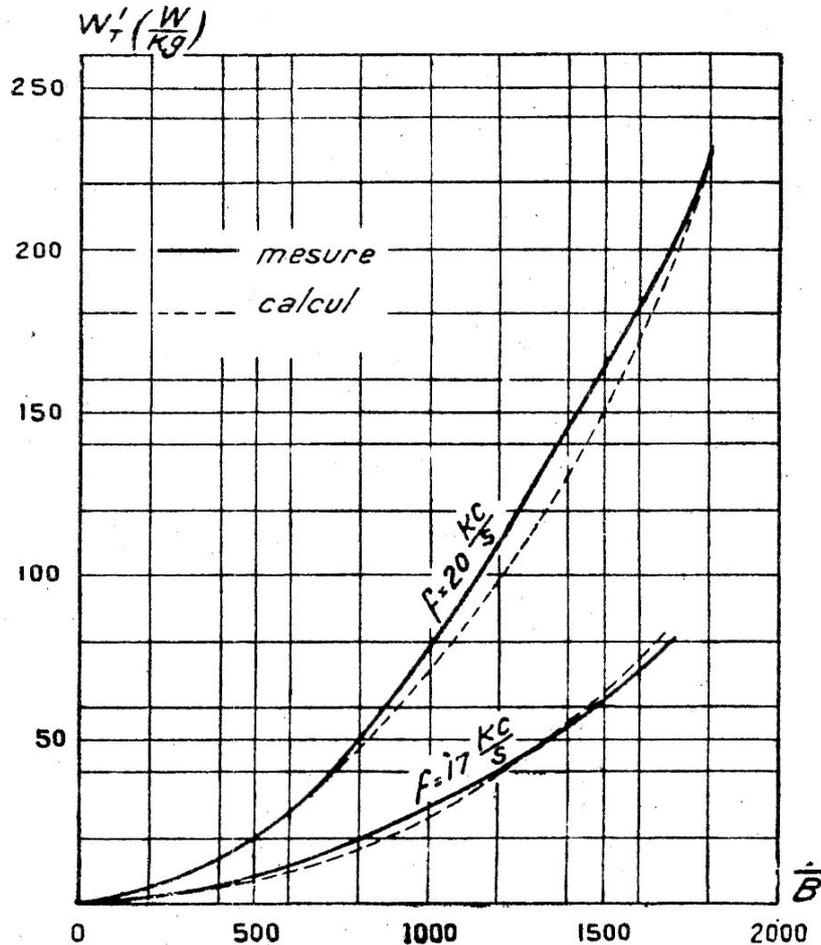


Fig. 15. — Pertes dans des tôles au silicium : $2d = 0,007$ cm ; $\varphi = 23^\circ$.

ne tient aucun compte. D'autre part les valeurs de μ et de φ sont assez difficiles à déterminer avec précision. Ces deux quantités dépendent de la valeur de l'amplitude de l'induction réelle B ; or pour une valeur donnée de l'amplitude \bar{B} de l'induction moyenne, B change avec l'épaisseur des plaques et la théorie ne tient pas compte de ce fait. Enfin le flux ne peut pas être absolument uniforme dans tout le volume des noyaux, comme nous l'avons supposé.

Ici, comme dans beaucoup d'autres cas, il paraît cependant s'établir des compensations qui aboutissent à un accord assez satisfaisant entre les formules et les résultats expérimentaux. La figure 5 permet de se

rendre compte de cet accord en ce qui concerne l'évaluation des pertes totales [1]. Il ne faudrait pas, d'ailleurs, trop compter sur le maintien d'un tel accord en toutes circonstances et un contrôle sera toujours prudent.

On trouvera dans un article de Colebrook [3] un exposé complet de l'état actuel des connaissances sur ces questions et des *réserves qui s'imposent dans l'emploi des formules*.

10. — Formule de Steinmetz. — Steinmetz a montré expérimentalement que les pertes par hystérésis dans le fer pouvaient être souvent représentées par la formule suivante où w_1 est la dissipation d'énergie par centimètre cube et par cycle, exprimée en ergs et B l'amplitude de l'induction

$$w_1 = \tau_1 B^x.$$

Dans les applications industrielles en basse fréquence et pour des champs de quelques Gauss, l'exposant x est voisin de 1,6; mais pour des champs de l'ordre de 1 Gauss il serait de 3 environ.

Il y a d'ailleurs lieu de noter que cette formule est établie pour du fer et on ne saurait l'appliquer sans discernement aux nombreux alliages que l'on emploie aujourd'hui. Quant à la valeur de τ_1 elle varie dans des limites très étendues. Une valeur d'environ 0,0005 convient aux bonnes tôles au silicium, mais on a obtenu des valeurs 5 fois plus faibles.

11. — Emploi des poudres de fer. — Le fer feuilleté convient à la construction des alternateurs à haute fréquence, mais ceux-ci travaillent sur des fréquences de 15 à 30 Kc/s; pour des fréquences de quelques centaines de kilocycles par seconde les pertes deviendraient prohibitives.

Au moyen des formules précédentes, on peut calculer la résistance d'une bobine à noyau feuilleté de self-induction donnée L. En prenant des tôles définies par $d = 0,002$ cm, $\mu = 1.000$, $\sigma = 2.10^{-5}$ U.E.M. et en donnant à la bobine la forme d'un tore pour éviter les pertes de flux, on trouve qu'une bobine de 200 μ H aurait, à la fréquence de 500 Kc/s, une résistance de 230 ohms, quelles que soient d'ailleurs les dimensions du tore¹.

1. Si r est le rayon des sections droites du tore et a celui du cercle contenant leurs centres, le champ de n spires parcourues par un courant I est sensiblement $H_e = \frac{2nI}{a}$ et le flux de self-induction $LI = \pi r^2 n B = \pi r^2 n \bar{B} = \pi r^2 n \mu a H_e$. Ces relations permettent de calculer n puis H_e et enfin l'énergie dissipée qui contient I² en facteur; on en déduit la résistance.

C'est pourquoi on a été conduit à utiliser du fer en poudre, noyé dans un isolant (n° 7-XI); les pertes sont alors très réduites car le courant ne peut plus circuler dans les particules comme il le fait sur toute la longueur des plaques, mais la perméabilité effective devient relativement très faible.

Howe a donné une expression de cette perméabilité pour des noyaux constitués par des particules cubiques uniformément réparties dans un isolant [5]. Si δ est la fraction de volume occupé par l'isolant, on a

$$\mu_{eff} = \frac{\mu - \frac{2}{3}\delta(\mu - 1)}{1 + \frac{1}{3}\delta(\mu - 1)}$$

μ_{eff} ne croit que très lentement avec μ quand cette quantité dépasse 100 à 200; c'est ainsi que pour $\delta = 0,1$ et $\mu = 200$: $\mu_{eff} = 23$; pour $\mu = \infty$ on aurait seulement $\mu_{eff} = 28$. Nous avons vu que la perméabilité efficace du ferrocarril est égale à 10 environ.

12. — Cas où un champ permanent est superposé au champ alternatif. — Dans certains cas, dans les transformateurs intercalés dans le

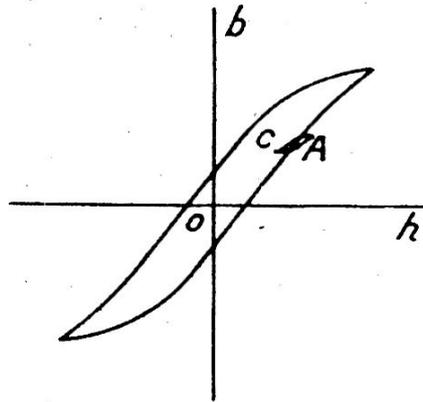


Fig. 6.

circuit plaque d'une lampe par exemple, le fer est soumis à un champ permanent provenant du courant continu de la plaque.

Dans ce cas, sous l'influence d'un faible courant alternatif, on obtient un petit cycle dans le voisinage du point A du cycle principal (fig. 6), point qui correspond à l'état du fer sous l'influence du champ permanent.

La perméabilité correspondante est alors $\frac{\Delta B}{\Delta H}$ qu'on peut appeler perméabilité différentielle.

Lord Rayleigh a montré que si le point A n'est pas trop élevé sur le cycle principal, cette perméabilité différentielle est égale à la perméabilité

initiale, c'est-à-dire à celle qui correspondrait à des variations très petites du champ quand il n'y a pas d'aimantation. Mais elle décroît et tend vers zéro quand le point A se rapproche de la région de saturation. Il y a toujours intérêt à diminuer dans la mesure du possible l'aimantation permanente.

13. — Caractéristiques des alliages de fer. — En introduisant dans des alliages de fer divers métaux, même en quantités très faibles, on parvient à modifier les propriétés magnétiques de ce métal dans des proportions considérables et en particulier à augmenter sa perméabilité, et à diminuer les pertes par hystérésis.

Certains corps ont une mauvaise influence : le carbone augmente les pertes et diminue la perméabilité, le manganèse produit des effets du même genre. Il existe cependant parfois de faibles proportions de ce dernier corps dans d'excellents alliages.

Le tungstène, le molybdène, le chrome et le cobalt diminuent la perméabilité, mais ils augmentent beaucoup le champ coercitif et on les réserve pour les aimants permanents.

Ce sont l'aluminium, le silicium et surtout le nickel qui sont intéressants pour l'objet qui nous occupe actuellement. Les deux premiers diminuent l'hystérésis et en même temps les pertes par courants de Foucault, car ils accroissent la résistivité du métal.

Les aciers au nickel ont fait depuis une dizaine d'années l'objet de recherches nombreuses, poursuivies surtout par les « Bell Laboratories » [4]. Ces recherches ont abouti à la création de toute une famille de nouveaux alliages désignés sous les noms de *permalloy*, *permax*, *mu-métal*, dont la teneur en nickel est de l'ordre de 78,5 % ou de 40 à 60 %. Les valeurs numériques suivantes permettront de se rendre compte de leurs propriétés et de les comparer aux anciens aciers.

Dans les tableaux suivants, μ_0 et μ_{max} sont les perméabilités initiale et maximum, B_{max} est l'induction maximum correspondant au champ H donné en-dessous, p est la conductivité en unités électro-magnétiques. Les inductions sont données en gauss, les champs en gilbert par centimètre; w_1 est la perte par hystérésis, par cycle et par centimètre cube, exprimée en ergs.

Les indications portées en tête des colonnes se rapportent aux métaux suivants [2].

Ad : Aciers doux, tôles ordinaires.

As 2 % : Aciers au silicium, à 2 %, tôles supérieures.

As 3,5 % : Aciers au silicium à 3,5 %, tôles extra-supérieures.

P_a : Types de Permalloy A à 78,5 % et mu-métal.

P_b : Types de métal A et de Permalloy B à 40 à 60 % de nickel.

	Ad	As 2%	As 3,5%	Pa	Pb
μ_0	250	300	350	8 à 12.0000	1.000 à 2.500
μ_{max}	5.000	5.000	6.000	60 à 80.000	11.000 à 16.000
pour $H=$	1,2	1	0,75	0,05	0,35
B_{max}	22.000	21.000	20.000	10.500	14.000 à 16.000
w_1	1.800	850	750	70	300
pour $B=$	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
σ	10^{-4} à $6 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$

Acier au silicium à 3 %.

H	B	μ	H	B	μ
1,9	6.600	3.500	5	1.070	2.140
2,4	7.700	3.200	11	13.000	1.180
3,2	8.950	2.800	67	16.000	240
4,1	9.850	2.400			

Mu-métal.

(Nickel 76,7 %, Fer 15,50 %, Cuivre 5,2 %, Manganèse 2,2 %).

H	B	μ	H	B	μ
0,05	4.000	80.000	0,4	6.200	15.500
0,1	5.000	50.000	0,7	7.000	10.000
0,2	5.500	27.500	1	8.000	8.000
0,3	6.000	20.000			

Permax.

H	B	μ	H	B	μ
1	9.500	9.500	3	12.000	4.000
2	10.000	5.000	4	15.000	3.750

BIBLIOGRAPHIE

1. BETHENOD (J.). — *Les alternateurs à haute fréquence.* — Chiron, Paris.
 2. CHAUCHAT (M.). — *Les alliages à haute perméabilité.* — Bull. Soc. Franç. des Elec., **9**, oct. 1929, 1091-1107.
 3. COLEBROOK (F. M.). — *Matériaux magnétiques en haute fréquence.* — Radio research special report. n° 14. Department of scientific and industrial research. — His Majesty's stationery office, London. — 1934, 22 p. Cette note contient une bibliographie complète du sujet.
 4. ELMEN (G. W.). — *Alliages magnétiques de fer, nickel et cobalt.* — Journ. Franklin Inst. — **207**, may 1929, 583-617.
 5. HOWE (G. W. O.). — *Noyaux de poudre de fer pour bobines.* — Wireless Engineer, **10**, 1933, 1.
 6. HOWE (G. W. O.). — *Bobines à noyau de fer.* — Wir. Eng., **10**, 1933, 293. — *Noyaux en poudre de fer.* — Wir. Eng., **10**, 1933, 313.
 7. LATOUR (M.). — *Notes sur les pertes dans une plaque de fer aux fréquences radio-électriques.* — Proc. Inst. Rad. Eng., **7**, 1919, 61-71.
 8. STRUTT (M. J. O.). — *Perméabilité du fer, du nickel et du cobalt entre 10^6 et 10^7 c/s.* — Zeitsch. für. phys., **68**, 1931, 632.
-

CHAPITRE XIV

PROPAGATION DES ONDES DANS L'ESPACE

§ I. — RÉSULTATS DES OBSERVATIONS.

1. — **Considérations générales.** — Quand Marconi réussit à faire passer un premier message au-dessus du Pas-de-Calais, on était loin de se douter de l'essor extraordinaire que prendrait un jour la Télégraphie sans fil; on considérait avec raison que les ondes électro-magnétiques de grande longueur suivraient les lois déjà bien connues auxquelles obéissaient leurs aînées, les ondes lumineuses. Assurément la différence considérable entre les longueurs des unes et des autres devait donner lieu à des divergences importantes; la diffraction, par exemple, serait beaucoup plus grande que pour les ondes lumineuses; les ondes hertziennes contourneraient donc les obstacles plus facilement, elles perceraient les brouillards, elles atteindraient les navires en mer à des distances notablement plus grandes que les phares lumineux. Mais personne ne songeait à leur faire traverser les océans; l'obstacle constitué par une partie importante de la terre était trop considérable.

Et pourtant, Marconi, poursuivant ses expériences, s'apercevait que les signaux portaient beaucoup plus loin que l'on s'y attendait; il tenta la traversée de l'Atlantique et le 12 décembre 1901 des signaux émis à Poldhu en Cornouailles étaient perçus à Terre-Neuve. Six ans plus tard, des stations installées à Clifden en Irlande et à Glace-Bay en Nouvelle Écosse assuraient un service radiotélégraphique entre l'ancien et le nouveau monde.

Les progrès faits dans l'augmentation des portées encouragèrent à demander toujours davantage à la télégraphie sans fil et l'on porta surtout les efforts sur l'augmentation des puissances. Cela conduisit à l'augmentation de la longueur des ondes; avec les ondes amorties des grandes antennes étaient nécessaires pour mettre en jeu de fortes énergies.

Pour cette raison et aussi parce que l'on ne savait pas produire des ondes courtes dans de bonnes conditions, toute la gamme des fréquences supérieures à 10^6 fut systématiquement laissée de côté jusque vers 1920. A cette époque les progrès faits dans la fabrication des tubes électroniques permirent la construction facile d'émetteurs de fréquences plus élevées. Les amateurs auxquels on avait abandonné toutes les fréquences jugées

inutiles firent de nombreux essais et les résultats qu'ils obtinrent bientôt les engagèrent dans une voie qu'ils suivirent avec passion. Chez eux les communications sans fil devinrent un sport, les records succédèrent aux records; en deux ou trois ans ils avaient épuisé tous ceux que les espaces disponibles sur notre terre mettaient à leur disposition; les communications avec les Antipodes étaient presque devenues un fait banal. Bien entendu les services radiotélégraphiques commerciaux et officiels avaient suivi une route parallèle et, disposant de moyens considérables, avaient établi définitivement les avantages que l'on pouvait tirer des ondes courtes.

Ce fut une étape aussi importante que celle franchie par Marconi quand il montra la possibilité de franchir l'Atlantique; l'étonnement ne fut pas moins grand. L'utilisation rationnelle des ondes électro-magnétiques demandait décidément une étude serrée des phénomènes liés à leur propagation; les hypothèses et les théories déjà mises en avant eurent un regain d'actualité et une série de travaux considérables commença, qui a introduit dans la physique un nouveau chapitre et dévoilé le rôle capital joué par la haute atmosphère dans les communications radioélectriques.

Dans les paragraphes suivants, nous examinerons les recherches théoriques relatives à ces questions; pour le moment nous allons exposer les résultats de l'observation et de l'expérience.

Ces résultats sont extrêmement complexes, ils dépendent d'un grand nombre de variables dont les variations s'enchevêtrent et dont les effets ne sont pas encore bien précisés; certaines d'entre elles sont en liaison avec l'état météorologique de l'atmosphère, considérée dans toute son étendue. C'est dire qu'une classification nette des résultats de l'observation est impossible et que notre énumération sera purement qualitative et se bornera à indiquer l'allure des phénomènes. Telle quelle, elle fera néanmoins ressortir des faits importants dont la connaissance est indispensable à une étude judicieuse des communications radioélectriques. Dans les applications, quand on se trouve en présence d'un problème limité, il est souvent possible, en étudiant avec soin les détails fournis par la littérature technique, d'en trouver à priori une solution satisfaisante; mais il ne faut pas oublier qu'une telle étude est indispensable et que les considérations développées dans ce chapitre n'ont d'autre but que d'y préparer.

Pour la commodité du langage nous désignerons les ondes de différentes longueurs par les dénominations conseillées par le Comité Consultatif Radioélectrique.

2. — **Classification des ondes suivant leur fréquence.** — Le Comité Consultatif de Radio-électricité, lors de sa réunion de La Haye en 1929, a conseillé l'emploi des dénominations suivantes pour les ondes de différentes longueurs :

$f < 100 \text{ kc/s}$	$\lambda > 3.000^{\text{m}}$	Ondes longues
$100 \text{ kc/s} < f < 1.500 \text{ kc/s}$	$3.000^{\text{m}} > \lambda > 200^{\text{m}}$	Ondes moyennes
$1500 \text{ kc/s} < f < 6.000 \text{ kc/s}$	$200^{\text{m}} > \lambda > 50^{\text{m}}$	Ondes intermédiaires
$6.000 \text{ kc/s} < f < 30.000 \text{ kc/s}$	$50^{\text{m}} > \lambda > 10^{\text{m}}$	Ondes courtes
$30.000 \text{ kc/s} < f <$	$10^{\text{m}} > \lambda$	Ondes très courtes.

Cette classification est établie dans le but de représenter par un même vocable les ondes dont les propriétés ne sont pas trop dissemblables, mais là plus qu'ailleurs, la remarque du numéro précédent s'applique, il faut se garder d'attribuer un sens trop net à une telle division.

3-a. — **Variations de la portée en fonction de la fréquence.** — Il est difficile de donner au mot portée un sens précis; on peut dire évidemment que c'est la distance à laquelle une émission de puissance donnée est convenablement reçue; mais la réception dépend du récepteur employé et aussi dans une large mesure de l'opérateur qui l'emploie. En outre l'énergie nécessaire à la réception est fonction de l'usage auquel on destine les signaux; une utilisation commerciale par exemple sera beaucoup plus exigeante que certaines utilisations militaires qui permettront une répétition des signaux à une cadence lente. Enfin, et surtout, l'état des perturbations atmosphériques au lieu de réception modifie dans des proportions très élevées la puissance indispensable à la compréhension des signaux.

En raison de cette dernière influence, la portée sera fonction de la saison, de l'heure de la journée, de la latitude ou plus exactement de la position géographique du lieu de réception.

Comme il ne s'agit actuellement que de comparer les facilités de propagation des ondes de différentes fréquences, nous pourrions simplifier le problème et définir la portée comme la distance à laquelle un émetteur de puissance donnée produit un champ électrique donné à l'avance.

C'est d'après une convention de ce genre que les graphiques des figures 1 et 2 ont été dressés par le *Bureau of Standards*. Les données qui y figurent sont relatives à la réception d'un émetteur dont la puissance rayonnée est de 5 kilowatts. Le champ requis au point d'écoute est de 10 microvolts par mètre pour toutes les fréquences inférieures à 2.000 kc/s; il décroît ensuite progressivement pour être de 1 microvolt par mètre environ pour la fréquence de 20.000 kc/s. Ces champs sont les plus faibles de ceux

qui permettent une réception pratique à l'oreille dans l'état actuel de la technique; quoiqu'il soit possible d'obtenir des amplifications considérables avec les moyens dont on dispose de nos jours, l'amplification des

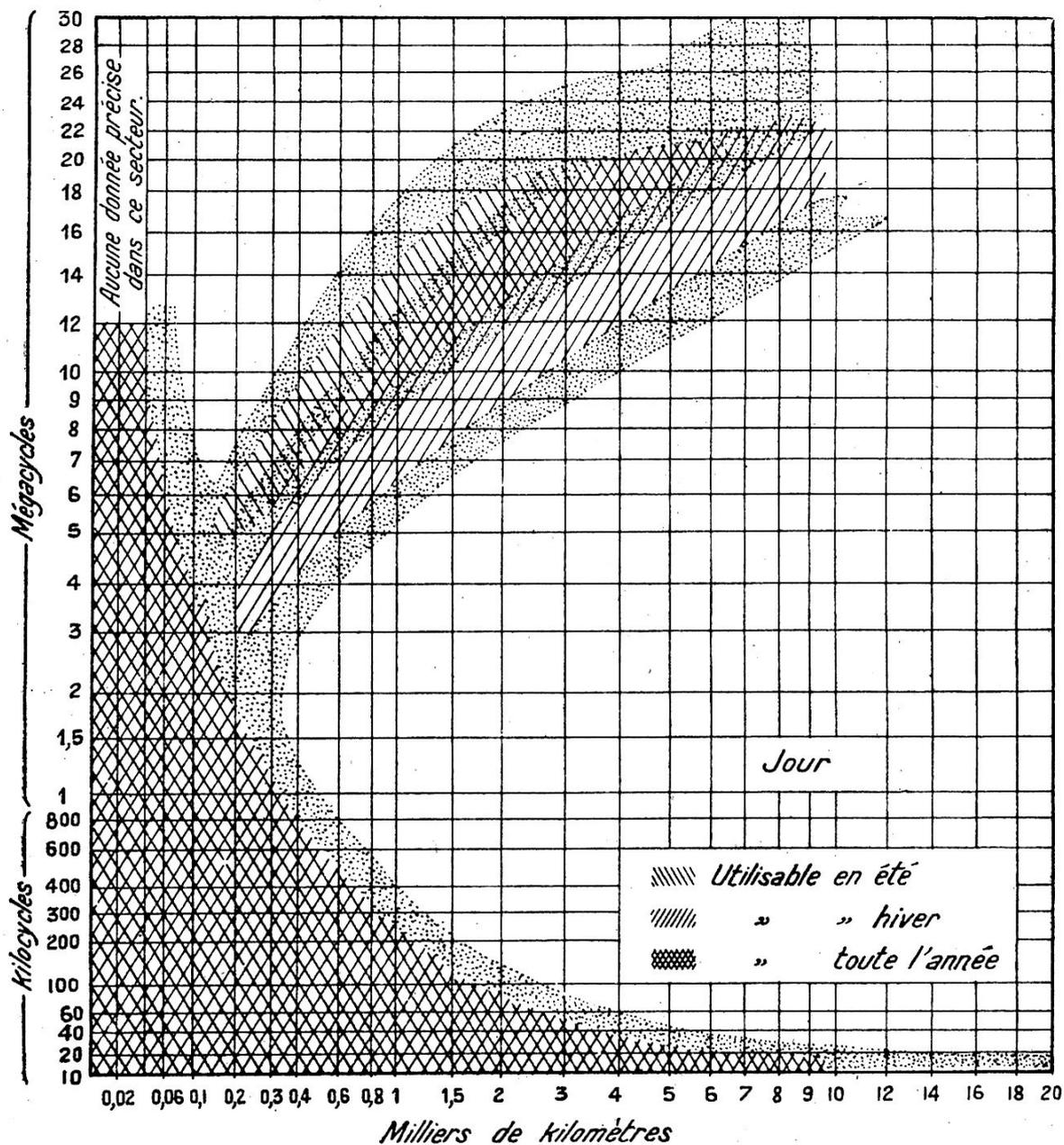


Fig. 1. — Le sablé correspond aux variations des résultats expérimentaux.

signaux est limitée par les bruits parasites de toute espèce qui se mêlent aux signaux et sont amplifiés avec eux. Ce sont ces bruits parasites, désignés souvent sous le nom de bruits de fond, qui imposent un seuil absolu au champ utilisable à la réception. Ce seuil correspond bien entendu à l'absence complète de perturbations atmosphériques.

Dans les figures, les échelles des distances et des fréquences sont cubiques,

c'est-à-dire que les nombres qui y sont inscrits sont proportionnels aux cubes des distances comptées depuis l'origine, ces échelles permettent un espacement commode des fréquences et des distances.

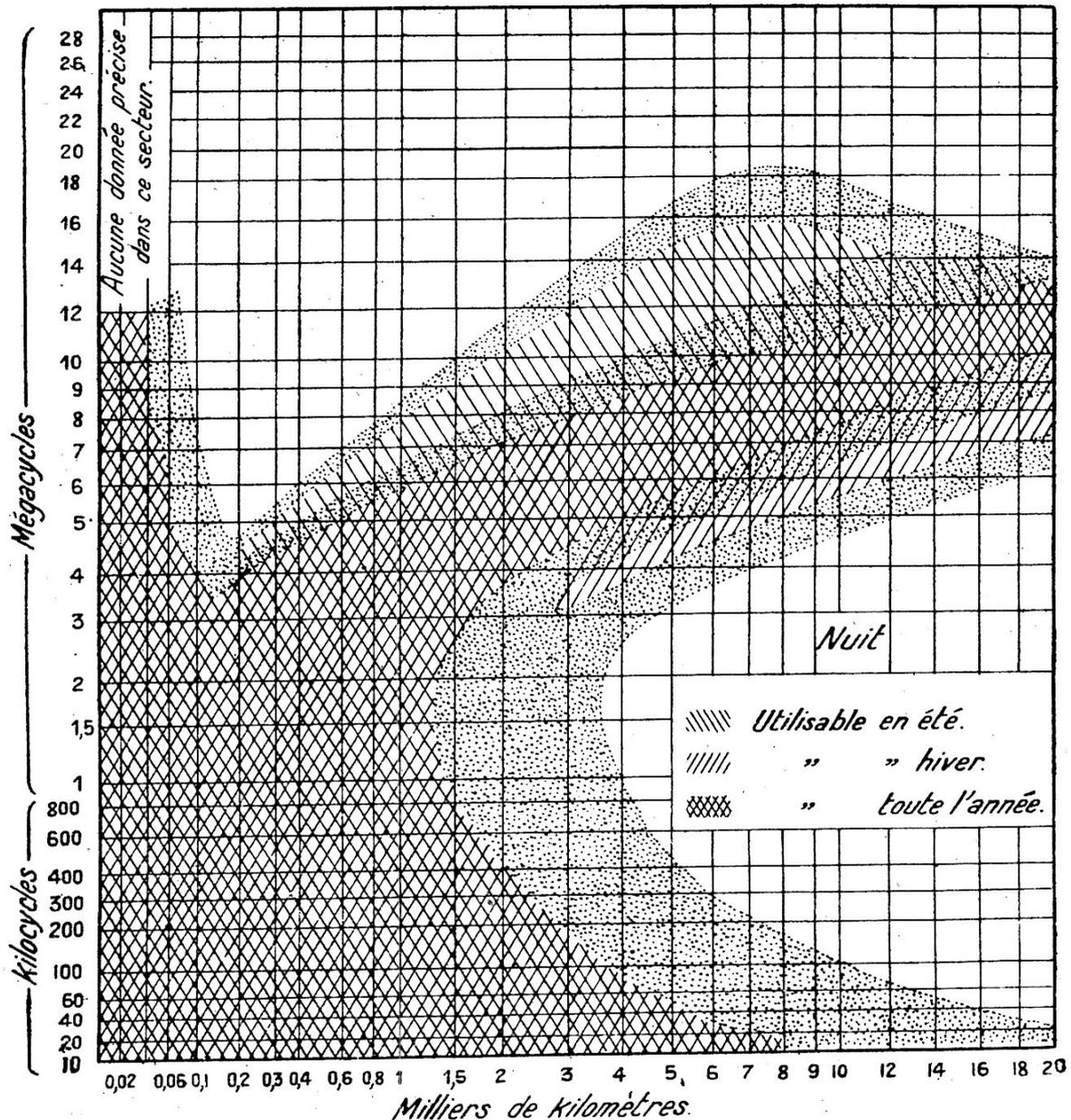


Fig. 2. — Le sablé correspond aux variations des résultats expérimentaux.

3-b. — Influences diurnes et saisonnières. — Les portées de nuit sont supérieures à celles de jour. Assez peu important pour les fréquences inférieures à une soixantaine de kilocycles, cet effet devient considérable pour les ondes courtes : les portées de nuit sont alors de 10 à 15 fois supérieures à celles de jour.

Les phénomènes changent d'aspect quand on atteint et dépasse les

fréquences de 15.000 kc/s environ; ces ondes ne sont plus entendues que de jour sauf à des distances de quelques dizaines de kilomètres de l'émetteur.

Quant à l'influence des saisons, elle se manifeste par un accroissement des portées en hiver; elle a naturellement un effet marqué sur les durées d'exploitation possible pendant une période de 24 heures, en raison de la différence de longueur des jours et des nuits.

3-c. — Conséquences des influences diurnes sur la direction de transmission des signaux. — Les diagrammes des figures 1 et 2 montrent que les ondes dont la fréquence atteint et dépasse 6 à 7.000 kc/s peuvent parvenir facilement aux antipodes et l'on doit même prévoir qu'elles dépassent ces points pour continuer leur chemin autour de la terre. C'est en effet ce que l'expérience vérifie.

Mais les facilités de propagation varient beaucoup suivant que le chemin est éclairé ou obscur, il arrive que, suivant la position de la ligne d'ombre sur la terre, c'est parfois le plus long des deux arcs de grand cercle joignant l'émetteur au récepteur qui représente le chemin le plus favorable; les ondes apportant les signaux parviennent alors au récepteur dans la direction opposée à celle que l'on a coutume de considérer comme celle de l'émetteur. Ce phénomène est courant dans certains trafics et les postes à réception dirigée doivent alors inverser la position des rideaux réflecteurs à certaines heures de la journée.

Quand les ondes suivant les deux chemins arrivent avec des intensités à peu près égales, les récepteurs dirigés peuvent évidemment employer l'une ou l'autre position des réseaux réflecteurs; mais les récepteurs non dirigés reçoivent alors les deux ondes et leurs signaux, en se superposant, se brouillent les uns les autres; la réception devient impossible. C'est par suite de circonstances de ce genre que l'on est arrivé à découvrir ces propagations dans les deux sens.

Des expériences systématiques ont alors été entreprises pour étudier ces phénomènes. L'enregistrement précis de signaux très brefs a permis de mesurer les durées de propagation; on a trouvé que celles-ci correspondaient à des ondes qui se propageraient avec la vitesse de la lumière à une hauteur moyenne d'une centaine de kilomètres au-dessus de la surface de la terre. A la suite de ces découvertes, les expériences furent poursuivies par Quäck [29] à la Telefunken sur une onde 19.370 kc/s (15,5 mètres); les enregistrements mirent alors en évidence l'existence d'une série de signaux successifs provenant d'un seul signal émis. L'espa-

ement dans le temps entre ces signaux était exactement égal à 0,1375 seconde, durée qui correspond au temps que les ondes mettraient à faire le tour de la terre dans les mêmes conditions de vitesse et d'altitude que ci-dessus. La figure 3 est la reproduction de l'un de ces enregistrements. On voit que l'intensité des signaux supplémentaires ne décroît que lentement.

De semblables résultats ne peuvent s'obtenir qu'à des époques et à des

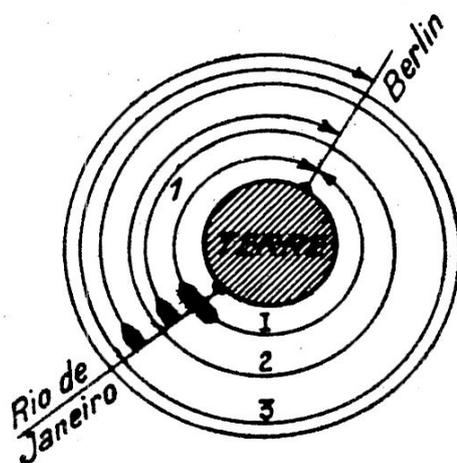
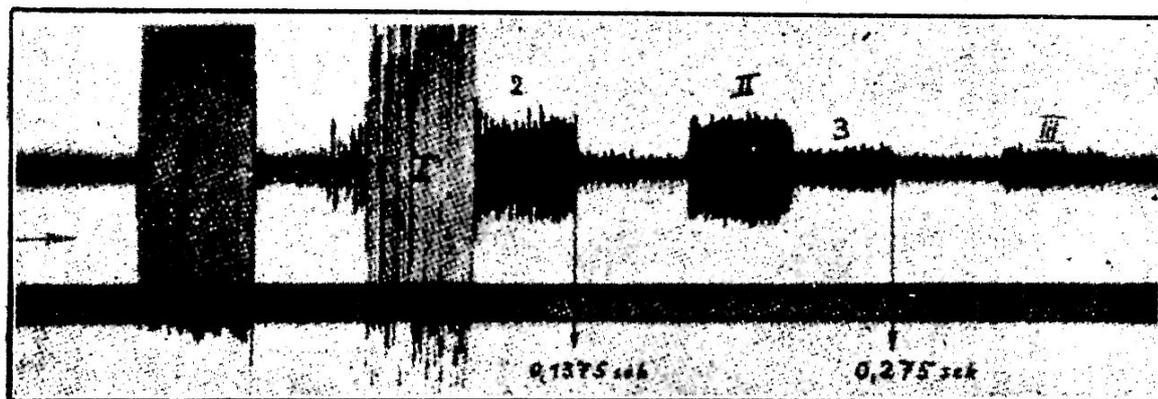


Fig. 3.

Enregistrement des signaux ayant fait le tour de la terre.

heures déterminées, quand le grand cercle limite de la lumière et de l'ombre passe par le récepteur et par l'émetteur à la fois; mais il montre la prodigieuse facilité avec laquelle les ondes courtes se propagent.

4. — **Zones de silence.** — Un phénomène, a priori plus curieux encore que les précédents, se rencontre dans la propagation des ondes courtes. Les signaux d'une station, fort bien entendus à 15 ou 20.000 kilomètres, peuvent être tout à fait impossibles à déceler dans une zone de quelques milliers de kilomètres, dont la limite la plus voisine de l'émetteur se trouve

à quelques dizaines de kilomètres seulement de celui-ci. Si l'on s'éloigne de la station émettrice, on commence par constater une diminution graduelle et rapide des signaux jusqu'à l'extinction complète; on parcourt alors une *zone de silence*, et au moment où on arrive à sa limite extérieure, les signaux réapparaissent presque brusquement avec une énergie considérable qui ne diminue ensuite que lentement. Une augmentation impor-

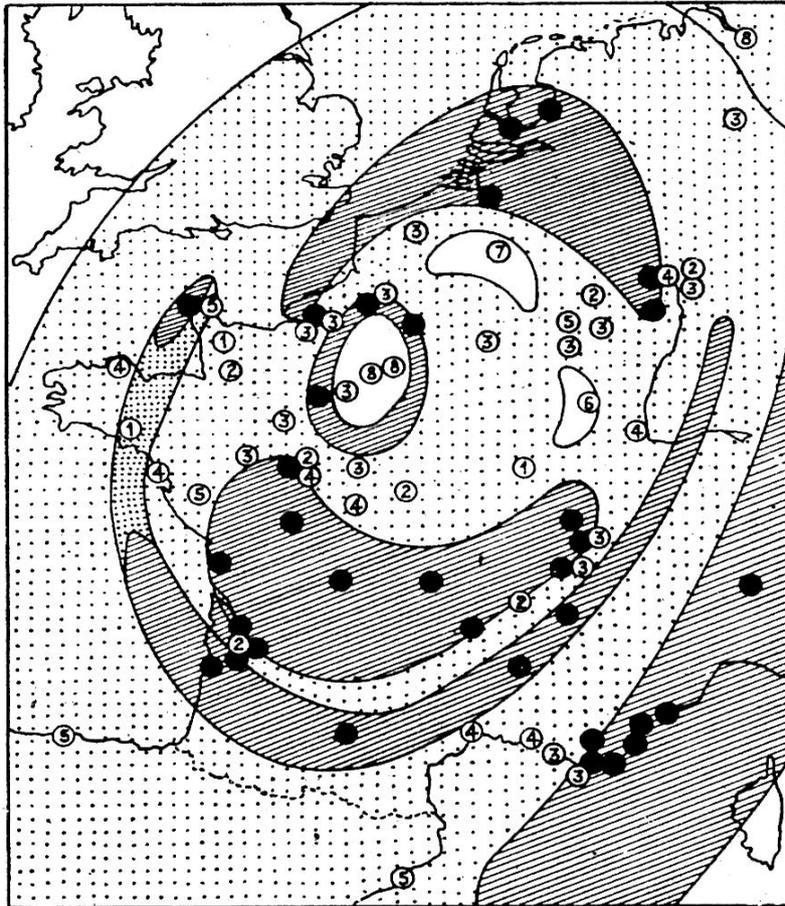


Fig. 4. — Zones de silence.

Les points noirs indiquent l'absence de réceptions, les chiffres l'intensité des signaux.

tante de la puissance ne modifie que très peu la largeur de la zone de silence; sa limite extérieure, en particulier, est à peine déplacée.

Les zones de silence sont plus étendues la nuit que le jour et ce phénomène est particulièrement marqué pour les fréquences voisines de 4 à 5.000 kc/s qui ne manifestent souvent de zones de silence que pendant la nuit. La limite située du côté de l'émetteur est d'autant plus près de ce dernier que la fréquence est plus élevée. Sur une fréquence de 15.000 kc/s et plus, les signaux disparaissent complètement à des distances de 15 à 20 kilomètres.

La limite extérieure de la zone s'écarte d'autant plus que la fréquence

est grande. Pour des fréquences supérieures à 23.000 kc/s on n'est pas sûr de retrouver à grande distance une région où les signaux seront de nouveau entendus. Au delà de 30.000 kc/s ce n'est que tout à fait exceptionnellement que l'on a perçu des signaux à grande distance. Les ondes très courtes ne peuvent être utilisées que dans des conditions spéciales que nous étudierons un peu plus loin (n° 9-xv).

Cet exposé des propriétés des zones de silence montre la complexité de la question; il est cependant encore trop simpliste. BUREAU, à la suite de longues et patientes expériences [9], a montré qu'il faut se garder

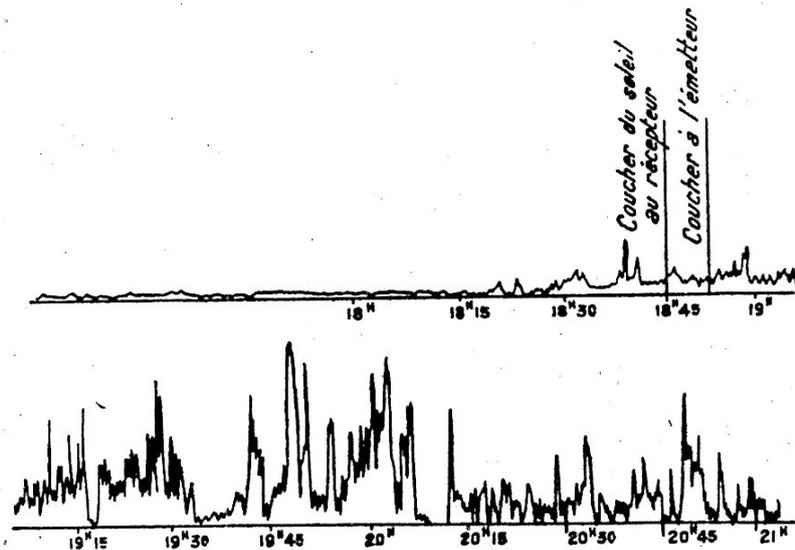


Fig. 5. — Enregistrements d'évanouissements.

de considérer ces zones comme limitées par des cercles centrés sur l'émetteur; elles se décomposent souvent en plusieurs anneaux ou portions d'anneaux répartis de façon très capricieuses; la figure 4 donne une idée des configurations que l'on peut observer.

5. — Évanouissements. — On désigne sous ce nom et sous le nom de « fading » des disparitions ou des affaiblissements des signaux; la durée de ces évanouissements est extrêmement variable pour une même émission et leur importance est fonction de la fréquence et de la distance de l'émetteur.

Peu accentués sur les ondes longues, les évanouissements sont surtout sensibles sur la gamme de fréquence comprise entre 4 à 500 kc/s et 2.000 kc/s environ. Ils jouent encore un rôle important dans la réception des ondes courtes.

Ces phénomènes se produisent surtout pendant la nuit, mais ils exis-

tent aussi pendant le jour quoiqu'à un bien moindre degré; l'enregistrement de la figure 5 en donne un exemple très caractéristique observé pendant une journée d'ailleurs assez troublée au point de vue électromagnétique [28]. Les variations de l'énergie reçue peuvent être considérables; des rapports de 1 à 100 entre le minimum et le maximum ne sont pas rares, on peut observer des rapports de 1 à 1.000.

La durée des évanouissements varie en général entre quelques minutes et quelques secondes ou même une fraction de seconde.

A des distances d'une dizaine de kilomètres de l'émetteur, les évanouissements sont très faibles; ils y peuvent atteindre cependant 10 % environ de l'énergie moyenne; ils augmentent ensuite avec la distance et passent par un premier maximum dans le voisinage de 100 kms pour les fréquences de 500 à 1.000 kc/s; on peut rencontrer d'autres maxima pour des distances plus grandes [15].

Au moment du lever et du coucher du soleil on constate sur toutes les ondes, même les ondes longues, des affaiblissements dont la durée est de l'ordre d'un quart d'heure et qui paraissent liés au passage sur les stations de réception et d'émission de la ligne d'ombre séparant les régions éclairées et obscures de la terre [8].

On a souvent l'occasion de constater que les évanouissements se produisent avec des intensités très différentes sur des ondes très voisines, telles par exemple que celles qui se trouvent groupées dans les bandes de modulation des émissions téléphoniques; on donne à ce phénomène le nom d'évanouissement *sélectif*; il constitue une des causes des distorsions signalées au numéro suivant. Quand la diminution d'énergie porte à la fois sur toutes les ondes d'une gamme, on doit dire qu'il y a *évanouissement spectral*.

Les éclipses de soleil produisent des phénomènes d'évanouissements analogues à ceux résultant du lever et du coucher de cet astre.

6. — Distorsion des modulations. — Les évanouissements, ou plus exactement les périodes de diminution et d'accroissement de l'énergie reçue coïncident très souvent avec une très forte distorsion de la modulation téléphonique; les paroles transmises par une station radiotéléphonique deviennent subitement incompréhensibles; les signaux passés sur une onde musicale très pure donnent à ces instants l'impression d'un son étranglé, provenant d'un timbre fêlé par exemple.

7. — Rotation du plan de polarisation du champ. — Dans les émissions normales de jour sur les ondes longues ou intermédiaires, le champ élec-

trique est polarisé rectilignement et sa direction dans le voisinage du sol est verticale comme l'indiquent les considérations théoriques (n° 9-X). Si, sur les mêmes ondes, on mesure la nuit la direction de ce champ, on constate deux sortes de phénomènes.

a) Le champ électrique de l'onde reçue cesse d'être normal au sol¹ et la discussion des mesures montre que son inclinaison résulte de deux causes distinctes :

1° L'onde atteignant le récepteur ne se propage plus parallèlement au sol, mais y arrive dans une direction inclinée OA;

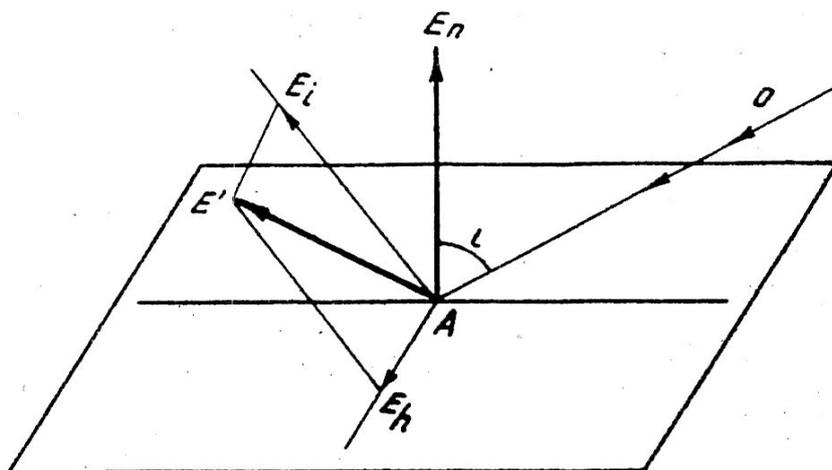


Fig. 6.

2° Le plan de polarisation du champ a tourné et le champ électrique ne se trouve plus dans le plan d'incidence.

La figure 6 rend compte de cette disposition; l'onde reçue se propage dans la direction OA et son champ au lieu de rester dans le plan d'incidence en E_i a tourné et se trouve en E' .

b) Non seulement le plan de polarisation peut avoir tourné de telle sorte que le champ prenne une nouvelle direction bien définie, mais une polarisation elliptique s'est généralement substituée à la polarisation rectiligne normale. Dans ce cas, au lieu de conserver une direction fixe dans l'espace, le champ prend, dans le cours d'une période, toutes les directions situées dans le plan de propagation (fig. 7).

Nous examinerons ces questions de plus près en étudiant la radiogoniométrie; pour le moment bornons-nous à dire que la conséquence de

1. Nous parlons ici, non du champ résultant de l'onde incidente et de l'onde réfléchie, champ qui reste normal au sol tant que l'onde est assez longue pour que l'on puisse admettre que la terre est un conducteur parfait, mais du champ incident considéré avant sa réflexion éventuelle sur la terre.

ces phénomènes est de fausser les azimuts des stations que fournissent les radiogoniomètres ou même de rendre impossible toute mesure d'azimut.

Ces phénomènes, qui ne se produisent que dans la nuit pour les ondes longues et moyennes, au moins pour celles dont la fréquence est inférieure à 1.000 kc/s sont tout à fait généraux pour les ondes courtes et pour les moins longues des ondes intermédiaires. Pour ces ondes la polarisation elliptique du champ incident est la règle générale de jour et de nuit.

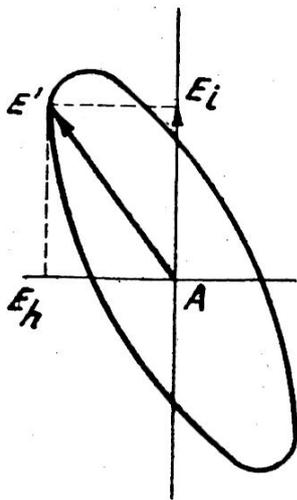


Fig. 7.

8. — Influences géographiques. — Le chemin suivi par les ondes joue un rôle important dans leur propagation; d'une façon générale les communications sont d'autant plus difficiles que ce chemin passe plus près d'un pôle magnétique terrestre, elles peuvent même devenir impossibles dans certains cas.

La direction dans laquelle elles cheminent a également de l'influence, la propagation selon un méridien paraît meilleure que dans une direction perpendiculaire et le trafic est plus facile vers l'ouest que vers l'est.

Les régions tropicales se comportent différemment quant aux zones de silence. Il paraît ressortir des observations faites dans ces régions que, au moins dans un rayon d'un millier de kilomètres autour d'une station travaillant sur une fréquence comprise entre 6 et 10.000 kc/s, les signaux sont toujours perçus.

Enfin la portée des ondes longues est beaucoup plus grande sur mer que sur terre; d'autre part il est clair que la configuration du sol dans le voisinage du récepteur joue également un rôle sur la qualité de la récep-

tion : les vallées profondes, les montagnes produisent des déviations et des ombres qui peuvent favoriser ou désavantager une réception; mais ceci sort du domaine que nous étudions actuellement et où nous ne nous préoccupons que des grandes lignes.

9. — Influences météorologiques. — L'état de l'atmosphère paraît avoir une influence sur la propagation; mais quoique l'on ait pu constater des coïncidences assez nettes entre des états bien déterminés de l'atmosphère et des anomalies caractérisées de propagation [10], aucune corrélation générale n'a encore pu être établie.

Il faut faire exception cependant pour l'influence de la température sur le champ des ondes longues à *courte distance*, nous entendons parler d'ondes de fréquence inférieure à 30 kc/s et de distances de l'ordre de 3 à 400 kilomètres. AUSTIN a montré par des expériences de longue durée effectuées aux États-Unis, en profitant des périodes de grands froids, que le champ d'une station placée dans les conditions ci-dessus variait en sens inverse de la température. Si l'on trace pour toute l'année le diagramme des moyennes mensuelles de l'intensité des signaux et celui des inverses des mêmes moyennes des températures Fahrenheit, on trouve deux courbes à peu près exactement parallèles.

10. — Signaux multiples. Échos. — Si l'on enregistre en détail la réception de signaux réduits à des points extrêmement brefs, on constate qu'à un signal émis correspondent plusieurs signaux reçus, distincts les uns des autres; l'écart entre ces derniers varie avec la distance et correspond à une durée de l'ordre du millième de seconde pour une propagation d'ondes courtes au-dessus de l'Atlantique, mais des écarts notablement plus élevés peuvent être observés accidentellement, même pour des distances d'un millier de kilomètres seulement [11].

Ce phénomène est attribué à l'existence de plusieurs chemins suivis par les ondes émises qui atteignent alors le récepteur à des instants différents. Ces signaux multiples, auxquels on donne souvent le nom tout à fait impropre d'échos, n'apportent guère de trouble à la télégraphie, ni même à la téléphonie, mais ils constituent une des principales difficultés de la transmission radioélectrique des images à grande distance; ils obligent à réduire suffisamment la vitesse de la transmission pour que les signaux parasites correspondant à un point émis à un instant donné, ne viennent pas brouiller la reproduction des autres points émis immédiatement après.

11. — **Échos retardés.** — Voici enfin un phénomène particulièrement remarquable qui ne paraît pas avoir beaucoup d'intérêt du point de vue de l'étude des radio-communications, mais dont l'importance théorique pourrait être très grande.

STÖRMER et VAN DER POL [32] en octobre 1928 et GALLE [17] en mai 1929 lors de l'éclipse de soleil, ont observé des « échos » de signaux

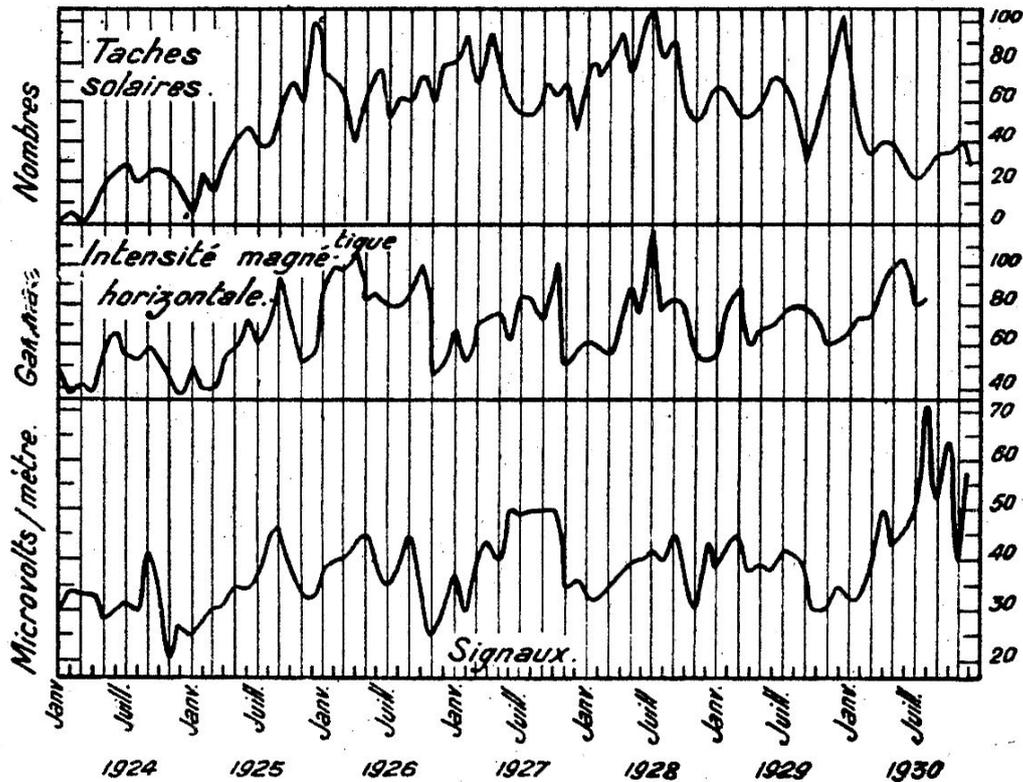


Fig. 8.

très brefs, émis sur ondes courtes. Ces signaux, constitués par trois points successifs, étaient écoutés à peu de distance des émetteurs, et l'intervalle de temps séparant les signaux normalement reçus de leurs échos était de plusieurs secondes (jusqu'à trente); or une durée de 30 secondes représente le temps que des ondes, circulant avec la vitesse de la lumière, mettraient pour aller jusqu'à la lune et en revenir. Ce phénomène paraît ne se manifester qu'assez rarement.

12. — **Corrélation entre les variations de la propagation et celles de l'activité solaire** — Les indications données aux numéros 3 et 4 montrent l'influence du soleil sur la propagation des ondes; on pourrait presque les condenser en cette simple énonciation: La propagation des ondes est fonction de la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon. On exprimerait

ainsi les résultats de l'observation en ce qui concerne les influences diurnes et saisonnières. Mais on a constaté d'autres effets dont la relation avec les phénomènes solaires est maintenant très probable. Les variations de l'activité solaire, dont la manifestation sensible, la plus nette pour nous, se trouve dans le nombre plus ou moins grand des taches apparaissant à la surface de cet astre, jouent également un rôle dans la propagation

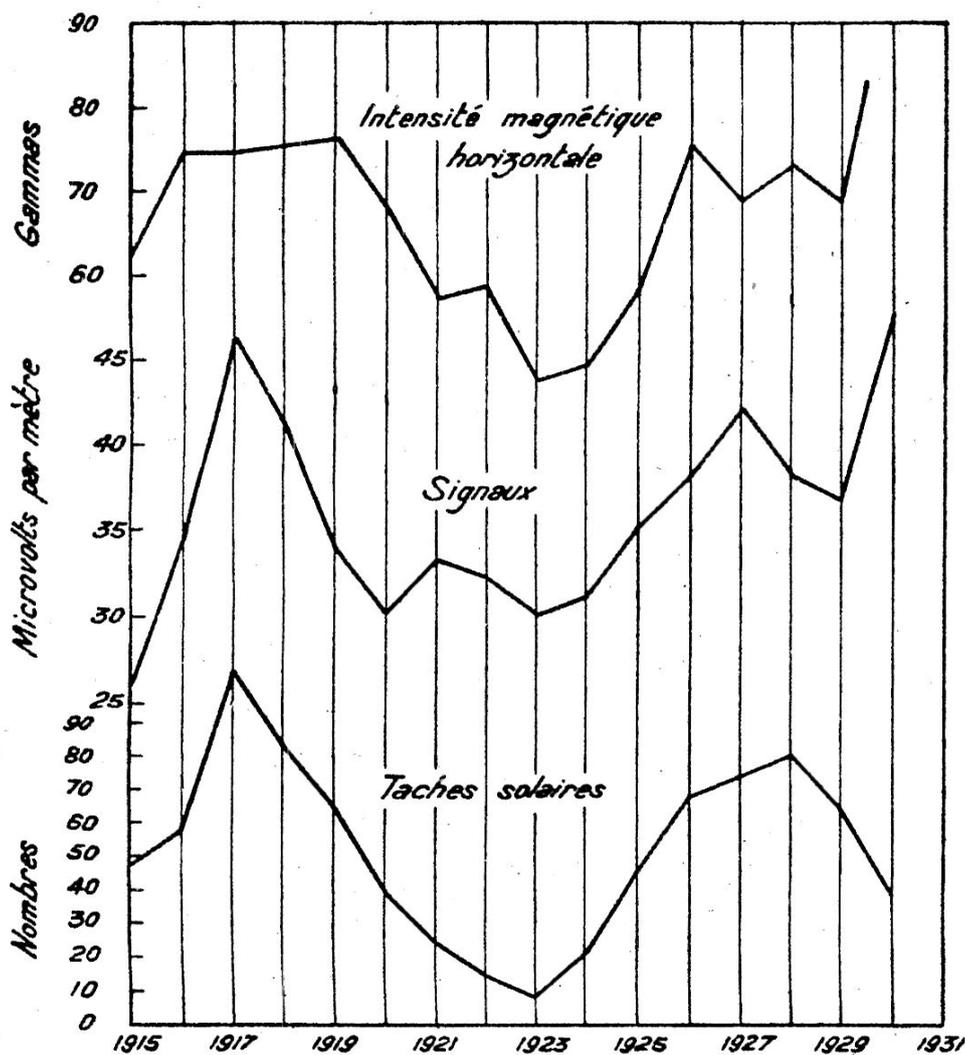


Fig. 9.

des ondes sur terre. On a d'abord remarqué que les violents orages magnétiques, dont la cause première paraît bien se trouver dans les phénomènes d'activité solaire, coïncidaient toujours avec des troubles dans la propagation [4]; celle des ondes longues est alors meilleure le jour, moins bonne la nuit; celle des ondes courtes est très mauvaise et les communications sur ces ondes deviennent parfois tout à fait impossibles pendant plusieurs heures.

D'autre part, on a fait de plusieurs côtés des travaux de statistiques pour chercher s'il n'existerait pas aussi une corrélation entre les variations lentes de l'activité solaire et celles de la propagation. Au point où on en est, il paraît établi que les variations à longue période de la propagation suivent celles de l'activité solaire. Les diagrammes des figures 8 et 9 établis par AUSTIN d'après ses mesures de champ sont le meilleur argument en faveur de cette corrélation [4]. L'activité solaire y est représentée par le nombre des taches.

Mais si les comparaisons portant sur les moyennes relatives à de longues périodes décèlent une analogie frappante, il n'en est plus ainsi pour les courtes périodes. Les courbes relatives à des moyennes trimestrielles ont encore des allures semblables; les courbes de moyennes mensuelles sont beaucoup plus différentes et celles des moyennes hebdomadaires ne présentent le plus souvent aucune analogie. On y rencontre cependant parfois des régions où les ondulations des deux courbes ont la même allure, mais tantôt ces ondulations sont en phase, tantôt elles sont en opposition, comme si certains décalages s'introduisaient entre les variations de la propagation et celles du nombre des taches solaires. De longues et très nombreuses observations seront certainement encore nécessaires pour éclaircir complètement cette question.

Il faut d'ailleurs remarquer que les taches solaires qui servent à chiffrer l'activité solaire parce qu'elles sont actuellement la seule manifestation sensible à nos moyens d'investigation, ne sont qu'un effet de cette activité, peut-être insuffisant pour l'apprécier justement. On remarquera d'ailleurs l'anomalie que présente l'année 1930, où les intensités des signaux et de la composante horizontale du champ terrestre augmentent, alors que le nombre de taches décroît.

§ II. — INFLUENCE DE LA HAUTE ATMOSPHERE.

13. — Premières idées sur l'influence de l'atmosphère. — Dès que l'on s'aperçut que les ondes hertziennes étaient susceptibles de se propager à très grande distance, on se préoccupa de rechercher par quel processus elles pouvaient contourner des obstacles de l'importance de la terre elle-même. Des mathématiciens éminents étudièrent les effets de la diffraction; après de longs travaux entrepris dès 1903 et successivement retouchés par les uns et les autres, WATSON [34] et VAN DER POL [31] obtinrent les résultats définitifs. La diffraction était impuissante à

expliquer les grandes portées, elle fournissait des valeurs du champ plus de 10.000 fois inférieures à celles que l'on observait.

En même temps que l'on effectuait ces recherches théoriques, on se préoccupait d'attribuer un rôle à l'atmosphère dans la propagation. En 1902, presque simultanément, KENNELLY et HEAVISIDE émettaient l'hypothèse de l'existence d'une couche conductrice dans la haute atmosphère; les ondes se propageraient alors dans l'intervalle de deux sphères réfléchissantes entre lesquelles l'énergie resterait emmagasinée. Cette hypothèse a été développée depuis; elle constitue actuellement la base d'une doctrine confirmée tous les jours par les observations.

Entre temps, KIEBITZ et FLEMING, puis plus récemment GUINCHANT [18], avaient pensé à rechercher une explication des grandes portées dans les variations de l'indice de réfraction des gaz de l'atmosphère; les ondes hertziennes se seraient incurvées au-dessus de la terre, à la manière des rayons lumineux dans la réfraction atmosphérique et pour la même cause. Il est reconnu aujourd'hui que les variations d'indice de l'atmosphère sont incapables de produire les effets observés.

Les phénomènes qui nous occupent ne sont d'ailleurs pas les seuls qui conduisent à l'hypothèse d'une influence de la haute atmosphère; en 1907, SHUSTER établit une théorie des variations à courte période du magnétisme terrestre, basée sur des considérations analogues; BIRKELAND et STÖRMER expliquèrent les aurores polaires par des phénomènes d'ionisation.

Avant d'étudier le mode d'action de l'atmosphère sur la propagation des ondes, il est indispensable de jeter un coup d'œil sur sa constitution probable aux grandes altitudes et sur les causes possibles de son ionisation. Nous ne ferons de ces questions qu'un exposé succinct, renvoyant pour plus de détails à divers périodiques ainsi qu'au cours de M. MAURAIN [25] et aux ouvrages de BOUTHILLON [8] et LABAT [23].

14. — Constitution de la haute atmosphère. — Les aurores polaires présentent un intérêt particulier, car on peut les suivre des yeux, mesurer avec précision leur position dans l'espace et rechercher au spectroscopie la nature des gaz au sein desquels elles se produisent; ces études, effectuées par des physiciens norvégiens sur un nombre considérable d'aurores, ont fourni des résultats importants, dont les plus notables pour nous sont les suivants :

a) La partie inférieure des aurores se trouve le plus souvent à une hauteur de 100 kilomètres environ au-dessus du sol; certaines ne descen-

dent pas au-dessous de quelques centaines de kilomètres, d'autres parviennent à 80 kilomètres de la terre, mais le nombre des résultats différant de 100 kilomètres décroît très rapidement à mesure que l'on s'écarte de cette dernière hauteur. En dehors de toute hypothèse, c'est le signe d'un état très spécial de l'atmosphère dans cette région; nous verrons plus loin que c'est précisément celle où les mesures radioélectriques placent la limite inférieure de la couche de KENNELY-HEAVISIDE [8].

b) Le gaz des régions aurorales est constitué presque uniquement par de l'oxygène et de l'azote sous forme aussi bien atomique que moléculaire, surtout pour l'oxygène [2, 12].

Jusqu'à ces toutes dernières années, on avait estimé que l'hydrogène et l'hélium étaient les seuls gaz pouvant exister à de telles altitudes; on considérait en effet l'atmosphère comme parfaitement en repos au-dessus de la stratosphère et les gaz devaient s'y disposer en couches de densités décroissantes, au phénomène de diffusion près; mais il est certain aujourd'hui que la turbulence dans ces hautes régions est analogue à celle de la troposphère; la preuve en est fournie par les déplacements de nuages très élevés, par ceux des traînées lumineuses laissées par les météores sur leur passage et enfin par les déformations rapides des aurores observées par DAUVILLIER pendant l'année polaire [14].

15. — Causes de l'ionisation. — Ionosphère. — Les gaz de la haute atmosphère peuvent être ionisés par les deux agents suivants : *Rayonnement ultraviolet du soleil, bombardement par des corpuscules lancés par cet astre.*

C'est la dernière de ces causes qu'ont retenue les physiciens pour l'explication des aurores en s'appuyant sur les travaux de STÖRMER et VILLARD [8]. STÖRMER a calculé les trajectoires de particules chargées électriquement, émises par le soleil; il a montré qu'en approchant de la terre, elles sont déviées par son champ magnétique et s'enroulent en spirales autour de sa ligne des pôles pour venir atteindre notre atmosphère dans des zones centrées sur les pôles magnétiques; il y a un accord assez satisfaisant entre les résultats de ses calculs et les observations.

Mais cette cause ne peut pas être retenue pour justifier l'ionisation qui donne lieu aux *phénomènes normaux de propagation*; nous avons vu, en effet, que ceux-ci suivent de très près le mouvement du soleil, ils sont différents de jour et de nuit et se modifient rapidement au moment des levers et couchers. Or les corpuscules ne peuvent voyager entre le soleil et la terre qu'à des vitesses très inférieures à celle de la lumière; en outre

leurs points de chute se répartissent autour du globe aussi bien sur la face opposée au soleil que sur l'autre. Pour provoquer les phénomènes normaux de la propagation, il faut une cause qui se propage en ligne droite avec la vitesse de la lumière; les rayons ultra-violetts remplissent ces conditions.

Il n'en est pas moins vrai que le bombardement corpusculaire joue son rôle dans la part d'ionisation qui cause les *anomalies de la propagation*, principalement dans les régions voisines des pôles; l'expérience le vérifie.

Il n'y a pas lieu de s'étonner que l'ionisation soit limitée à une hauteur déterminée; elle s'arrête au niveau où toute l'énergie des agents actifs a été dépensée par le travail d'ionisation.

Nous verrons par la suite qu'il serait intéressant de connaître la nature des ions formés. Les ions négatifs sont-ils des électrons libres ou des molécules chargées négativement? Les deux types existent certainement, mais l'expérience paraît indiquer que ce sont des électrons libres qui jouent le rôle principal dans la propagation.

On désigne depuis quelque temps sous le nom d'*ionosphère* l'ensemble des régions ionisées de l'atmosphère.

16. — Constante diélectrique d'un gaz ionisé. — Pour étudier la propagation dans un gaz ionisé, on peut employer directement les équations de Maxwell, sans tenir compte des ions, grâce à un artifice qui consiste à modifier la constante diélectrique du gaz.

Considérons un champ alternatif existant dans un milieu ionisé : D'une part, en raison des propriétés diélectriques du milieu, il y produit un courant de déplacement analogue à celui qui traverserait un condensateur, courant en avance sur le champ d'un quart de période; d'autre part, un ion libre soumis au même champ entre en oscillation forcée et, en raison de sa masse, sa vitesse est en retard d'un quart de période; le courant dû aux ions se trouve donc en opposition avec le courant normal de déplacement et tout se passera comme si ce dernier diminuait, c'est-à-dire comme si la constante diélectrique était plus faible.

Pour aller jusqu'aux valeurs numériques dont la connaissance est indispensable pour les applications, considérons un champ électrique

$$\varepsilon = E \cos \omega t.$$

Si x est l'abscisse d'un ion, e sa charge, m sa masse, on a :

$$x'' = \frac{e}{m} E \cos \omega t \quad x' = \frac{e}{m\omega} E \sin \omega t = - \frac{e}{m\omega^2} \frac{d\varepsilon}{dt}$$

S'il y a N ions par centimètre cube, le courant qu'ils produisent est :

$$Nex' = - \frac{Ne^2}{m\omega^2} \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Dans le cas où il existe plusieurs espèces d'ions dans le milieu, il faut faire la somme des produits Nex' pour chacune des espèces. Nous avons indiqué plus haut que l'on admettait en général que les ions négatifs étaient des électrons; les ions positifs ont alors une masse considérable relativement aux ions négatifs et leur rôle devient négligeable.

Comme le courant de déplacement dû au pouvoir inducteur spécifique K est

$$\frac{K}{4\pi} \frac{d\varepsilon}{dt}$$

on voit que les choses se passent comme si la constante diélectrique devenait :

$$(1) \quad K' = K - N \frac{4\pi e^2}{m\omega^2}$$

Dans cette formule, les unités ne sont pas spécifiées; si on emploie les unités électrostatiques, on se rappellera que la constante diélectrique d'un gaz est très sensiblement égale à 1, si on emploie les unités électromagnétiques elle est égale à $\frac{1}{c^2}$; la mesure électrostatique d'une charge est d'ailleurs égale à sa mesure électromagnétique, multipliée par c .

17. — Vitesse de phase et vitesse de groupe. — La vitesse de propagation d'une onde dans un milieu diélectrique est inversement proportionnelle à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de ce milieu [6, p. 81]; comme dans l'air ionisé elle est très sensiblement la même que dans le vide, la vitesse c_{φ} dans le gaz ionisé est :

$$(2) \quad c_{\varphi} = c \sqrt{\frac{K}{K'}} = \frac{c}{\sqrt{1 - N \frac{4\pi c^2 e^2}{m\omega^2}}} = \frac{c_{\star}}{\sqrt{1 - N \frac{e^2 \lambda^2}{\pi m}}} \quad \text{U. E. M.}$$

Mais quand la vitesse de propagation varie avec la fréquence, comme dans le gaz ionisé, il faut distinguer plusieurs vitesses. Celle dont nous venons de donner l'expression est dite *vitesse de phase*; c'est en effet la vitesse avec laquelle se propage la phase d'une oscillation d'une onde

sinusoïdale infinie dans le temps et dans l'espace, car quand nous disons que les vitesses de propagation sont inversement proportionnelles aux racines carrées des constantes diélectriques, nous utilisons tout simplement les résultats que fournissent les équations de Maxwell quand on les applique à une onde sinusoïdale remplissant ces conditions.

Pratiquement, une onde de cette espèce existe à très peu près quelques instants après qu'une onde entretenue a été mise en branle; mais on conçoit que dans la période d'établissement les phénomènes présentent beaucoup plus de complexité et qu'il en soit de même dans la transmission d'un signal de faible durée; on rencontre des exemples très nets de ce dernier cas dans l'étude de la propagation des signaux sur les câbles.

Dans un milieu dispersif, la vitesse de propagation d'un signal est différente de la vitesse de phase et on désigne la nouvelle vitesse sous le nom de *vitesse de groupe*. L'expression de cette vitesse c_g est donnée en fonction de la fréquence et de la vitesse de phase c_p par la relation :

$$\frac{1}{c_g} = \frac{\partial f}{\partial c_p}.$$

Un calcul simple montre que dans le cas actuel on a la relation

$$(3) \quad c_g c_p = c^2.$$

Cette remarque a son intérêt, car la vitesse de phase donnée par la formule 2 est plus grande que la vitesse de la lumière dans le vide et l'on sait que cette dernière est considérée comme la plus grande vitesse qui puisse exister dans la nature; le résultat que nous avons obtenu serait alors paradoxal. Mais cette limitation ne s'applique qu'aux vitesses de transmission de signaux et pourrait s'énoncer ainsi : On ne peut pas transmettre un signal avec une vitesse supérieure à celle de la lumière. Comme, dans notre cas, la vitesse de groupe est inférieure à c , il n'y a pas de contradiction.

Dans l'étude des phénomènes de réflexion et de réfraction que nous étudions par la suite, c'est la vitesse de phase qui s'introduit.

18. — Réfraction ionique. — C'est ECCLES qui a, le premier, en 1912, montré la véritable influence de l'ionisation sur la propagation. On avait souvent parlé de la couche ionisée comme d'une couche conductrice qui réfléchirait les ondes à la façon d'un métal, on voit qu'elle n'agit pas du tout de cette manière.

Quand une onde y pénètre, elle se réfracte comme le fait un rayon lumineux en traversant la surface de séparation de deux corps transparents

et, si la densité d'ionisation varie dans la couche, les rayons électromagnétiques s'incurvent en progressant. Comme l'ionisation augmente avec la hauteur, le coefficient diélectrique décroît constamment et le rayon s'incurve vers la terre à la manière d'un rayon lumineux cheminant dans des couches d'autant moins denses qu'elles sont plus éloignées du sol.

Cherchons par exemple la condition pour qu'une onde, dont le front passe à un instant donné par le centre de la terre, se propage, du moins sur une certaine distance, de façon que son plan continue à passer par ce point. En désignant par c_z la vitesse à la hauteur h au-dessus du sol et par a le rayon de la terre, cette condition s'exprime par la relation

$$\frac{dc_z}{c_z} = \frac{dh}{a+h}$$

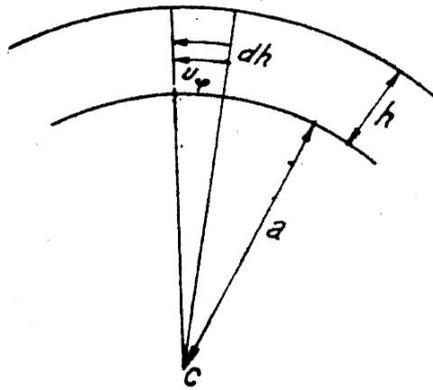


Fig. 10.

Si la quantité $N \frac{e^2 \lambda^2}{\pi m}$ est assez petite, on peut écrire :

$$c_z = c \left(1 + N \frac{e^2 \lambda^2}{2\pi m} \right) \quad \text{U.E.M.}$$

et la condition cherchée est :

$$dN = \frac{2\pi m}{ae^2 \lambda^2} dh.$$

Le rayon a de la terre est égal à $\frac{2 \cdot 10^9}{\pi}$; en supposant tous les ions constitués par des électrons libres $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$, $m = 10^{-27}$. Il vient alors en prenant dh égal à 1 km.

$$dN = \frac{3 \cdot 10^9}{\lambda^2} \quad \text{par kilomètre.}$$

Pour une onde de 100 mètres, la condition posée sera remplie si l'accroissement d'électrons libres par kilomètre d'élévation est égale à 30. Cette

valeur est très admissible si l'on songe qu'à la hauteur de 100 kilomètres le nombre de molécules du gaz par cm^3 est encore de 10^{13} environ et que les valeurs que l'on estime pouvoir attribuer à N dans ces régions est de l'ordre de 10^5 .

Pour pouvoir calculer effectivement des trajectoires, il faudrait connaître exactement la loi de variation de l'ionisation et dans ce domaine on n'a encore aucun renseignement précis. Différents auteurs ont cherché à établir des lois de variations en se basant sur le pouvoir ionisant des rayons ionisants, mais on ne peut pas avoir confiance dans de semblables spéculations. Cependant les méthodes d'investigation de la haute atmosphère dont nous dirons plus loin quelques mots font des progrès tels que l'on peut espérer obtenir un jour les renseignements nécessaires sur cette question.

19. — Influence des chocs moléculaires sur la réfraction ionique. — Dans les calculs du numéro 16 nous avons supposé les ions complètement libres; mais il n'en est pas ainsi dans la réalité, ces ions participent aux chocs moléculaires et les raisonnements que nous avons faits ne peuvent évidemment s'appliquer que dans l'intervalle qui sépare deux chocs. Les formules 1 et 2, en particulier, n'ont plus aucun sens si l'intervalle de temps qui sépare deux chocs est inférieur à la période de l'onde; il n'y a plus de régime périodique et le chaos moléculaire donne lieu à un effet statistique, nul du point de vue qui nous occupe actuellement. Pour que la réfraction ionique puisse se produire, il est donc nécessaire que la période de l'onde soit inférieure à la durée du libre parcours des molécules du gaz. Or on peut se faire une idée de cette durée : Le libre parcours d'une molécule est d'environ 10^{-5} à 0° et à 760 mm.; ce libre parcours varie en raison inverse de la pression et cette dernière, à une hauteur de 100 kilomètres est environ 10^5 fois plus faible qu'au sol; le libre parcours y devient donc de l'ordre du centimètre. Quant à sa durée, elle s'obtient en divisant sa longueur par la vitesse d'agitation moléculaire, ce qui donne une valeur voisine de 10^{-5} seconde. La durée de libre parcours d'un électron serait à peu près 50 fois plus faible, ce qui nous amène à une valeur approximative de $2 \cdot 10^{-7}$. A une hauteur de 200 kilomètres la durée du libre parcours serait probablement 7 fois plus grande.

Les périodes de $2 \cdot 10^{-7}$ et $14 \cdot 10^{-7}$ seconde correspondent à des ondes de 60 et de 420 mètres; ces chiffres ne représentant qu'une très grossière approximation, on voit qu'il n'est pas déraisonnable de développer les conséquences des considérations ci-dessus.

20. — **Cas où le coefficient diélectrique apparent devient négatif.** — Quand la longueur d'onde est suffisamment grande, une particularité se présente qui mérite que l'on s'y arrête. Reprenons la formule 1 en unités électromagnétiques et remplaçons-y K par sa valeur $1/c^2$ et ω par $2\pi c/\lambda$; on trouve

$$K' = \frac{1}{c^2} \left(1 - N \frac{e^2 \lambda^2}{\pi m} \right).$$

Pour une onde assez longue, K' devient négatif et l'on doit se demander comment interpréter un tel résultat; en donnant à N la valeur 10^5 qui représente l'ordre de grandeur de cette quantité vers une hauteur de 100 kilomètres, on trouve que K' s'annule pour une onde de 110 mètres environ ($e \doteq 1,6 \cdot 10^{-20}$ et $m \doteq 10^{-27}$).

Pour étudier cette question revenons aux équations de MAXWELL; la solution de ces équations dans un milieu de constante diélectrique K' se ramène à celle d'une équation [6, p. 82]

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = K' \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad \text{U.E.M.}$$

où s est la projection du champ électrique ou magnétique sur un des axes.

Pour plus de simplicité, considérons des oscillations harmoniques, identiques tout le long d'un plan parallèle à celui des yz ; dans ce cas, s peut s'écrire $\mathcal{S}e^{i\omega t}$ et l'équation devient

$$\frac{d^2 \mathcal{S}}{dx^2} = -K'\omega^2 \mathcal{S}.$$

Si K est positif, posons

$$z^2 = K'\omega^2,$$

la solution est

$$(4) \quad s = \mathcal{S}_1 e^{i(\omega t + z \cdot x)} + \mathcal{S}_2 e^{i(\omega t - z \cdot x)}$$

qui représente des ondes se propageant selon l'axe des x .

Si K' est négatif, posons

$$\alpha'^2 = -K'\omega^2,$$

α' sera une quantité réelle comme z ; la solution est alors

$$(5) \quad s' = \mathcal{S}'_1 e^{z'x} e^{j\omega t} + \mathcal{S}'_2 e^{-z'x} e^{j\omega t}$$

et il n'y a plus de propagation, les oscillations du champ ont toujours en un point du milieu la même amplitude.

Imaginons maintenant que l'espace soit partagé en deux par le plan des yz ; dans la région à gauche se trouve un gaz normal, non ionisé, dans

la région à droite un gaz ionisé. Si une onde plane entretenue, engendrée dans la région gauche vient rencontrer le plan de séparation Oyz , on étudiera la distribution du champ dans les deux régions par une méthode identique à celle que l'on emploie en optique pour chercher les formules de réflexion et de réfraction à la surface de séparation de deux milieux différents [6].

Si K' est positif, on trouve soit une onde réfléchie et une onde réfractée, soit pour un angle d'incidence assez grand, une onde réfléchie seulement.

Si K' est négatif, il existe dans la région des x négatifs une onde réfléchie de même intensité que l'onde incidente et dans celle des x positifs des oscillations stationnaires qui décroissent comme $e^{-\alpha x}$ à mesure que x croît.

Il résulte de là que les ondes courtes seront à la fois réfléchies et réfractées et *les ondes longues entièrement réfléchies*.

Cette discussion est assurément sommaire, car nous n'avons pas tenu compte de l'absorption (n° 21) et nous avons raisonné comme si l'on passait brusquement d'un gaz normal à un gaz ionisé dont la densité d'ionisation serait uniforme jusqu'à l'infini, alors qu'en réalité cette densité varie graduellement et redevient nulle à une certaine distance. Cette dernière circonstance aura pour effet d'atténuer l'onde réfléchie dans le premier cas, ou même de la supprimer complètement; mais dans le second cas, il en résultera seulement une pénétration plus profonde dans le milieu ionisé.

Quant à l'existence d'une absorption dans les milieux, elle ne peut que provoquer une atténuation des oscillations.

21. — Absorption ionique. — On peut facilement se faire une idée de l'absorption due à un milieu ionisé et se rendre compte de la façon dont elle varie :

L'énergie W qui traverse une surface de 1 centimètre carré en une seconde est d'après le théorème de POINTING :

$$W = \frac{E^2}{8\pi c} \quad \text{U.E.M.}$$

d'autre part, celle d'un ion en vibration est au plus :

$$\frac{1}{2} m (\dot{x}'_{\text{max}})^2 = \frac{e^2 \lambda^2}{8\pi^2 m c^2} E^2 \quad \text{U.E.M.}$$

avec les mêmes notations qu'au numéro 16. Nous admettrons que toute cette énergie est dissipée au moment d'un choc. Soit alors F la fréquence

des chocs subis par un ion en une seconde; la perte d'énergie par cm^3 et par seconde sera

$$(6) \quad W' = FN \frac{e^2 \lambda^2}{8\pi^2 mc^2} E^2$$

ce qui donne un coefficient d'absorption sur un centimètre de longueur de parcours de l'onde

$$(7) \quad \beta = \frac{W'}{W} = FN \frac{e^2 \lambda^2}{\pi mc} \quad \text{U.E.M.}$$

Ce résultat est d'ailleurs excessif puisque nous avons fait deux hypothèses qui exagèrent les pertes; mais *la proportionnalité du coefficient d'absorption à F , N et λ^2 n'en est pas moins établie*. On reconnaît combien les ondes courtes sont avantagées; il ne faudrait cependant pas trop étendre les conséquences de cette dernière remarque, car nous venons de voir que les ondes longues pénètrent peu dans le milieu ionisé.

Il n'est pas sans intérêt de noter que la proportionnalité de l'absorption à λ^2 a un sens physique très simple; le nombre de chocs des ions est indépendant de l'agitation supplémentaire que leur donne l'onde en passant, la perte d'énergie sera donc proportionnelle à la valeur moyenne de l'énergie acquise par un ion sous l'effet du champ. Mais celle-ci, à amplitude égale de ce dernier, est d'autant plus faible que la période est courte, car un ion libre ne saurait accumuler l'énergie comme un système résonant.

Le coefficient d'absorption est aussi proportionnel à la fréquence des chocs, donc au nombre de molécules par cm^3 , donc à la pression. *Toutes choses égales d'ailleurs, l'absorption augmente donc dans les plus basses des couches ionisées*; cet accroissement est même rapide, car la pression est fonction exponentielle de la hauteur, et ceci aide à comprendre la diminution considérable des portées pendant le jour.

Il faut bien remarquer cependant qu'il ne s'agit pas ici des couches de la basse atmosphère. Pour que les évaluations que nous avons faites dans ce numéro soient valables, il est nécessaire que soient remplies les conditions discutées au numéro 19, c'est-à-dire que la durée des libres parcours doit être au moins de l'ordre de la période. S'il n'en est pas ainsi, le champ n'a pas le temps de fournir une énergie appréciable aux ions entre deux chocs et *l'on doit considérer qu'aussi bien en ce qui concerne l'absorption que les phénomènes de réflexion ou de réfraction, la basse atmosphère est tout à fait inerte*. Les ions qu'elle contient sont d'ailleurs de gros ions très lourds et relativement rares; leur nombre est de l'ordre 10^3 .

Il est enfin intéressant de remarquer que si on néglige l'absorption et que l'on suppose l'énergie émise canalisée entre deux sphères, dont l'une serait la terre, il suffit d'une énergie extrêmement faible pour transmettre des signaux à très grande distance. Supposons par exemple un émetteur situé en un point A (fig. 11) de la terre et rayonnant une énergie W. Soit h l'intervalle entre les deux sphères, admettons que l'onde se propage suivant des nappes coniques BB'CC' et appelons E la valeur efficace du

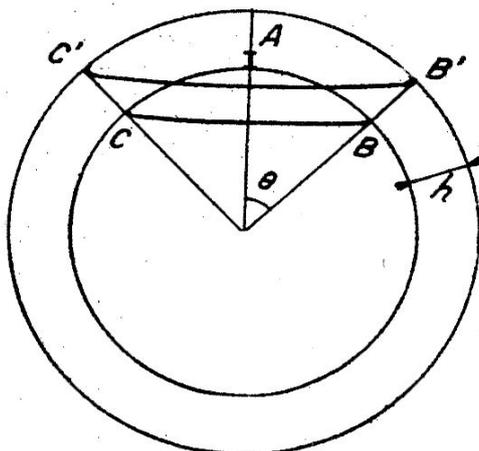


Fig. 11.

champ électrique le long de BB' ou de CC'. L'énergie qui traverse la surface latérale du tronc de cône CBC'B' est :

$$\frac{E^2}{4\pi c} 2\pi ah \sin \theta. \quad \text{U. E. M.}$$

D'après notre hypothèse, cette énergie est égale à W d'où il résulte :

$$E_m = 96 \sqrt{\frac{W^w}{h^{km} \sin \theta}}$$

En prenant $h = 100$ kilomètres on trouve qu'une puissance émise d'un watt produirait un champ de 10 microvolts par mètre à la distance d'un quadrant, soit 10.000 kilomètres.

22. — Calcul plus complet de la vitesse des ions. — Les résultats obtenus au numéro 16 paraissent comporter une contradiction : en augmentant indéfiniment le nombre des ions, on s'attendrait en effet à voir apparaître le phénomène de conductibilité métallique et celui-ci ne peut évidemment pas résulter des formules établies, puisque le courant ionique Nex' reste toujours en quadrature avec le champ électrique. Cette con-

tradition apparente est due à ce que nous avons négligé l'effet des chocs moléculaires qui sont la caractéristique principale du phénomène dans les métaux. Quoique cette question n'ait pas une grande importance dans le sujet qui nous occupe, il est bon de montrer à quels résultats on arrive en serrant la question de plus près, ne fût-ce que pour se rendre un compte plus exact de la question, du point de vue physique.

Soit encore $E \cos \omega t$ le champ de l'onde et x l'abscisse d'un ion de charge e et de masse m à l'instant t . On a :

$$(8) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{eE}{m} \cos \omega t.$$

Pour calculer le courant produit par le champ, nous allons chercher la vitesse moyenne de tous les ions du milieu à l'instant t . A cet effet, il faut considérer que ces ions sont animés de deux vitesses d'origines différentes. D'abord, ils prennent part à l'agitation moléculaire et ils ont de ce fait une vitesse dont la valeur arithmétique moyenne est V , mais dont l'orientation est uniformément répartie dans toutes les directions possibles, si l'on considère l'ensemble des ions; la valeur moyenne des projections de toutes ces vitesses sur un axe est donc nulle.

A cette vitesse V se superpose la vitesse x' produite par le champ et parallèle à la direction de ce dernier; c'est elle qui produit les effets de courant qui nous intéressent.

Nous admettrons que les chocs des ions sur les molécules ramènent la valeur moyenne arithmétique des vitesses à la valeur V et la moyenne des projections à zéro. Dans ces conditions, pour connaître à l'instant t la vitesse moyenne des ions parallèlement au champ il suffit de chercher la vitesse que ce dernier a communiquée à un ion depuis le dernier choc jusqu'à l'instant t .

Considérons pour un moment cet instant t comme fixe; à un instant $(t - \theta)$ antérieur d'une durée θ à l'instant t , la relation 8 donne :

$$-\frac{dx'}{d\theta} = \frac{eE}{m} \cos \omega(t - \theta)$$

et la vitesse x' acquise pendant la durée θ sera :

$$x' = -\frac{eE}{m} \int_0^\theta \cos \omega(t - \theta) d\theta$$

ou

$$x' = -\frac{eE}{m\omega} [\sin \omega(t - \theta) - \sin \omega t].$$

Supposons que θ soit précisément le temps écoulé depuis le dernier

choc; pour un ion particulier cette durée peut avoir une valeur quelconque, comprise entre zéro et la durée τ du libre parcours; la valeur moyenne de la vitesse x' pour un libre parcours particulier de durée τ est donc donnée par :

$$x'_m = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau x' d\tau = \frac{eE}{m\omega} \left[\frac{1 - \cos \omega\tau}{\omega\tau} \cos \omega t + \frac{\omega\tau - \sin \omega\tau}{\omega\tau} \sin \omega t \right].$$

Mais τ peut varier de zéro à l'infini et l'on sait que la loi de sa répartition est donnée par l'expression [5]

$$\frac{V}{l} e^{-\frac{v\tau}{l}},$$

l étant le libre parcours moyen. Nous devons donc prendre une nouvelle moyenne :

$$x'_M = \frac{V}{l} \int_0^\infty x'_m e^{-\frac{v\tau}{l}} d\tau$$

qui sera la vitesse cherchée. En désignant par T la période des oscillations, on peut écrire :

$$x'_M = \frac{eE}{m\omega} \frac{T}{2\pi\tau} \left[\log_e \sqrt{1 + 4\pi^2 \frac{\tau^2}{T^2}} \cdot \cos \omega t + \left(2\pi \frac{\tau}{T} - \text{arc tg } 2\pi \frac{\tau}{T} \right) \sin \omega t \right]$$

Cette expression comprend un premier terme qui, contenant $\cos \omega t$, est en phase avec le champ et représente le phénomène de conductibilité que l'on rencontre seul dans les métaux et qui donne lieu à la loi d'OHM. Le second terme, contenant $\sin \omega t$ est celui qui donne lieu à la variation de la constante diélectrique.

Quand le libre parcours est très grand, le produit du logarithme par le facteur commun $\frac{T}{\tau}$ est très petit et il ne reste que le second terme du crochet qui se réduit très sensiblement à $\frac{2\pi\tau}{T}$; on retrouve la formule du n° 16.

23-a. — Influence du champ magnétique terrestre sur l'absorption.
— On sait qu'une charge électrique e , située dans un champ magnétique \vec{H} et animée d'une vitesse v est soumise à une force électrique \vec{E}' égale au produit de la charge par le produit vectoriel $[\vec{v}\vec{H}]$. Si α est l'angle de \vec{v} avec \vec{H} la valeur algébrique de \vec{E}' est $(e v H \sin \alpha)$ et sa direction est normale

au plan parallèle à v et H , dans le sens indiqué par la figure 12 si e est positif, dans le sens inverse si e est négatif.

Si la charge est libre et que l'angle α soit égal à 90° la trajectoire est un cercle dont le plan est normal à \vec{H} et le rayon r de ce cercle s'obtiendra en égalant la force centrifuge $m \frac{v^2}{r}$ à la force électrique \mathbf{E}' . Si ω_0 est la vitesse angulaire du mouvement, on aura $v = \omega_0 r$ et la relation

$$(9) \quad f_0 = \frac{He}{2\pi m}$$

fournira la fréquence du mouvement de la charge.

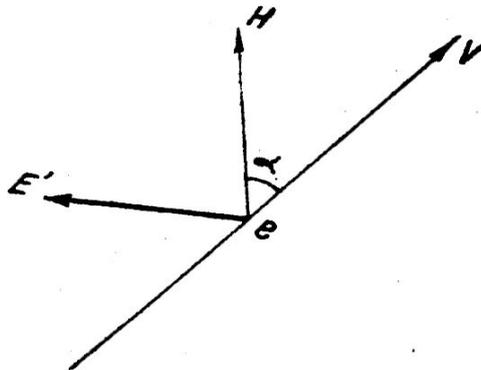


Fig. 12.

On voit que cette fréquence ne dépend que du rapport $\frac{e}{m}$; on en déduit que tous les ions de même nature se trouvant dans le champ terrestre et ayant une vitesse initiale normale à H décrivent des cercles avec la même fréquence. Si les vitesses initiales sont inclinées sur H , les cercles se transforment en hélices, mais la période ne change pas.

La valeur moyenne du champ terrestre étant d'environ 0,5 gauss, on calcule facilement que la fréquence du mouvement des électrons y est égale à $1,4 \cdot 10^6$, ce qui correspond à une onde de 214 mètres; la fréquence d'ions moléculaires serait plusieurs milliers de fois plus petite.

Si une onde de cette fréquence traverse le milieu ionisé, il se produit des phénomènes de résonance, les électrons accumulent les impulsions reçues et emmagasinent une quantité d'énergie qui est dissipée au moment des chocs; l'absorption augmente dans une très forte proportion.

On a naturellement pensé à rapprocher cette conclusion de la diminution importante de portée des ondes de l'ordre de 200 à 300 mètres

et MEISSNER a poursuivi une série d'expériences pour rechercher dans le voisinage de cette longueur une absorption sélective marquée [26]. Les résultats de ces expériences, qui étaient effectuées sur une gamme d'une centaine de mètres, ont été négatifs; mais il ne nous paraît pas que ces expériences soient concluantes. On a vu au n° 21 que l'absorption est notablement modifiée par la hauteur à laquelle les ondes cheminent dans l'atmosphère ionisée et les chemins suivis peuvent subir des variations importantes en fonction de la longueur de l'onde et des circonstances; en outre, il est très vraisemblable que l'intensité du champ terrestre varie beaucoup en fonction de la hauteur; les mesures faites à des hauteurs relativement faibles au-dessus de la terre ont toujours mis en évidence des variations plus importantes que celles que l'on peut déduire de l'assimilation de la terre à un aimant et il ne serait pas étonnant qu'aux très grandes altitudes le champ soit fortement influencé par les courants dont Schuster a admis l'existence dans les couches ionisées pour expliquer les variations diurnes du champ terrestre. S'il en était ainsi, les ondes chemineraient dans un milieu dans lequel le champ magnétique aurait des valeurs différentes et aucune absorption nettement sélective ne saurait se manifester dans une gamme de fréquence aussi réduite.

23-b. — Influence du champ terrestre sur la réfraction ionique. — Pour étudier cette question, il faudrait procéder comme au numéro 16 en partant des équations du mouvement d'un ion. Mais ici le problème est beaucoup plus compliqué, le champ agissant sur l'électron n'est plus seulement le champ \vec{E} de l'onde, mais $\vec{E} + [\vec{v} \cdot \vec{H}]$; en outre le mouvement n'est plus plan et il faut écrire ses équations par rapport à trois axes. La grandeur qui joue le rôle de constante diélectrique est alors une grandeur complexe ayant neuf composantes dont cinq sont différentes de zéro. D'autre part, les calculs ne donnent de renseignements intéressants que s'ils sont suivis dans le détail [27]. Dans ces conditions, nous nous contenterons d'indiquer les résultats généraux auxquels on est conduit, en considérant trois cas particuliers :

1^{er} cas. — *Le champ électrique de l'onde est parallèle au champ magnétique terrestre (fig. 13).*

Dans ce cas la présence du champ magnétique ne produit aucun effet; cela était évident à priori puisque les vitesses communiquées aux ions par le champ électrique de l'onde sont parallèles au champ magnétique.

2^e cas. — La propagation se fait perpendiculairement à la direction du champ magnétique terrestre (fig. 14).

On suppose naturellement ici que les conditions du cas précédent ne sont pas réalisées. Une onde donnée se décompose alors en deux :

une onde *ordinaire* dont le champ électrique est parallèle à H et qui se propage comme si le champ terrestre n'existait pas; elle a la vitesse calculée au n^o 17;

une onde *extraordinaire* polarisée à angle droit avec la précédente et dont le champ électrique est par conséquent perpendiculaire à H. Cette onde se propage comme si la constante diélectrique K_e du milieu était donnée par les expressions suivantes, écrites en unités électromagnétiques

$$K_e = \left(\gamma_1 - \frac{\alpha^2}{\gamma_1} \right) \quad \text{avec} \quad \gamma_1 = \frac{1}{c^2} + \frac{pN}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \alpha = \frac{pN \frac{\omega_0}{\omega}}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad p = \frac{4\pi e^2}{m}$$

Si le milieu est isotrope, les deux ondes se propagent avec des vitesses

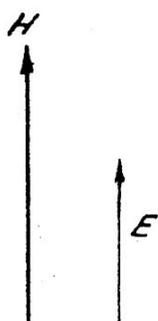


Fig. 13.

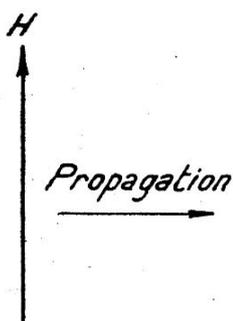


Fig. 14.

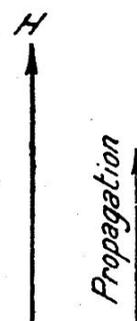


Fig. 15.

différentes, leurs fronts restent parallèles; mais dès qu'il cesse de l'être, ce qui est le cas général, les directions de propagation se séparent. Comme les deux ondes ont des coefficients d'absorption très différents, il arrive généralement que l'une des deux disparaît de bonne heure.

On remarquera que si ω est notablement plus grand que ω_0 , c'est-à-dire si l'onde est courte, K_e se rapproche de la valeur de K_0 relative au rayon ordinaire et les deux ondes tendent à se confondre; le champ terrestre a donc peu d'influence sur les ondes courtes.

3^e cas. — La propagation de l'onde est parallèle au champ magnétique terrestre (fig. 15).

Il existe encore deux ondes correspondant à des constantes diélectriques

$$(10) \quad K_1 = \frac{1}{c^2} - N \frac{4\pi e^2}{m\omega(\omega - \omega_0)} \quad K_2 = \frac{1}{c^2} - N \frac{4\pi e^2}{m\omega(\omega + \omega_0)} \quad \text{U.E.M.}$$

dans chacune d'elles le champ est polarisé circulairement; pour l'une il

tourne à droite, pour l'autre il tourne à gauche. Les coefficients d'absorption correspondants sont, en désignant par F la fréquence des chocs :

$$(11) \quad \beta_1 = F.N \frac{4\pi e^2}{mc (\omega - \omega_0)^2} \quad \beta_2 = F.N \frac{4\pi e^2}{mc (\omega + \omega_0)^2}$$

Pour des ondes peu différentes de 200 mètres, le second est notablement plus fort que le premier; la seconde onde doit donc être très affaiblie, au bout de peu de temps, par rapport à la première et il ne reste qu'un champ tournant polarisé à peu près circulairement. Nous verrons que cette particularité a été utilisée par APPLETON (n° 32) pour manifester l'influence du champ terrestre et comme conséquence, l'identité des ions négatifs à des électrons.

La référence donnée au début de ce numéro se rapporte à une étude de NICHOLS et SCHELLENG auxquels sont dues les formules ci-dessus; le travail mathématique le plus complet sur la propagation est à ce jour celui de HARTREE¹ [22].

24. — Explication approchée des phénomènes observés. — Après ce que nous venons de dire, on conçoit très facilement comment les rayons électromagnétiques déviés par la région ionisée de la haute atmosphère peuvent donner lieu à tous les résultats décelés par l'observation. Considérons d'abord le cas des ondes courtes.

Les rayons qui, comme 1 et 2 (fig. 16), partent dans une direction de faible distance zénithale, sont peu déviés et quittent définitivement les régions ionisées. Les choses se passent comme quand un rayon lumineux passe d'un milieu donné dans un milieu moins dense dont l'indice de réfraction est plus faible, de l'eau dans l'air par exemple. Mais en poursuivant cette analogie optique, on sait qu'il existe un angle d'incidence à partir duquel aucun rayon ne peut plus sortir du premier milieu; on dit qu'il y a réflexion totale. Si la transition entre les couches où l'ionisation est négligeable et celles où elle devient notable est suffisamment brutale, ce phénomène doit aussi se produire pour les ondes hertziennes. Pour les incidences supérieures à l'incidence limite, les rayons électromagnétiques reviennent alors sur la terre comme s'ils étaient réfléchis par la haute atmosphère.

D'autre part, le rayon horizontal s'affaiblit rapidement en suivant la

1. Cet auteur a introduit dans l'influence de l'ionisation un terme de polarisation qui n'est pas justifié, mais qu'il est facile de faire disparaître des résultats.

surface du sol, d'autant plus rapidement que la fréquence de l'onde est grande. S'il est complètement éteint avant d'avoir atteint le point où le premier rayon d'espace arrive au sol, il y aura une zone de silence. Si l'on remarque que l'effet produit sur le coefficient diélectrique est d'autant plus faible que l'onde est courte (formules 1, n° 16), on constate que la largeur de la zone de silence sera d'autant plus grande que la fréquence sera élevée. Pour les ondes de fréquence inférieure à 4.000 kc/s ($\lambda = 75$ m.) il n'y pas de zone de silence : il existe donc des points du sol où l'on reçoit à la fois les deux ondes.

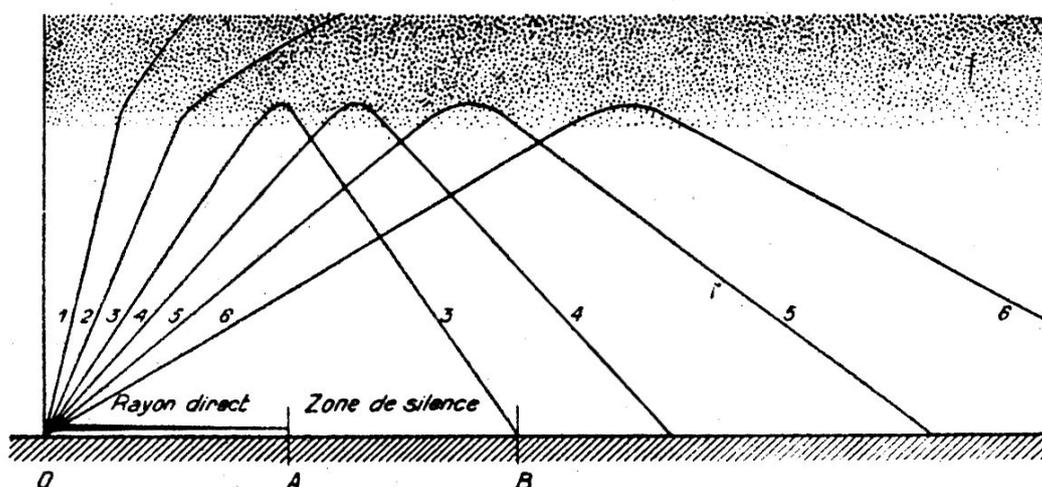


Fig. 16.

Marche des rayons électromagnétiques dans l'ionosphère en supposant une transition brusque entre la basse atmosphère et les couches ionisées.

Il n'est pas certain que la distribution des trajectoires des rayons soit celle qui est représentée par la figure 16. La réflexion totale suppose un brusque changement dans la densité d'ionisation; si cette condition n'est pas remplie, il est difficile d'admettre le processus précédemment décrit. LASSEN, en choisissant une certaine loi de variation de l'ionisation en fonction de la hauteur, loi dérivée de l'influence qu'il admet pour les agents ionisants, trouve une distribution représentée par la figure 17 [24]. Pour une certaine distance zénithale, les rayons chemineraient dans la haute atmosphère pendant un très long parcours; pour des distances zénithales un peu plus faibles ils reviendraient au sol plus près du point de départ puis le point de retour s'éloignerait à partir d'une certaine inclinaison.

Dans ce cas, comme dans le précédent, il y aurait zone de silence. Cette comparaison du comportement des rayons suivant la loi de variation

de l'ionisation, montre combien les effets obtenus se modifient avec les hypothèses introduites; il y a donc lieu de n'attacher que peu d'importance au détail des phénomènes et de ne considérer les choses qu'en gros. Peut-être cependant, quand on aura développé les moyens d'investigation, sera-t-il temps de revenir sur les différentes hypothèses pour faire un choix entre elles.

Les phénomènes sont d'ailleurs plus complexes que la description que nous venons d'en faire, car même à des distances très faibles de l'émetteur — de l'ordre de 10 kilomètres par exemple — l'observation permet

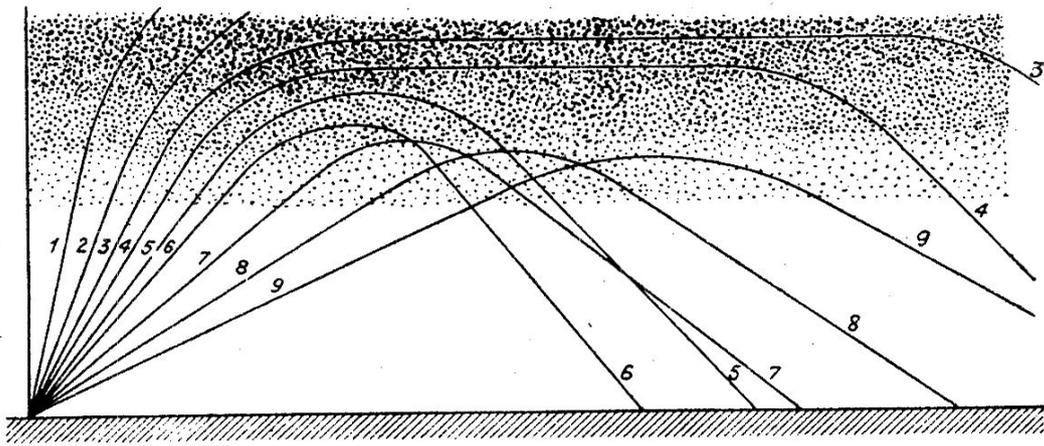


Fig. 17.

Marche des rayons électromagnétiques dans l'ionosphère en admettant une variation lente de la densité d'ionisation d'après LASSEN.

de découvrir l'existence d'une onde d'espace renvoyée vers la terre, même pour des ondes relativement courtes. Les phénomènes de réfraction sont donc accompagnés d'une réflexion plus ou moins importante comme il arrive en optique.

Si nous passons maintenant aux ondes longues, les conséquences de la théorie précédente sont plus simples, la couche ionisée se comporte comme un réflecteur (n° 20) et la réfraction est remplacée par une réflexion. Les résultats pratiques sont du même genre; il n'y a pas, bien entendu, de zone de silence.

Nous avons raisonné sur le cas d'un sol plan. On voit qu'en raison de la courbure de la terre, la plus grande incidence possible d'un rayon sur la couche KENNELLY-HEAVISIDE est celle représentée en *i* sur la figure 18; pour une hauteur de 100 kilomètres de cette couche, cet angle est d'environ 80°. On conçoit alors que des ondes très courtes ne puissent pas revenir

sur la terre, car pour ces ondes cet angle correspondrait à des rayons insuffisamment déviés : nous avons indiqué que cela se produisait pour des ondes inférieures à 10 à 12 mètres environ.

La courbure de la terre a aussi de l'influence sur la propagation de toutes les ondes. En admettant une réflexion ou une réfraction comme celle qui est schématisée sur la figure 16, la portée maxima serait limitée au double de l'angle α de la figure 18 ou à une valeur légèrement plus grande. Pour expliquer les portées supérieures à cette limite on peut supposer que l'onde renvoyée par la haute atmosphère se réfléchit sur la terre, puis subit une nouvelle incurvation dans la haute atmosphère et ainsi

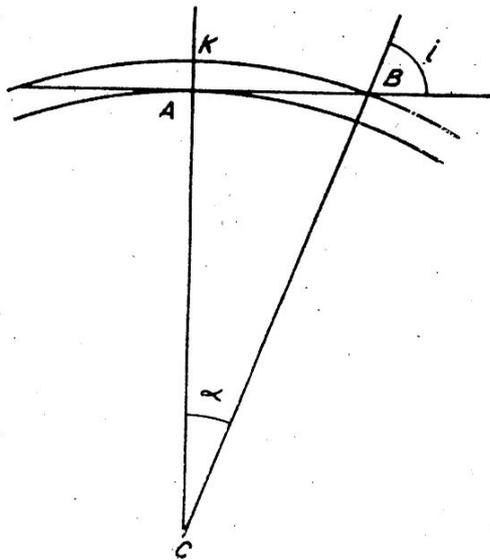


Fig. 18.

de suite; on peut aussi penser que certains rayons suivent, d'après les résultats de LASSEN, de très longs trajets dans la haute atmosphère.

Quoi qu'il en soit, on se trouve amené à se préoccuper de l'absorption qui, nous l'avons vu au n° 21, doit atténuer beaucoup plus les ondes longues que les ondes courtes. Sans entrer dans le détail de ces questions qui sont loin d'être éclaircies et dont la discussion est très complexe, on peut remarquer que, si les choses se passent comme il a été indiqué dans la théorie des numéros précédents, les ondes longues ne font qu'un court séjour dans les régions ionisées qui les réfléchissent; ce séjour est d'autant plus écourté que le nombre N des ions est grand, de telle sorte que l'absorption y varie en sens inverse de N à l'inverse de ce qui se produit pour les ondes courtes.

Les influences diurnes et saisonnières trouvent facilement leur explication dans l'élévation plus ou moins grande de la couche de KENNELLY-

HEAVISIDE si l'on admet que l'agent principal d'ionisation est constitué par des rayons ultra-violetts du soleil. En effet, plus cette couche est élevée, plus grande est la distance à laquelle les rayons incurvés rejoignent la terre.

25. — Causes des évanouissements et des distorsions. — Les évanouissements peuvent provenir de plusieurs causes. Quand il n'existe pas de zone de silence, les ondes de surface et d'espace coexistent à une certaine distance de l'émetteur; il peut alors se produire entre ces deux ondes des interférences qui amplifient le champ ou, au contraire, l'annulent, suivant la différence de marche existant entre les deux ondes. Si l'on tient compte de la longueur du chemin parcouru par celles-ci, on conçoit facilement qu'une différence de marche d'une demi-onde puisse s'introduire fréquemment par suite d'une variation de milieu traversé. Il est bien évident en effet que la couche KENNELLY-HEAVISIDE est loin d'avoir des limites géométriques et une constitution homogène; elle est certainement très comparable à une couche de nuages dans laquelle la densité des particules liquides est répartie de façon très capricieuse et se trouve en perpétuel changement.

On s'explique aussi qu'il existe des régions d'évanouissement maximum, ce sont celles où les intensités des champs des ondes de surface et d'espace sont égales.

Cette cause ne peut plus être prise en considération au-delà de la distance à laquelle l'onde de surface est complètement amortie; mais alors on doit faire entrer en ligne de compte les variations de l'atténuation provenant des variations de densité de la couche ionisée et les variations du plan de polarisation des ondes, dont le champ attaque plus ou moins bien le collecteur d'ondes de réception.

On doit enfin tenir compte — et l'observation a justifié cette hypothèse — de ce que, en raison de l'irrégularité des limites géométriques des régions ionisées, plusieurs ondes peuvent arriver au même point, qui ont suivi des chemins différents.

Les causes précédentes donnent encore une explication des évanouissements sélectifs. Sur de très longs chemins, les différences de marche de deux ondes très voisines peuvent être très différentes et produire simultanément le renforcement d'une onde et l'évanouissement d'une autre onde de fréquence presque égale.

La distorsion de la modulation radiophonique est une conséquence de l'évanouissement sélectif; elle peut également résulter du déplacement

relatif de deux ou plusieurs ondes voisines qui auront cheminé avec des vitesses différentes.

26. — Effet Doppler. — L'effet DOPPLER-FIZEAU [6] se produit quand la source d'un rayonnement lumineux est animée d'un mouvement ayant une composante dans la direction où on l'observe et donne lieu à une variation de la fréquence reçue. Quoique les sources radio-électriques soient fixes, il se produit un phénomène analogue pour les ondes hertziennes. Les couches ionisées de la haute atmosphère qui renvoient les ondes sur la terre ne sont fixes ni dans leur position, ni dans leur teneur en ions; il paraît résulter de quelques mesures que leur hauteur peut varier assez rapidement ainsi que leur nombre d'ions au centimètre cube, sous l'influence de radiations cosmiques arrivant par bouffées. Dans le cas du déplacement de ces couches on se trouve à peu près dans les conditions d'une réflexion se produisant sur un miroir dont le mouvement équivaut évidemment à un déplacement de la source; dans le cas de variation de la teneur en ions, la vitesse des ondes se modifie et le résultat est le même. C'est évidemment un effet accidentel dont la durée est relativement faible, car sa cause ne peut se produire dans le même sens que pendant peu de temps, la valeur moyenne de la fréquence des ondes reçues doit rester constante. Il n'en est pas moins vrai que, pendant les périodes de variation, les modifications de la fréquence peuvent donner lieu à des évanouissements et surtout à de la distorsion.

27. — Explication des influences géographiques. — Nous avons dit que le bombardement corpusculaire provenant du soleil atteint la terre dans des zones centrées sur les pôles magnétiques, la zone des aurores (n° 15); dans ces régions il existe une ionisation supplémentaire provoquée par ce bombardement, irrégulière dans son intensité, mais se manifestant aussi bien la nuit que le jour. Quoique la limite inférieure des aurores se trouve à une hauteur d'environ 100 kilomètres, il est vraisemblable qu'en raison de l'énergie de l'agent ionisant, l'ionisation descend notablement plus bas, c'est-à-dire à des hauteurs où l'absorption des ondes devient beaucoup plus importante (n° 21).

Dans ces conditions, les zones d'aurores polaires sont des régions critiques que les ondes traversent difficilement soit parce qu'elles s'y trouvent

1. Le pôle magnétique nord est situé par environ 71° de latitude et par 96° de longitude ouest.

absorbées, soit parce que les variations de densité ionique y provoquent des réfractions ou réflexions anormales. Les observations faites au cours de l'année polaire sont conformes à ce point de vue [1, 16, 33]; en particulier l'absorption peut atteindre des valeurs telles en pleine région aurorale qu'elle y supprime complètement toute réflexion [1].

Dans une communication présentée à l'Assemblée Générale de l'Union Radio-scientifique Internationale (Londres, septembre 1934) et non encore publiée, H. E. Hallborg a montré que l'existence de ces zones rend compte de la difficulté des communications des États-Unis avec certaines régions du globe telles que le Nippon; ce sont précisément les signaux qui doivent les traverser qui passent le plus difficilement.

La superposition de l'ionisation normale par les rayons ultra-violet et de l'ionisation anormale par bombardement corpusculaire des zones aurorales, peut aussi être la cause des différences de qualité entre les transmissions des États-Unis vers l'Europe et celles de l'Europe vers les États-Unis, si l'on tient compte des heures habituelles de trafic qui diffèrent de cinq heures d'un continent à l'autre; en effet le grand cercle New-York-Paris passe assez près de la zone aurorale et la superposition des ionisations est mieux placée dans le temps pour les secondes transmissions que pour les premières.

28. — Explications des échos retardés. — Ce phénomène, signalé au n° 11, reste extrêmement obscur. Dans l'étude qu'il a faite des aurores polaires, STÖRMER a été conduit à rechercher les trajectoires des particules cosmiques lancées par le soleil vers la terre et ce travail l'a amené à penser qu'il doit exister autour de la terre, à une distance d'un grand nombre de rayons terrestres, une sorte d'anneau de corpuscules électrisés; d'après lui, les échos retardés proviendraient de rayons qui seraient allés se réfléchir dans ces régions [30]; l'énergie relativement considérable des échos est une sérieuse objection à cette théorie.

D'après VAN DER POL [32], on trouverait une explication vraisemblable dans la considération de la vitesse de groupe; il s'agit en effet d'une transmission de signaux. Pour certaines valeurs de l'ionisation de la couche KENNELLY-HEAVISIDE, cette vitesse deviendrait extrêmement petite et l'onde pourrait mettre un temps relativement très long pour accomplir le parcours aller et retour de la terre aux régions ionisées. JOUAUST a objecté à cette explication l'accroissement considérable de l'absorption qui devrait accompagner une très forte diminution de la vitesse de groupe, et qui supprimerait les échos.

29. — **Objections aux théories précédentes.** — Les phénomènes de la propagation sont certainement régis dans leurs grandes lignes par la théorie dont nous venons d'exposer les principes; des expériences, très nombreuses aujourd'hui, en ont confirmé les résultats généraux. Cependant à la réflexion, quelques objections se présentent à l'esprit relativement au processus de la propagation dans la haute atmosphère. Des expériences de H. GURTON ont été l'origine de nombreux travaux sur ces questions; voici leur description [19].

Entre les plaques du condensateur d'un circuit oscillant (fig. 19) il a introduit un tube dans lequel on pouvait obtenir un vide connu; par

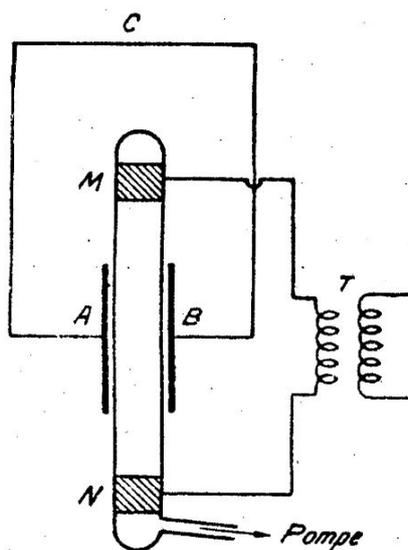


Fig. 19.

l'intermédiaire des armatures M et N et du transformateur T, il entretenait un champ alternatif assez fort pour ioniser le gaz, la fréquence de ce champ étant environ 50 fois plus faible que celle du circuit oscillant, voisine de 10^5 ($\lambda = 2$ m. 20 environ).

En excitant ce circuit, il constata que sa fréquence propre variait en même temps que son amortissement, sous l'influence de l'ionisation; la mesure de ces deux quantités pour les différents états du gaz donna une série de diagrammes représentés sur la figure 20, où sont portés en abscisses les longueurs d'ondes et en ordonnées les carrés des intensités correspondantes; le point A est obtenu pour une ionisation nulle. Les taux d'ionisation ne furent pas mesurés, mais les courbes qui partent du point A sont parcourues dans le sens des ionisations croissantes; chacune d'elles est relative à une pression constante indiquée auprès du trait; toutes

tendent vers un point B qui correspondrait au cas où le gaz serait entièrement conducteur.

On voit que pour les pressions les plus faibles, la longueur de l'onde, et par suite la constante diélectrique, commence bien par décroître en même temps que l'amortissement augmente. Mais il se produit un brusque renversement avec une période d'instabilité qui conduit tout d'un coup, pour l'onde propre du circuit, à une valeur supérieure à celle qui corres-

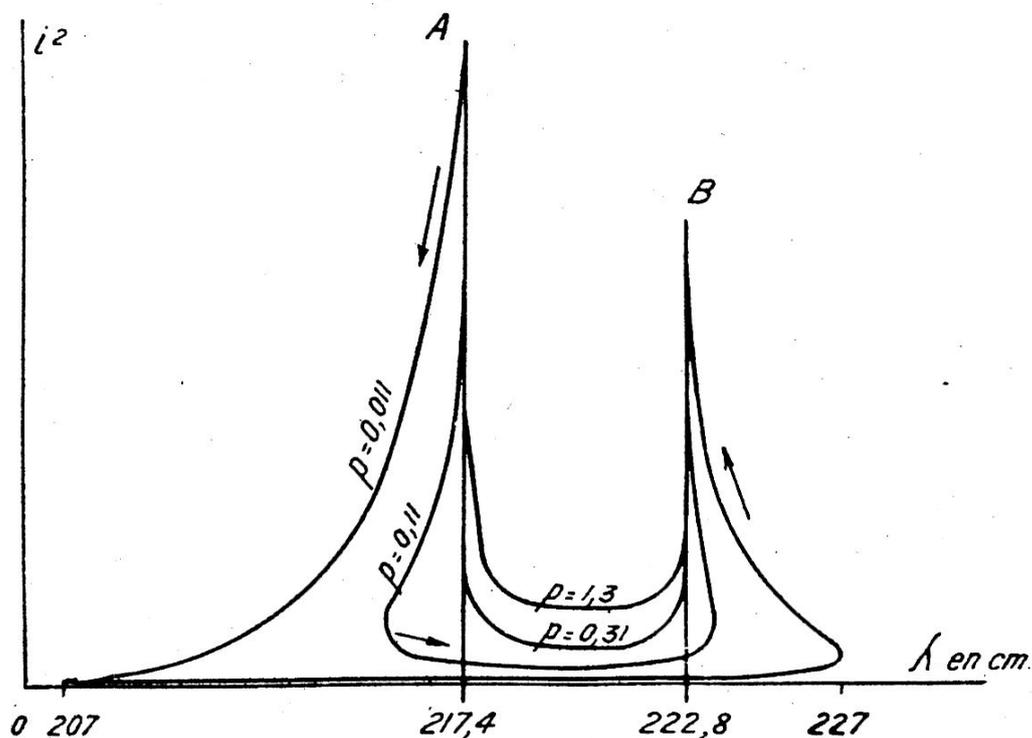


Fig. 20.

Les pressions p sont exprimées en millimètres de mercure.

pondrait à une conductivité parfaite de la masse totale du gaz; ensuite nouvelle diminution de la constante diélectrique. L'auteur de ces études estime que cet ensemble de phénomènes est l'indice de la présence de forces élastiques au sein du gaz; on explique en effet très bien la forme des diagrammes en faisant l'hypothèse très générale qui consiste à définir le mouvement d'un ion par la relation :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + bx = Ae \sin \omega t$$

où f est un coefficient d'absorption et bx une force élastique provoquée par l'accumulation alternative de charges de signes contraires au voisinage des parois opposées du tube.

C. GUTTON fait remarquer qu'il est très difficile de concevoir, du point de vue physique, une constante diélectrique négative, et que l'existence de fréquences propres au sein d'un gaz permettrait d'expliquer la déviation, la réflexion et l'absorption des ondes dans la haute atmosphère par un processus de résonance analogue à celui qui est invoqué en optique pour l'explication de phénomènes analogues.

Quoi qu'il puisse en être, on doit remarquer que les calculs que nous avons reproduits aux numéros 16 et suivants sont conduits en supposant que l'on se trouve dans un milieu homogène et indéfini. Si le déplacement des électrons libres dans un tel milieu ne donne lieu à aucune charge électrique locale, comme celles qui s'accumulent à chaque demi-période sur les parois du tube, il cesse d'en être ainsi dans un milieu limité; si nous considérons par exemple le cas d'un nuage de gaz ionisé, le déplacement des électrons sous l'action du champ créera sur sa surface dans des directions opposées, des charges de signes contraires, et il faudra tenir compte du champ de réaction qu'elles provoquent. C. GUTTON a traité quelques exemples de cette espèce [20] qui mettent en évidence l'importance de telles considérations. Des recherches, orientées dans ce sens, ont été entreprises; on en trouvera un exposé sommaire et complet dans un article de K. DARROW [13].

Plus récemment, C. GUTTON a effectué des expériences de réflexion sur la couche ionisée (n° 30) en utilisant successivement des ondes entretenues puis des ondes très amorties [21]; ces dernières n'ont donné aucun écho dans des conditions où les premières en fournissaient de très nets. Il voit dans cette différence un nouvel argument en faveur de l'action d'une résonance dans la région où se produit la réflexion.

30. — Mesure de la hauteur des couches de l'ionosphère. — Admettons que les réflexions se produisent sur un plan parfaitement réflecteur KH (fig. 21). Un observateur situé en R recevra d'un émetteur E deux ondes, l'une de surface, l'autre d'espace, ayant suivi respectivement des chemins différents ER et ECR; ces deux ondes ne parviendront pas au même instant en R et un enregistrement permettra de connaître la différence des temps de parcours; en admettant que les ondes aient cheminé avec la vitesse c de la lumière, on en déduira la différence

$$d = 2 EC - ER$$

des chemins parcourus; connaissant d et ER on calculera facilement la hauteur h du plan KH.

Cette façon de procéder ne répond pas exactement à la réalité, car le rayon d'espace a vraisemblablement parcouru un chemin courbe dans l'ionosphère et sa vitesse (de groupe) y a été plus faible que c ; aussi le résultat du calcul ne peut-il être considéré comme représentant exactement la hauteur du point culminant A du trajet; on lui donne le nom de *hauteur équivalente* de la couche réfléchissante; cette hauteur équivalente est probablement fort voisine de la hauteur réelle dans la majorité des cas.

Ce procédé général de mesures est appliqué selon les deux méthodes suivantes :

Méthode des tops. — L'émetteur envoie à intervalles rapprochés des tops extrêmement brefs, dont la durée est inférieure à un millième de

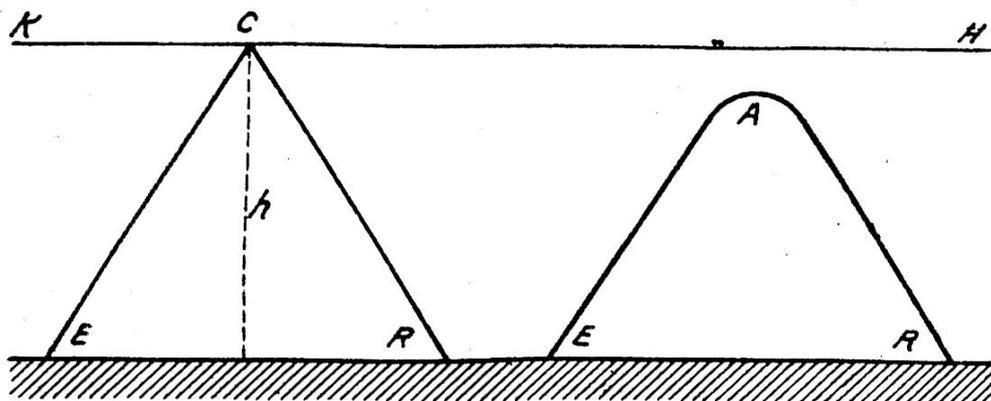


Fig. 21.

seconde; sur la bande d'enregistrement on obtient deux pointes successives dont la distance fournit la différence des durées de trajet des deux chemins. Ce procédé a été employé pour la première fois par BREIT.

Méthode des interférences. — Cette méthode est due à APPLETON. Imaginons qu'on ait placé en parallèle avec le condensateur d'accord du générateur d'émission, un petit condensateur tournant dont la capacité varie périodiquement entre deux valeurs extrêmes; la longueur d'onde émise variera entre deux limites λ' et λ'' .

Pour une onde de longueur donnée λ , la différence des parcours d contiendra un certain nombre de fois λ , soit $d = n\lambda$. Pendant la rotation du condensateur n variera et, si λ' et λ'' sont assez écartées¹, passera plusieurs fois par des valeurs entières; chaque fois que n sera entier, les deux ondes arrivant en R seront en phase, elles seront en opposition chaque

1. On prend par exemple $\lambda' = 400$ m. et $\lambda'' = 410$ m.

fois que n sera égal à un entier plus $\frac{1}{2}$. Si donc $n' = \frac{\lambda'}{d}$ et $n'' = \frac{\lambda''}{d}$, la différence ($n' - n''$) représentera le nombre de maxima ou de minima enregistrés dans l'intervalle des passages par les ondes λ' et λ'' . Si le condensateur tournant a été disposé de manière à ce que sa capacité reste invariable pendant quelques instants chaque fois qu'elle passe par un maximum ou un minimum, les enregistrements auront l'allure de la figure 22 et l'on pourra y relever la valeur de ($n' - n''$). Comme

$$n' - n'' = d \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right)$$

on connaîtra d .

Le premier procédé est le plus généralement employé aujourd'hui et

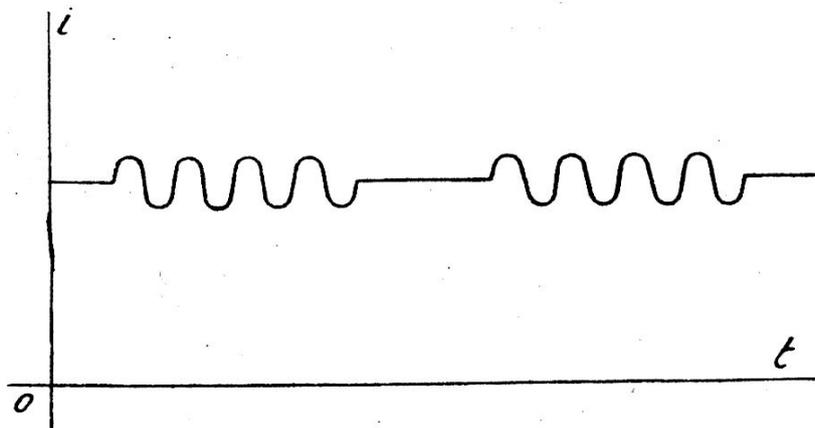


Fig. 22.

il existe plusieurs installations d'enregistrements automatiques en diverses régions du globe, fonctionnant pendant quelques heures choisies dans la journée. Le plus souvent, les stations d'émission et de réception sont très voisines, à une distance de quelques kilomètres seulement; par le choix des antennes d'émission et de réception on compense la différence d'énergie des ondes d'espace et de surface au moment où elles parviennent au récepteur.

31. — Renseignements numériques sur l'ionosphère. — Dans la très grande majorité des cas, les hauteurs obtenues par les mesures précédentes sont comprises entre 100 et 250 kilomètres. Il est difficile de résumer de manière précise toutes les expériences et les discussions qui ont eu lieu sur cette question, nous nous bornerons à indiquer les idées émises par APPLETON qui l'a étudiée depuis plusieurs années et qui a déduit de

ses mesures un ensemble cohérent de connaissances dont on trouvera un exposé concis dans les discussions qui ont eu lieu en 1933 à la Royal Society [12].

Il a pu montrer qu'il existe plusieurs couches ionisées à des hauteurs différentes ou, plus exactement, que la variation de l'ionisation n'est pas constamment croissante quand on s'élève au-dessus du sol; il y a des maxima et des minima successifs. Il considère dans l'ionosphère deux régions principales, les régions E et F.

La région E a une hauteur équivalente de 120 kilomètres environ; c'est elle qui dans la majorité des cas, renvoie vers la terre les ondes de l'ordre de 200 à 400 mètres ou plus. Le nombre d'électrons y serait en moyenne de $1,2 \cdot 10^5$ par centimètre cube.

La région F a une hauteur à peu près double, elle provoque la réflexion des ondes de l'ordre de 100 mètres. L'ionisation y atteindrait en moyenne $4 \cdot 10^5$ électrons par centimètre cube.

Accidentellement les ondes de 400 mètres se réfléchissent sur la couche F, tout à fait à la fin de la nuit, quand l'ionisation de E a suffisamment diminué pour rendre cette couche perméable. Le passage de E à F ne se fait pas continument, mais *brusquement*, sans transition aucune; inversement, au lever du jour il se produit un saut *brutal* de F à E.

De même, les ondes de 100 mètres peuvent se réfléchir accidentellement sur la couche E, cela arrive au milieu du jour quand l'ionisation est maxima.

Il est important de noter que les hauteurs équivalentes obtenues simultanément par les deux méthodes ci-dessus et pour différentes distances entre l'émetteur et le récepteur ne présentent pas de différences marquées.

32. — Mesure de la polarisation du champ. — Pour vérifier l'influence du champ magnétique terrestre sur la propagation, il était intéressant de mesurer l'état de polarisation du champ des ondes d'espace. Des mesures de cette espèce ont été effectuées par APPLETON et RATCLIFFE en utilisant encore une méthode d'interférence; les ondes sont reçues sur trois cadres verticaux dont l'un a son plan dirigé dans la direction de l'émetteur, les deux autres sont orientés à 45° de part et d'autre du premier.

On a choisi les positions de l'émetteur et du récepteur de telle façon que la propagation du rayon d'espace qui aboutit au récepteur soit sensiblement parallèle au champ magnétique terrestre. Dans ces conditions, le champ reçu doit être polarisé circulairement (n° 23-b) et il suffit,

pour le définir, de déterminer trois inconnues : les amplitudes de ses deux composantes dans le plan d'incidence et perpendiculairement à ce plan et la différence de phase entre elles.

Les résultats de la réception sur les trois cadres fournissaient les trois équations nécessaires. Nous renverrons pour les détails de la méthode au mémoire des auteurs [3] en indiquant seulement qu'ils ont bien constaté que le champ était polarisé circulairement et tournait de droite à gauche pour un observateur regardant dans le sens de la propagation; c'est le résultat indiqué par la théorie.

Depuis, des expériences du même genre ont été faites en Australie, elles ont montré que dans l'hémisphère sud le champ tournait à droite comme il devait arriver en raison de l'orientation du champ magnétique terrestre dans ces régions.

BIBLIOGRAPHIE

1. APPLETON (EV.), NAISMITH (R.) et BUILDER (G.). — *Recherches sur l'ionisation aux hautes latitudes*. — *The Nature*, **132**, 1933, 340.
2. APPLETON (EV.) et NAISMITH (R.). — *Mesures de l'ionisation de la haute atmosphère*. — *Proc. Royal Society, A*, **137**, 1932, 36-55.
3. APPLETON (E. W.) et RATCLIFFE (J. A.). — *Méthode de mesure de la polarisation des ondes venant de la haute atmosphère*. — *Proc. Roy. Soc., A*, **117**, 1928, 576-589.
4. AUSTIN (L. W.). — *Activité solaire et radiotélégraphie*. — *Proc. Inst. Rad. Eng.*, **20**, 1932, 280-286.
5. BLOCH (E.). — *Théorie cinétique des gaz*. — Collection Armand Colin, Paris.
6. BLOCH (L.). — *Propagation des ondes électromagnétiques*. — Cours lithographié de l'Ecole Supérieure d'Electricité.
7. BOUASSE (H.). — *Ondes hertziennes*. — Delagrave, Paris.
8. BOUTHILLON (L.). — *Propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre*. — Delagrave, Paris.
9. BUREAU (R.). — *Cartes de propagation d'ondes courtes*. — *Onde Elec.*, **9**, 1930, 93-114, 166-174.
10. BUREAU (R.). — *Les phénomènes radioélectriques de l'atmosphère*. — Cours lithographié de l'Ecole Supérieure d'Electricité.
11. DECAUX (B.) et GALLE (J.). — *Fluctuations dans la durée de propagation*. — *Comptes rendus*, **198**, 23 juin 1926, 2239-2241.
- 11^{bis}. *Discussion sur l'état électrique de la haute atmosphère*. — *Proc. Royal Society, A*, **111**, 1926, 13 p.
12. *Discussion sur l'ionosphère*. — *Proc. Roy. Soc. A*, **141**, 1933, 697-722.
13. DARROW (K.). — *Oscillations contraintes de nuages d'électrons*. — *Review Scientific Instruments America*, **4**, nov. 1933, 563-570.

14. DAUVILLIER (A.). — *Etude sur les aurores polaires pendant l'année polaire.* — Journ. de Phys., série 7, 5, 1934, 398-413.
15. DELLINGER (J. H.), WHITTEMORE (L. E.) et KRUSE (S.). — *Mesures de l'affaiblissement des signaux.* — Scient. papers Bureau of Standards, 22, 1927, n° 561, 420-450.
16. DOUGUET. — *Quelques observations sur la propagation pendant l'année polaire.* — Onde Elec., 12, 1934, 277-289.
17. GALLE (J.). — *Observations pendant l'éclipse de soleil du 9 mai 1929.* — Ond. Elec., 9, 1930, 257-265, 313-348.
18. GUINCHANT (M. J.). — *Portée des ondes électriques dans l'atmosphère.* — Ond. Elec., 3, 1924, 445-449.
19. GUTTON (H.) et CLEMENT (J.). — *Propriétés des gaz ionisés et propagation des ondes dans la haute atmosphère.* — On. Elec., 6, 1927, 137-152.
20. GUTTON (C.). — *Propriétés des gaz ionisés dans les champs de haute fréquence.* — Ond. Elec., 12, 1933, 61-71.
21. GUTTON (C.). — *Sur la réflexion des ondes radiotélégraphiques dans la haute atmosphère.* — Comptes Rendus, Ac. Sc., 199, 20 août 1934, 470-473.
22. HARTREE (D. R.). — *Propagation des ondes électromagnétiques dans un champ magnétique.* — Proc. Cambridge Phil. Soc., 27, part. 1, 1931, 143-163.
23. LABAT (P.). — *La propagation des ondes électromagnétiques.* — Gauthier-Villars, Paris.
24. LASSEN (H.). — *Sur l'ionisation de l'atmosphère et son influence sur la propagation des ondes courtes.* — Zeitschrift für Hochfr. und Elektroakustik., 28, 1926, 109-114, 139-147.
25. MAURAIN (C.). — *Phénomènes magnétiques et électricité terrestres.* — Cours lithographié de l'Ecole Supérieure d'Electricité.
26. MEISSNER (A.). — *Le champ magnétique terrestre a-t-il une influence sur la propagation des ondes?* — Elektr. Nachrichten. Tech., 3, 1926, 321-324.
27. NICHOLS (H. E.) et SCHELLENG (J. C.). — *Propagation des ondes électriques.* — Bell System Technical Journal, 4, 1925, 215-235.
28. PICKARD (G. W.). — *Variations de courte période dans la réception.* — Proc. Inst. Elec. Eng., 12, 1924, 119-158.
29. QUÄCK (E.). — *Sur la propagation des ondes courtes.* — Zeitsch. f. Hochfr. u. Elektroak., 30, 1927, 41-42.
30. STÖRMER (C.). — *Echos retardés et leur explication d'après la théorie des aurores polaires.* — Ond. Elec., 7, 1928, 531-533.
31. VAN DER POL (B.). — *La propagation des ondes électriques autour de la terre.* — Philosoph. Magaz., 38, 1919, 365-381.
32. VAN DER POL (B.). — *Echos retardés.* — Ond. Elec., 7, 1928, 354-357.
33. WAGNER (K.). — *Résultat de l'expédition polaire à Tromsø.* — Elec. Nachr. Techn., 11, fév. 1934, 14 p.
34. WATSON (G. V.). — *La diffraction des ondes électriques autour de la terre.* — Proc. Roy. Soc., 95, 1918, 83-99.

CHAPITRE XV

Propagation le long du sol. — Formules de propagation.

1. — Propagation d'une onde en présence du sol. — Nous avons d'abord étudié la propagation dans l'atmosphère, car c'est elle qui joue le rôle le plus important dans les communications actuelles et son étude est indépendante de ce qui se passe près du sol, ou à peu près. Il est nécessaire de revenir maintenant sur l'influence de la terre qui est prédominante à de faibles distances de l'émetteur et qui joue un rôle capital pour toutes les applications où, comme en radiodiffusion, les points à atteindre sont relativement peu éloignés de l'émetteur; on sait déjà d'ailleurs que les ondes de surface s'étendent d'autant plus loin que la fréquence est faible.

Pour traiter le problème actuel, on peut, avec une approximation très suffisante, négliger complètement l'influence de la haute atmosphère, et en outre supposer que la propagation se fait au-dessus d'un sol plan, mais, même ainsi limité, le problème offre encore des difficultés mathématiques assez sérieuses et les développements qu'il comporte ne sauraient trouver place dans ce cours. Aussi nous bornerons-nous à étudier des cas simples qui permettront de faire ressortir les propriétés caractéristiques des phénomènes. Nous donnerons ensuite les résultats, utiles pour les applications, d'une théorie plus complète.

2-a. — Théorie de Zenneck. — Dès 1907, Zenneck s'est posé le problème suivant [16] : Quelle est la nature d'une onde plane qui se propage au-dessus d'un sol semi-conducteur? On entend par sol semi-conducteur, un milieu qui, comme la terre, présente à la fois des qualités diélectriques et conductrices.

En présence d'un sol parfaitement conducteur, le champ électrique d'une antenne verticale est lui-même vertical, et le champ magnétique horizontal.

Par raison de symétrie, on se trouve alors conduit à chercher, dans le cas qui nous occupe, s'il peut exister une onde plane dont le champ magnétique soit horizontal et donc le champ électrique soit dans un plan vertical contenant la direction de la propagation; on peut penser qu'à

une distance relativement grande d'un émetteur, l'onde réelle sera voisine de celle que nous allons chercher à déterminer.

Nous supposons que la propagation se fait parallèlement au plan xOz , la surface du sol étant représentée par le plan xOy . Tous les éléments seront indépendants de la coordonnée y et ne seront fonctions que de x et de z .

Nous désignerons par \mathbf{E} et \mathbf{H} les amplitudes des champs électriques et magnétiques, par ε et \mathcal{H} , ε et h leurs valeurs complexes et instantanées. K et σ seront la constante diélectrique et la conductivité du sol, f et ω la fréquence et la pulsation de l'onde. *Sauf indications contraires, les unités seront les unités électromagnétiques c.g.s.*

Nous allons écrire les équations de MAWXELL dans le sol et dans

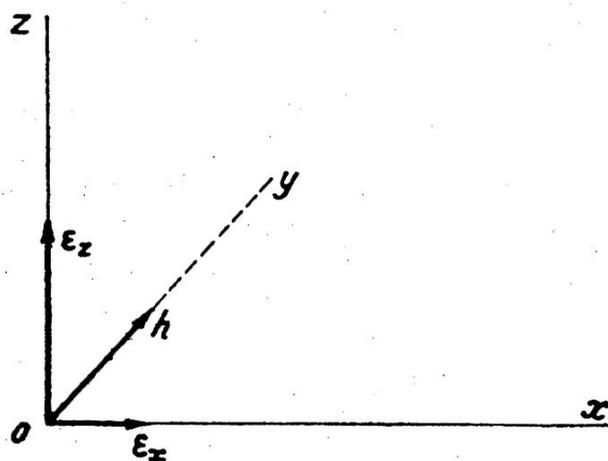


Fig. 1.

l'air pour le cas particulier que nous avons défini, nous en chercherons les solutions générales, puis nous déterminerons les paramètres qu'elles comporteront en écrivant les équations de passage d'un milieu à l'autre.

Dans le sol, les équations de MAWXELL seront (n° 3-VIII)

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial t} \\ \frac{\partial h}{\partial z} = -K \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} - 4\pi\sigma\varepsilon_x \\ \frac{\partial h}{\partial x} = K \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} + 4\pi\sigma\varepsilon_z \end{array} \right.$$

Nous supposons que les oscillations sont harmoniques, ce qui revient à remplacer l'un quelconque s des éléments dépendant du temps par $\mathcal{S} e^{j\omega t}$; les équations deviennent alors :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial z} = j\omega \mathcal{C} \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} = -jK\omega \left(1 - j\frac{4\pi\sigma}{K\omega}\right) \varepsilon_x \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial x} = jK\omega \left(1 - j\frac{4\pi\sigma}{K\omega}\right) \varepsilon_z \end{array} \right.$$

Posons :

$$(3) \quad \eta = \frac{4\pi\sigma}{K\omega} = \frac{2\tau}{Kf} \quad \text{et} \quad \gamma = (1 - j\eta).$$

On déduit alors des équations 2 la relation

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial z^2} = -K\omega^2 \gamma \mathcal{C}.$$

En désignant par H , p et r trois constantes, on vérifie facilement que l'équation 4 admet pour solution :

$$\mathcal{C} = H e^{p_x + r_z}$$

à condition que :

$$(5) \quad p^2 + r^2 = -K\omega^2 \gamma.$$

Les deux dernières équations 2 permettent alors de trouver les expressions de ε_x et de ε_z que nous groupons ci-dessous avec celle de \mathcal{C} .

$$(6) \quad \text{dans le sol} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C} = H e^{p_x + r_z} \\ \varepsilon_x = j \frac{Hr}{K\omega\gamma} e^{p_x + r_z} \\ \varepsilon_z = -j \frac{Hp}{K\omega\gamma} e^{p_x + r_z} \end{array} \right.$$

De ces dernières relations, on déduira immédiatement les valeurs des champs ε_{0x} , ε_{0z} , \mathcal{C}_0 dans l'air en remplaçant σ par zéro et K par K_0 ,

$$(7) \quad \text{dans l'air} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C}_0 = H_0 e^{p_0 x + r_0 z} \\ \varepsilon_{0x} = j \frac{H_0 r_0}{K_0 \omega} e^{p_0 x + r_0 z} \\ \varepsilon_{0z} = -j \frac{H_0 p_0}{K_0 \omega} e^{p_0 x + r_0 z} \end{array} \right.$$

avec

$$(8) \quad p_0^2 + r_0^2 = -K_0 \omega^2.$$

Pour obtenir les équations de passage il suffit d'écrire que, pour toute

valeur de x , les composantes horizontales des champs dans l'air et dans le sol sont égales pour $z = 0$ (n° 3-VIII).

Les composantes à déterminer sont alors réunies aux données du problème par le groupe d'équations suivant :

$$(9) \quad \begin{aligned} p_o^2 + r_o^2 &= -K_o \omega^2 & H &= H_o \\ p^2 + r^2 &= -K \omega^2 \gamma & p &= p_o & \frac{r}{K \gamma} &= \frac{r_o}{K_o} \end{aligned}$$

Pour simplifier l'écriture, nous poserons :

$$K_o \omega^2 = \alpha^2 \quad \text{et} \quad k = \frac{K}{K_o}$$

puis nous introduirons les unités électrostatiques, en remarquant que

$$\sigma_{ES} = \sigma_{EM} c^2, \quad K_{ES} = K_{EM} c^2$$

il viendra :

$$\eta = \frac{4\pi\sigma}{k\omega} = \frac{2\sigma}{kf}$$

et les valeurs des quantités p et r seront :

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} p^2 &= p_o^2 = -\alpha^2 \frac{k\gamma}{1+k} \\ r_o^2 &= -\alpha^2 \frac{1}{1+k\gamma} \\ r^2 &= -\alpha^2 \frac{k^2\gamma^2}{1+k\gamma} \end{aligned} \right. \quad (\text{U. E. S.})$$

2-b. — Caractères des ondes de Zenneck. — Considérons seulement pour le moment ce qui se passe dans l'air : les quantités p , et r , sont complexes et une discussion plus approfondie est nécessaire. Désignons par p'_o , p''_o , r'_o , r''_o quatre quantités essentiellement positives, nous allons montrer que l'on peut écrire :

$$p = -p'_o - jp''_o \quad r = -r'_o + jr''_o$$

L'expression des champs dans l'air, du champ magnétique par exemple, sera de la forme

$$(11) \quad h = H e^{-p_o x - r_o z} e^{j\omega t - p_o x + r_o z}$$

En remarquant que $\gamma = 1 - j\eta$ on peut d'autre part, écrire

$$\begin{aligned} p_o^2 &= -\alpha^2 k \frac{1+k+k\gamma^2-j\eta}{(1+k)^2+k^2\gamma^2} = p_o'^2 - p_o''^2 + 2jp'_o p_o'' \\ r_o^2 &= -\alpha^2 \frac{1+k+jk\eta}{(1+k)^2+k^2\gamma^2} = r_o'^2 + r_o''^2 - 2jr'_o r_o'' \end{aligned}$$

d'où :

$$(12) \quad p'_o p''_o = \frac{\alpha^2 k r_1}{(1+k)^2 + k^2 r_1^2} \quad r'_o r''_o = \frac{\alpha^2 k r_1}{(1+k)^2 + k^2 r_1^2}$$

Si nous admettons que l'onde se propage vers les x positifs, il faut choisir pour p''_o une valeur positive et comme d'après 12, $p'_o p''_o$ doit être positif, p'_o doit l'être également.

Nous prendrons aussi r'_o positif pour que le champ soit, d'après 11, nul à l'infini; l'énergie est en effet émise à la surface du sol; $r'_o r''_o$ étant positif r''_o devra l'être également.

La relation 12 montre que la propagation est telle que sur toute la surface d'un plan représenté par l'équation :

$$p''_o x - r''_o z = \omega t + A$$

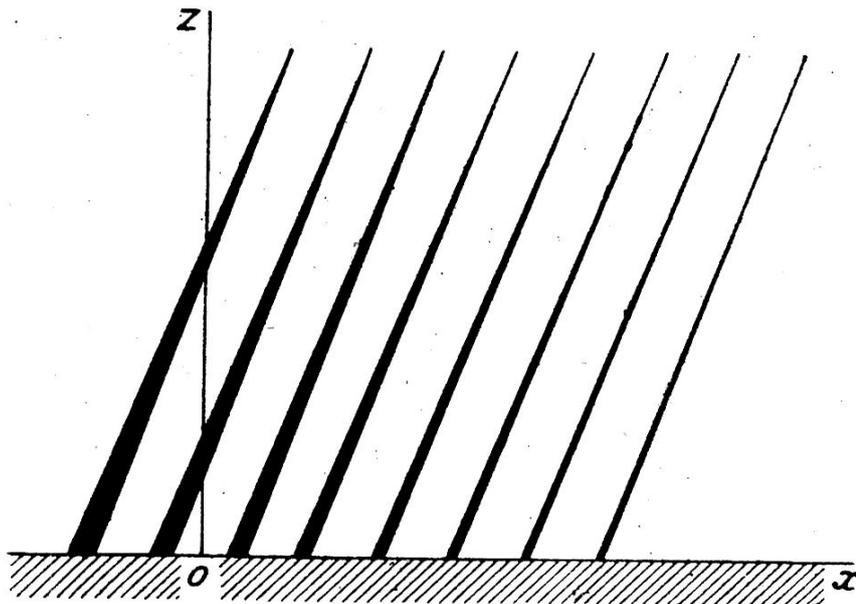


Fig. 2.

où A est une constante quelconque, la phase des oscillations est la même; il existe donc une onde parallèle à ce plan et de la relation précédente, on déduit la vitesse de sa propagation dans la direction normale au plan :

$$\frac{\omega}{\sqrt{p''_o{}^2 + r''_o{}^2}}$$

Mais cette onde diffère des ondes planes que nous avons considérées jusqu'ici, car si la phase reste constante tout le long des plans ci-dessus, il n'en est pas de même de l'amplitude des oscillations qui diminue quand on progresse de gauche à droite ou de bas en haut; la figure 2 représente cette distribution de l'amplitude par la variation de l'épaisseur des traces des ondes.

Ce qui est le plus intéressant du point de vue des applications, c'est l'atténuation dans le sens de la propagation le long du sol, c'est-à-dire la valeur de p_o ; on la calculerait aisément en écrivant p_o sous la forme :

$$p_o^2 = -\alpha^2 k \sqrt{\frac{1 + \gamma^2}{(1 + k)^2 + k^2 \gamma^2}} e^{-j\psi}, \text{ avec } \text{tg } \psi = \frac{\gamma}{1 + k(1 + \gamma^2)}$$

mais nous ne nous attarderons pas sur cette question, car nous donnerons plus loin une formule plus près de la réalité et d'un calcul plus commode.

Un autre point par où ces ondes diffèrent des ondes planes qui se propagent dans un milieu homogène indéfini est que le champ électrique n'est plus parallèle au plan de l'onde; c'est ce que nous allons examiner maintenant.

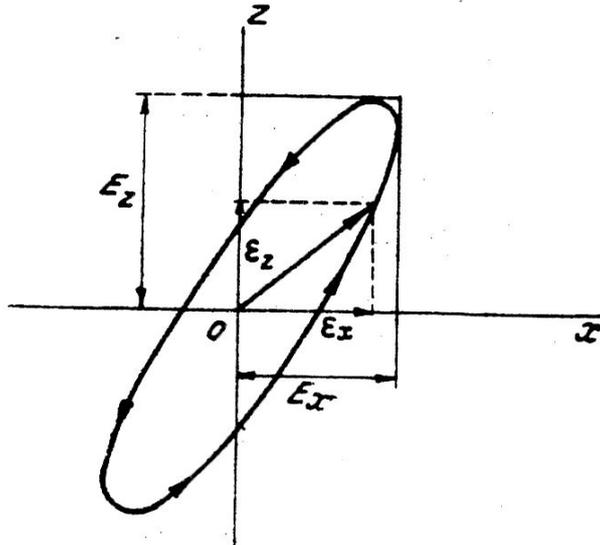


Fig. 3.

2-c. — **Champ tournant des ondes de Zenneck.** — Pour étudier la nature du champ, il suffit de faire le quotient des composantes ϵ_{oz} et ϵ_{or} du champ électrique. Posons d'abord :

$$\text{tg } \varphi = \gamma = \frac{2\sigma}{kf} \quad \left(\varphi < \frac{\pi}{2} \right)$$

d'où

$$\gamma = 1 - j\gamma = \sqrt{1 + \gamma^2} e^{-j\varphi}.$$

Nous aurons alors d'après les équations 7

$$(13) \quad \frac{\epsilon_{oz}}{\epsilon_{or}} = -\frac{p_o}{r_o} = \mp \sqrt{k\gamma} = \mp \sqrt{k} \sqrt{1 + \gamma^2} e^{-j\frac{\varphi}{2}}$$

et cette relation montre que les deux composantes sont décalées en phase

de $\frac{\varphi}{2}$; le champ est donc tournant et dans le cours d'une période, il prend toutes les orientations possibles dans le plan des xz .

Pour connaître le signe à utiliser devant le radical dans la formule précédente, considérons d'abord le cas particulier où η est nul, c'est-à-dire celui où le sol serait un diélectrique pur.

Dans ce cas, toute absorption disparaît et l'on se trouve en présence d'une onde plane ordinaire tombant sur la surface de séparation de deux milieux de constantes diélectriques ou d'indices de réfraction différents. Cette onde, provenant du milieu supérieur, est évidemment inclinée comme sur la figure 2 et le quotient E_{oz}/E_{ox} est réel et positif¹. Nous sommes donc conduits à prendre le signe + devant le radical de la formule 13; la composante verticale est en retard sur la composante horizontale et le champ tournant présente l'aspect de la figure 3.

Récrivons la relation 13 avec le signe qui convient :

$$\frac{E_{oz}}{E_{ox}} = \sqrt{k} \sqrt{1 + \eta^2} e^{-j\frac{\varphi}{2}}$$

L'allure du champ dans des conditions données dépend de la conductivité, de la constante diélectrique du sol, et de la fréquence de l'onde. Il est intéressant d'examiner les cas limites qui peuvent se produire dans la pratique des communications.

Dans le cas de la mer où se rencontrent les conditions les plus favorables, on a $k \doteq 80$, $\sigma_{ES} \doteq 10^{10}$. Pour une onde courte, de fréquence $2 \cdot 10^7$ on trouve $\eta = 12,5$ soit $\varphi \doteq \frac{\pi}{2}$ et $\frac{E_{oz}}{E_{ox}} \doteq 32$. Ce dernier rapport augmente avec la longueur d'onde de telle sorte que *sur mer le champ horizontal n'a de valeur appréciable que pour les ondes les plus courtes utilisées dans les communications*; ce champ est en avance de $\frac{\pi}{4}$ sur le champ vertical.

Pour un sol de conductivité normale, $\sigma_{ES} = 10^9$. Si ce sol n'est pas détrempe, sa constante diélectrique est seulement de quelques unités;

1. Cette onde correspond en optique à l'incidence de BREWSTER pour laquelle l'onde réfléchie disparaît si l'onde incidente est polarisée de façon que son champ électrique se trouve dans le plan d'incidence; quand l'onde incidente est quelconque, l'onde réfléchie existe, mais elle est polarisée avec un champ électrique normal au plan d'incidence.

Il faut éviter de confondre la composante horizontale E_{ox} située dans le plan d'incidence avec celle normale à ce plan et qui provient soit des réflexions sur l'ionosphère (n° 7 xiv), soit du champ magnétique terrestre (n° 23-a-xiv).

prenons le chiffre 5. Pour une fréquence 10^6 , on trouve encore $\varphi \doteq \frac{\pi}{2}$ et

$$\frac{E_{0z}}{E_{0x}} \doteq 14.$$

Enfin, pour un sol sablonneux très sec, $\sigma_{ES} = 10^6$. Avec une constante diélectrique égale à 2, on trouve pour une fréquence $2 \cdot 10^4$, $\eta = 50$, soit

$$\varphi \text{ encore très voisin de } \frac{\pi}{2} \text{ et } \frac{E_{0z}}{E_{0x}} = 10.$$

La composante horizontale devient appréciable même pour les ondes les plus longues et il y a lieu d'en tenir compte dans la pratique.

2-d. — Champ dans la mer. — On étudierait de la même façon la manière dont se comporte le champ dans le sol, mais le problème ne présente pas beaucoup d'intérêt. Ce qui est intéressant, c'est de connaître la loi de décroissance de l'amplitude avec la profondeur, pour pouvoir apprécier les possibilités de réception souterraine et surtout sous-marine. Il suffit alors d'étudier le coefficient r donné par la dernière des formules 10.

$$r^2 = -\alpha^2 \frac{k^2 \gamma^2}{1 + k\gamma}$$

Dans la mer, $k = 80$, $\sigma_{ES} \doteq 10^{10}$ et $\eta \doteq \frac{10^9}{4f}$. Sauf pour les ondes très

courtes, η est beaucoup plus grand que l'unité et l'expression de r peut se simplifier; on peut écrire :

$$r^2 = j\alpha^2 k\eta = j4\pi\sigma\omega = 2j(2\pi\sigma\omega)$$

d'où

$$r = (1 + j) \sqrt{2\pi\sigma\omega} \quad \text{U. E. M.}$$

On reconnaît là l'expression que nous avons déjà rencontrée au n° 12-XI en étudiant la pénétration des courants dans une plaque métallique. Cette coïncidence est tout à fait normale puisque, profitant de la grande valeur de la conductivité, nous avons simplifié nos formules en laissant de côté l'effet diélectrique. L'amplitude du champ magnétique dans la mer, à une profondeur z (la valeur de z doit être considérée comme négative pour conserver les notations initiales) sera donc :

$$H = H_0 e^{\sqrt{2\pi\sigma\omega} \cdot z}$$

H_0 étant l'amplitude à la surface. Quoique la décroissance soit rapide

avec la profondeur, le champ restant à quelques mètres au-dessous du niveau est encore suffisant pour permettre la réception à 1.000 ou 2.000 kilomètres des signaux transmis sur ondes longues par les grandes stations de trafic intercontinental.

L'expérience a d'ailleurs confirmé les conséquences ci-dessus de la théorie sur la loi de décroissance du champ en fonction de la profondeur.

3. — Réflexion d'une onde sur un milieu semi-conducteur. — Les ondes hertziennes obéissent naturellement aux lois de la réflexion et de la réfraction établies pour les ondes lumineuses. Il arrive parfois qu'il est intéressant de savoir comment une onde atteignant le sol sous une certaine incidence se trouve réfléchi. Quand l'onde est longue, la quantité $\eta = 2\sqrt{Kf}$ du numéro 2-a est toujours grande par rapport à l'unité et la réflexion est pratiquement la même que sur un métal, sous la réserve

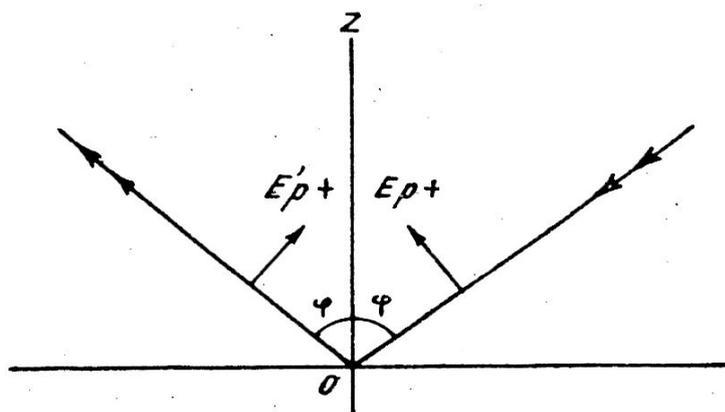


Fig. 4.

indiquée plus bas. Pour une onde très courte et un sol assez mauvais conducteur, c'est l'inverse qui a lieu et la réflexion est la même que sur un diélectrique, Nous donnons ci-dessous les formules qui conviennent à un cas quelconque et dont dérivent d'ailleurs les formules courantes de Fresnel quand la conductivité du milieu sur lequel se fait la réflexion s'annule.

Dans ces formules, E_p est la composante du champ électrique dans le plan de l'onde incidente comptée positivement vers le haut (fig. 4). E_n est la composante du même champ normalement au plan d'incidence; E'_p et E'_n sont les composantes correspondantes pour l'onde réfléchi. K et σ sont la constante diélectrique et la conductivité du sol et φ l'angle d'incidence. On a alors en unités électrostatiques :

$$(14) \quad \frac{\mathbf{E}'_p}{\mathbf{E}_p} = \frac{\cos \varphi - \frac{S - jS'}{K(1 - j\eta)}}{\cos \varphi + \frac{S - jS'}{K(1 - j\eta)}} \quad \frac{\mathbf{E}'_n}{\mathbf{E}_n} = \frac{\cos \varphi - (S - jS')}{\cos \varphi + (S - jS')}$$

avec

$$R^2 = (v^2 - \sin^2 \varphi)^2 + \eta^2 v^4 \quad S^2 = \frac{1}{2}(R + v^2 - \sin^2 \varphi) \quad S'^2 = \frac{1}{2}(R - v^2 + \sin^2 \varphi)$$

$$v^2 = K \quad \eta = \frac{4\pi\sigma}{K\omega} = \frac{2\sigma}{Kf}$$

Quand σ est nul, ces formules deviennent en appelant χ l'angle de réfraction :

$$(15) \quad \frac{\mathbf{E}'_p}{\mathbf{E}_p} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \chi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \chi)} \quad \frac{\mathbf{E}'_n}{\mathbf{E}_n} = -\frac{\sin(\varphi - \chi)}{\sin(\varphi + \chi)}$$

avec

$$\sin \varphi = v \sin \chi,$$

v est l'indice de réfraction.

Les formules 14 et 15 montrent que pour les incidences rasantes, $\varphi = 90^\circ$, $\mathbf{E}'_p = -\mathbf{E}_p$. Il en résulte que quand une onde se réfléchit sous une incidence rasante sur un milieu dont la constante diélectrique n'est pas nulle, le *champ résultant* au contact de la surface de séparation des deux milieux *est nul*. Ceci est vrai quelle que soit la conductivité du milieu en question; mais si cette conductivité est grande, dès que l'angle φ diffère, de 90° d'une très petite quantité, cette relation se renverse, \mathbf{E}'_p devient égal à \mathbf{E}_p et les choses se passent comme au-dessus d'un milieu parfaitement conducteur le champ résultant vertical est double de celui de l'onde incidente.

Les ondes très courtes de quelques mètres, se trouvent dans le cas où le champ résultant est nul pour les incidences rasantes et comme φ est voisin de l'unité, le champ résultant reste faible pour des incidences différant de 90° de quelques degrés. On peut trouver dans cette circonstance l'explication des difficultés qu'on éprouve à recevoir sur un sol plan les ondes de quelques mètres — même quand elles proviennent de points très élevés — chaque fois que la direction de propagation fait un angle de l'ordre du degré au plus avec le sol.

Le bref examen que nous venons de faire sur la réflexion des ondes sur un sol demi-conducteur montre combien il faut être circonspect dans les analogies que l'on peut chercher à établir entre différents modes de propagation. On pourrait par exemple être tenté de considérer la propa-

gation d'une onde plane au-dessus d'un sol quelconque comme le cas limite d'une réflexion lorsque la direction de propagation tend à se confondre avec le sol. On voit qu'il est très loin d'en être ainsi et la comparaison des résultats obtenus dans ce numéro avec ceux fournis par l'étude des ondes de ZENNECK montre les différences profondes existant entre les deux phénomènes.

4. — Formule de Sommerfeld. — SOMMERFELD a étudié complètement le problème de la propagation des ondes émises par un doublet vertical placé sur la surface du sol plan, dans le cas où ce dernier est semi-conducteur [14].

Cette étude est longue et demande beaucoup de développements mathématiques, aussi nous bornerons-nous à donner la formule à laquelle elle aboutit, sous la forme simple où elle a été mise récemment par VAN DER POL [15].

Cette formule comporte l'emploi d'un paramètre auxiliaire ρ auquel SOMMERFELD a donné le nom de *distance numérique*. L'expression de ρ est la suivante :

$$\rho = \frac{\pi r^{km}}{6.10^{15} \cdot \sigma_{EM} (\lambda^{km})^2}$$

dans laquelle r est la distance à l'émetteur et σ_{EM} la conductivité exprimée en unités électromagnétiques ($\sigma_{EM} = \sigma_{ES} \frac{1}{c^2}$).

Le champ électrique vertical en microvolts par mètre est alors donné par :

$$(16) \quad E_m^{\mu V} = \frac{120 \pi h_r^m I^{amp}}{\lambda^{km} r^{km}} f(\rho)$$

où h_r est la hauteur de rayonnement de l'antenne et I l'intensité au ventre de courant dans cette dernière. La fonction $f(\rho)$ est :

$$f(\rho) = \frac{2 + 0,3 \rho}{2 + \rho + 0,65 \rho^2}$$

Il est souvent commode de pouvoir exprimer le champ en fonction de la puissance rayonnée W . En tenant compte de ce que cette puissance est donnée par la formule :

$$W_{watt} = 160 \pi^2 \left(\frac{h_r}{\lambda} \right)^2 (I^{amp})^2$$

on obtient :

$$(17) \quad \mathbf{E}'_m = 3.10^5 \sqrt{W^{m'}} \frac{1}{r^{m'}} f(z).$$

Ces formules ne tiennent pas compte de la sphéricité de la terre et elles donnent des résultats nettement trop forts quand cette sphéricité commence à devenir appréciable, c'est-à-dire à quelques centaines de kilomètres de l'émetteur; cette distance varie d'ailleurs avec la fréquence.

L'expérience se trouve souvent en désaccord avec cette formule (n° 8).

5. — Champ des ondes d'espace. — Naturellement aucune des formules précédentes ne tient aucun compte des ondes d'espace renvoyées par l'ionosphère. D'après une étude d'ECKERSLEY [7] on pourrait admettre d'une manière grossièrement approchée que le champ *vertical* de l'onde d'espace conserve, à des distances comprises entre 30 et 1.000 kilomètres de l'émetteur, la valeur constante de $100 \sqrt{W^{m'}}$ par kilowatt d'énergie rayonnée, de telle sorte que le champ \mathbf{E}' de l'onde d'espace serait donné dans ces limites par la relation :

$$(18) \quad \mathbf{E}'_m = 100 \sqrt{W^{m'}}$$

valable, dans le domaine des ondes de radiodiffusion courtes.

Cette constance de la composante verticale du champ réfléchi résulterait du fait que ce dernier se rapproche de la verticale à mesure que la distance où il atteint la terre augmente; comme en même temps son intensité diminue, sa projection sur la verticale resterait à peu près constante. L'expérience ne confirme pas ces prévisions théoriques (n° 8) et le champ vertical des ondes d'espace s'atténue sensiblement avec la distance.

6. — Conductivité et constante diélectrique du sol. — On a fait depuis quelques années de nombreuses mesures de la résistance du sol; tantôt on a opéré en laboratoire sur un échantillon de terrain [12], tantôt on a utilisé les formules de propagation, soit en comparant les champs mesurés avec ceux fournis par la formule de SOMMERFELD [13], soit en déterminant l'inclinaison du champ sur la verticale (n° 2-c).

Le résultat des mesures est que la très grande majorité des terrains présente une conductivité comprise entre 0,5 et 5.10^{-13} (U.E.M.); le taux d'humidité joue un rôle important, il peut faire varier la conductivité dans le rapport de 1 à 7 quand il passe de 10 à 30 % par exemple. On trouve néanmoins des conductivités beaucoup plus faibles, celle de terrains très secs, rocailleux ou sablonneux peut descendre à 10^{-16} [12]. La conductivité de la mer est de 1 à 4.10^{-11} .

La constante diélectrique, de quelques unités seulement pour des sols très secs, est de 20 à 50 (U. E. S.) pour des taux d'humidité de 10 à 60 %.

BARFIELD a pensé pouvoir rendre compte des fluctuations de conductivité de terrains de même nature par la présence des arbres et à la suite de ses observations, il a établi le tableau ci-dessous qui donne la décroissance de la conductivité en fonction du nombre d'arbres au kilomètre carré dans les régions forestières. Le même observateur a attribué une conductivité apparente nettement accrue aux agglomérations habitées couvertes de très nombreuses constructions [1, 2].

Nombre d'arbres par km ² .	0	200	1.000	2.000	4.000
Conductivité (U. E. M.)	$2,5 \cdot 10^{13}$	$2 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{13}$	$0,5 \cdot 10^{13}$	$0,2 \cdot 10^{13}$

D'un autre côté, ECKERSLEY qui a fait pour le service de la radio-diffusion en Angleterre des mesures du même genre, refuse aux arbres et aux habitations des villes européennes une influence marquée sur la conductivité du sol et met les variations de cette dernière sur le compte des irrégularités de la surface du terrain; il emploie le mot « brokenness », rangeant sous ce vocable l'ensemble des mouvements de terrain; ravins, collines, montagnes...; les indications du tableau suivant fixeront un peu plus sur le sens à attribuer à ce terme [7]. ECKERSLEY écrit que, muni de cette documentation, un ingénieur intelligent peut, à l'aide d'une carte, déterminer d'une façon sûre les éléments d'une station à construire; nous estimons qu'un tel procédé serait dangereux et que des expériences préliminaires, effectuées dans les meilleures conditions techniques sont toujours indispensables.

Conductivité du sol d'après Eckersley.

Nature du terrain	Conductivité σ (U.E.M.)	Remarques
Eau de mer.....	1 à $4 \cdot 10^{11}$	Selon la température.
Terrain plat marécageux....	10^{12}	
Villes.....	$0,75 \cdot 10^{13}$	
Région de collines.....	$0,5 \cdot 10^{13}$	Mesures faites dans les vallées Collines de 60 à 300 mètres.
Terrain très mouvementé...	$0,2 \cdot 10^{13}$	Ravins qui ne sont pas nécessairement profonds.
Région montagneuse.....	10^{14}	Type de la chaîne Pennine. Hauteur 1.000 mètres environ..
Région montagneuse très mouvementée.....	$0,75 \cdot 10^{14}$	Suisse, Espagne. Hauteurs de 300 à 3.000 mètres.

7-a. — Formule d'Austin. — AUSTIN a fait pendant près de vingt ans des observations journalières sur les puissantes stations intercontinentales à grande longueur d'onde et il a déduit de ses mesures une formule empirique qui, d'après les conditions de son établissement, est valable pour des ondes longues ayant suivi un parcours marin, éclairé par le soleil sur toute son étendue; elle donne des résultats généralement assez bons, mais qui peuvent différer de 50 à 100 % en plus ou en moins des observations. Quand le chemin des ondes se trouve dans la nuit les résultats des mesures sont notablement plus élevés que ceux du calcul, 4 à 5 fois par exemple. Voici cette formule sous la dernière forme indiquée par l'auteur :

$$(19) \quad E_m^{\mu V} = 120\pi \frac{h_r^m I^{amp}}{\lambda^{km} r^{km}} \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} e^{-\frac{0,0014 r^{km}}{(\lambda^{km})^{0,8}}}$$

h_r est la hauteur de rayonnement de l'antenne, I le courant maximum dans cette dernière; r est la distance et θ l'angle au centre de la terre sous-tendu par la ligne qui joint l'émetteur au récepteur.

Écrite en fonction de la puissance rayonnée W , cette formule devient :

$$(20) \quad E_m^{\mu V} = 3.10^5 \frac{\sqrt{W^{krc}}}{r^{km}} \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} e^{-\frac{0,0014 r^{km}}{(\lambda^{km})^{0,8}}}$$

On remarquera que la formule 15 n'est autre que la formule de HERTZ établie pour de courtes distances au-dessus d'un sol parfaitement conducteur (n° 14-X), à laquelle on a ajouté un terme exponentiel pour tenir

compte de l'absorption et un terme $\sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}}$ dû à la courbure de la terre.

Il résulte d'un certain nombre d'observations que cette formule, établie pour les ondes longues, donne encore des résultats admissibles pour les ondes moyennes au-dessus de la mer; le degré de précision paraît être le même pour des ondes de 3 à 400 mètres que pour des ondes de plusieurs milliers de mètres.

Pour l'appliquer au-dessus de la terre aux ondes moyennes, on a cherché à remplacer le coefficient numérique de l'exposant de l'exponentielle par des nombres différents dont nous allons donner quelques valeurs.

7-b. — Valeurs du coefficient exponentiel pour des terrains divers.

— En prenant pour terme exponentiel des formules 19 et 20 l'expression :

$$e^{-\frac{\alpha r^{km}}{\sqrt{\lambda^{km}}}}$$

les valeurs de α pour différents terrains ont été déterminées par de nom-

breux observateurs et les résultats de leurs expériences sont résumés dans le tableau suivant :

Valeurs numériques du coefficient exponentiel à introduire dans la formule d'Austin pour son emploi au-dessus des terres.

Dates et références	Lieux des mesures	λ (mètres)	Distances maxima	α
1923 ¹ -[4]	sur mer	469	170	0,0015
	sur eau douce	»	»	0,0025
	sur terre humide	»	»	0,009
	sur terre sèche	»	»	0,028
1926 ² -[8]	sur mer	469-492	400	0,0015
	sur terre nue	»	»	0,02 à 0,03
	sur terrains couverts d'habitations	»	»	0,04 à 0,08
1926-[11]	autour de Daventry	360	130	0,006
	»	1.600	»	0,003
1927-[3]	de Doberlitz à Strelitz ...	585	90	0,0098
	»	405	»	0,0204
	»	190	»	0,0213
	de Doberlitz à Dresden ..	585	130	0,0114
	»	405	»	0,0102
	»	190	»	0,0083
	de Doberlitz à Bergedorf .	585	220	0,0069
»	405	»	0,0108	
	190	190	»	0,0087

Voici encore quelques valeurs observées à Berlin [9] sur les émissions d'un avion volant dans différentes directions autour de la ville : ces chiffres ont trait à des distances comprises entre 30 et 120 kilomètres.

λ (m)	200	300	450	650	950	1330	2000
α	0,0096	0,0100	0,0118	0,0099	0,076	0,0044	0,0027

Les nombres suivants sont relatifs à des mesures du même genre faites sur le parcours Berlin-Amsterdam et retour; les valeurs moyennes de α

1. Autour de Washington.
2. Autour de New-York.

sont données pour différentes portions du parcours dont les limites sont indiquées; l'onde était de 930 mètres.

Distances (km.)	40 à 120	120 à 220	220 à 320	320 à 420	420 à 580
x	0,0139	0,0008	0,0036	0,0073	0,0068

Il est impossible de tirer des conclusions générales de renseignements aussi disparates que ceux que nous venons de grouper dans les numéros 5 à 7; Nous avons cependant multiplié les valeurs numériques *pour insister sur l'incertitude qui règne dans la détermination à priori de la portée d'une émission et sur la circonspection avec laquelle on doit préparer le projet d'une station nouvelle*; ces valeurs numériques permettront cependant de se faire une idée des résultats à attendre et de déterminer approximativement les limites — d'ailleurs très écartées — de la portée.

8. — Diagrammes de MADRID et de LUCERNE. — Il résulte de ce qui précède que les formules ne donnent qu'une approximation très grossière du champ d'un émetteur; d'autres ont été proposées qui ne couvrent pas mieux la généralité des cas possibles. La formule d'AUSTIN sous sa forme actuelle fournit pour les ondes longues et les grandes distances des résultats d'autant plus suffisants que l'ère de construction des grandes stations à ondes longues paraît close. Pour les ondes moyennes il serait bien utile de connaître les valeurs numériques les plus vraisemblables. On s'est préoccupé de cette question pendant le Conférence Radio-télégraphique Internationale de MADRID en 1932 et une Commission a confronté tous les résultats expérimentaux obtenus jusqu'à ce jour dans les différents pays; elle en a déduit une série de graphiques que nous reproduisons sur les figures 5 et 6. Ils ont trait aux fréquences de 150, 300, 550 et 1.500 kc/s ($\lambda = 2.000, 1.000, 545$ et 200 m.) et donnent le champ efficace en millivolts par mètre pour une puissance rayonnée de 1 kw., pour des transmissions au-dessus de la terre ($\tau = 10^{-13}$) et au-dessus de la mer ($\sigma = 10^{-11}$).

Voici les commentaires qui accompagnent ces graphiques :

« Les valeurs moyenne et quasi-maxima du champ de nuit sont définies comme celles que la valeur instantanée dépasse respectivement pendant 50 % et 5 % du temps. On a indiqué les quasi-maxima plutôt que les maxima absolus parce que ceux-ci se présentent rarement et dépendent de la durée des observations.

« Il est essentiel de noter que les valeurs indiquées ne sont que des

« moyennes; les observations varient entre environ la moitié et le double
« des valeurs indiquées pour les fréquences inférieures et entre le tiers
« et le triple environ pour les fréquences supérieures. Ces écarts sont dus
« en pratique à des différences de conductivité du sol, à des accidents
« de terrain (collines, forêts, villes...), aux caractéristiques des antennes
« employées et aux conditions de l'ionosphère.

« Les courbes présentées sont basées sur les résultats expérimentaux
« provenant de sources nombreuses. Si l'on considère la nature des diverses
« observations faites et le caractère du phénomène, l'accord entre les divers
« résultats apparaît comme tout à fait satisfaisant. Les valeurs indiquées
« pour le champ de jour résultent des travaux de toutes sortes effectués
« sur ce sujet depuis un grand nombre d'années. En ce qui concerne le
« champ de nuit, le Comité a reporté sur un graphique toutes les données
« expérimentales dont il disposait, et la courbe donnée dans les figures
« est celle qui a paru représenter le mieux l'ensemble des observa-
« tions. »

Au mois de mai 1932, une autre Conférence Internationale s'est tenue à LUCERNE pour étudier les problèmes de radio-diffusion. La question de la propagation a été reprise et de nouveaux résultats correspondant à des distances plus grandes ont été groupés sur une courbe que nous donnons sur la figure 7. La publication de cette courbe a été accompagnée des commentaires suivants :

« 1^o Dans leur ensemble, les conclusions du Rapport de MADRID ont
« été confirmées par de nouvelles mesures, notamment en ce qui concerne
« les valeurs du champ de nuit. En ce qui concerne le champ de jour,
« il y a lieu de formuler les réserves suivantes :

« Les courbes portant l'indication « jour » doivent être regardées
« comme relatives au « rayonnement direct ». Elles sont applicables au
« milieu du jour, en été. Dans les autres saisons, surtout en hiver et aux
« grandes distances, les valeurs effectivement mesurées de jour peuvent
« être comprises entre les valeurs de « jour » et celles de « nuit », indiquant
« que les conditions idéales de jour ne sont pas réalisées et qu'il existe
« une onde « indirecte ».

« 2^o Pour les distances supérieures à 2.000 kilomètres, le nombre des
« mesures connues à MADRID n'était pas suffisant pour permettre de
« donner autre chose qu'un ordre de grandeur. Depuis cette époque, plu-
« sieurs séries de mesures ont été faites et mises à la disposition du Comité.
« Ces nouvelles données portent sur plusieurs centaines d'heures d'obser-
« vation, réparties au cours d'une année en des lieux différents; elles

« ont paru suffisantes pour permettre de prolonger les courbes du champ
« de nuit jusqu'à 5.000 kilomètres. La valeur de ce champ est en pre-

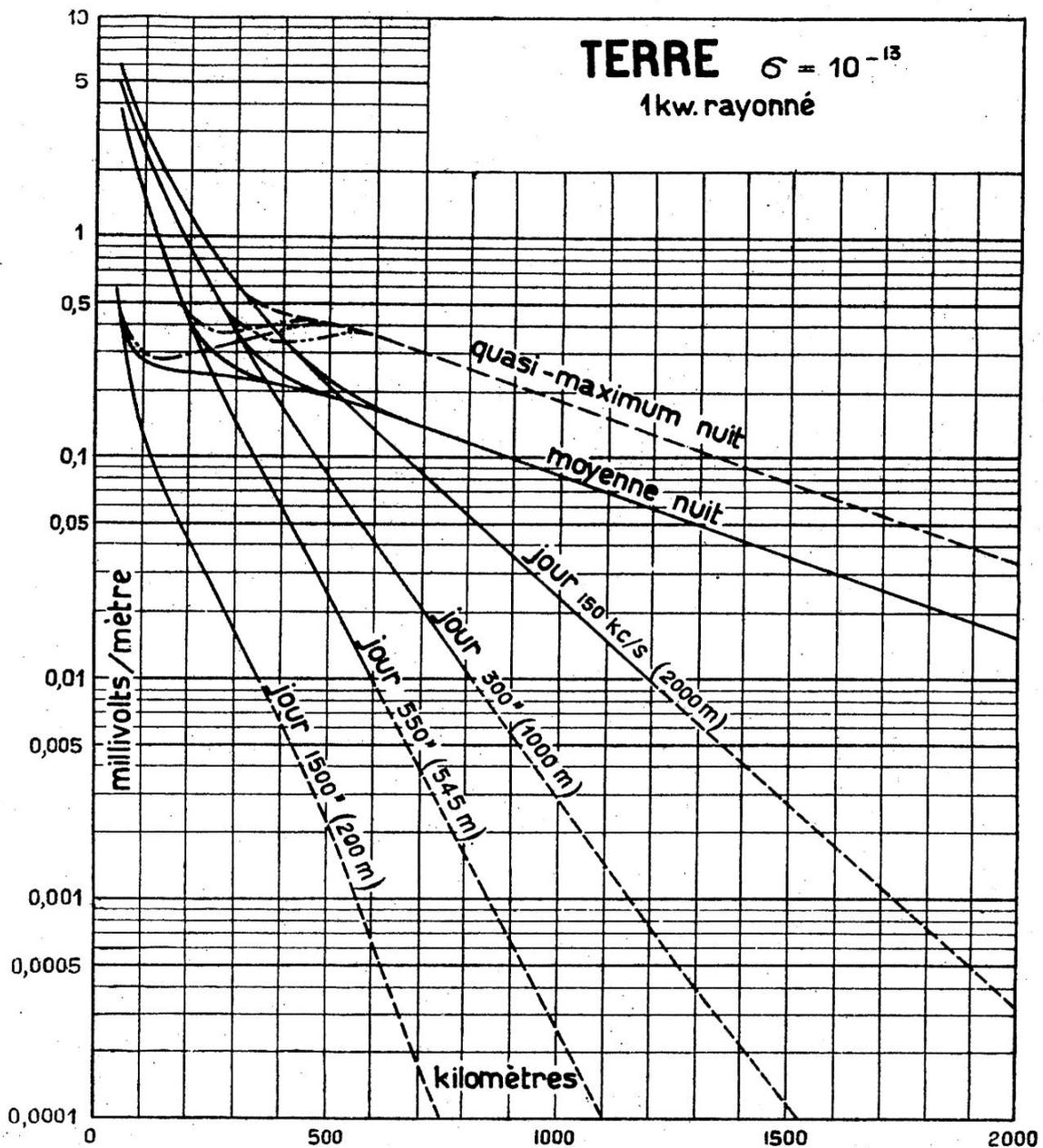


Fig. 5.

Les champs de jour ne tiennent compte que de l'onde de surface, ils peuvent être notablement modifiés par l'onde d'espace dans la partie pointillée des courbes, au-dessous de 0,01 millivolt par mètre.

« mière approximation, indépendante de la fréquence et de la nature
« du sol (terre ou mer).

« Il est essentiel de répéter que ces valeurs ne sont que des moyennes;

« les observations varient entre le tiers et le triple des valeurs indiquées.
 « Voici quelques-unes des causes de ces écarts :

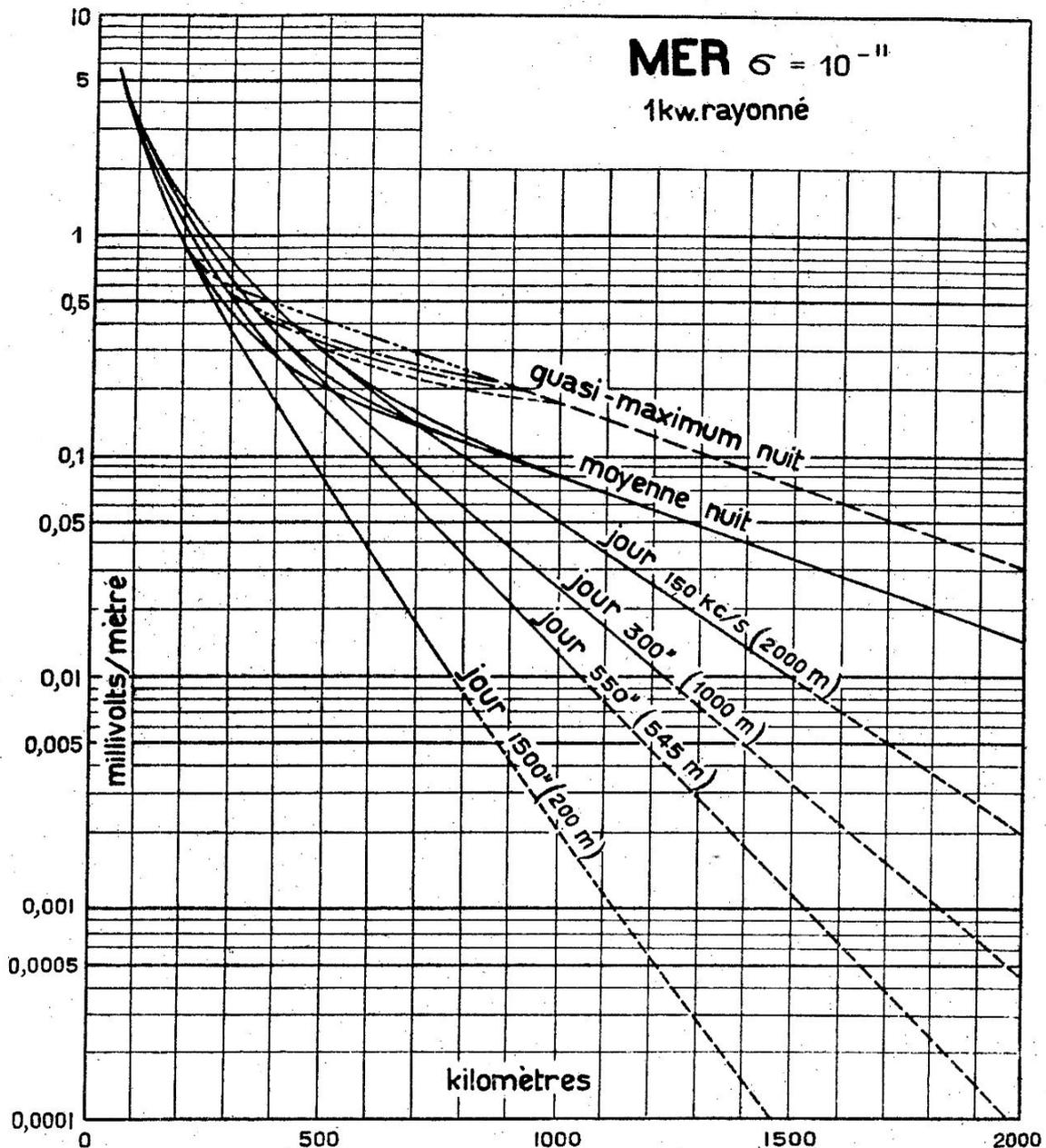


Fig. 6.

Les champs de jour ne tiennent compte que de l'onde de surface, ils peuvent être notablement modifiés par l'onde d'espace dans la partie pointillée des courbes, au-dessous de 0,01 millivolt par mètre.

« Caractéristiques des antennes d'émission et nature du terrain dans le voisinage immédiat de l'émetteur.

« Conditions existant dans l'ionosphère, en particulier influence de la

« latitude, de la position géographique de la ligne joignant les stations
 « notamment par rapport au pôle magnétique; époque de l'année, acti-
 « vité solaire.

« D'après certaines observations, il serait possible que la nature du

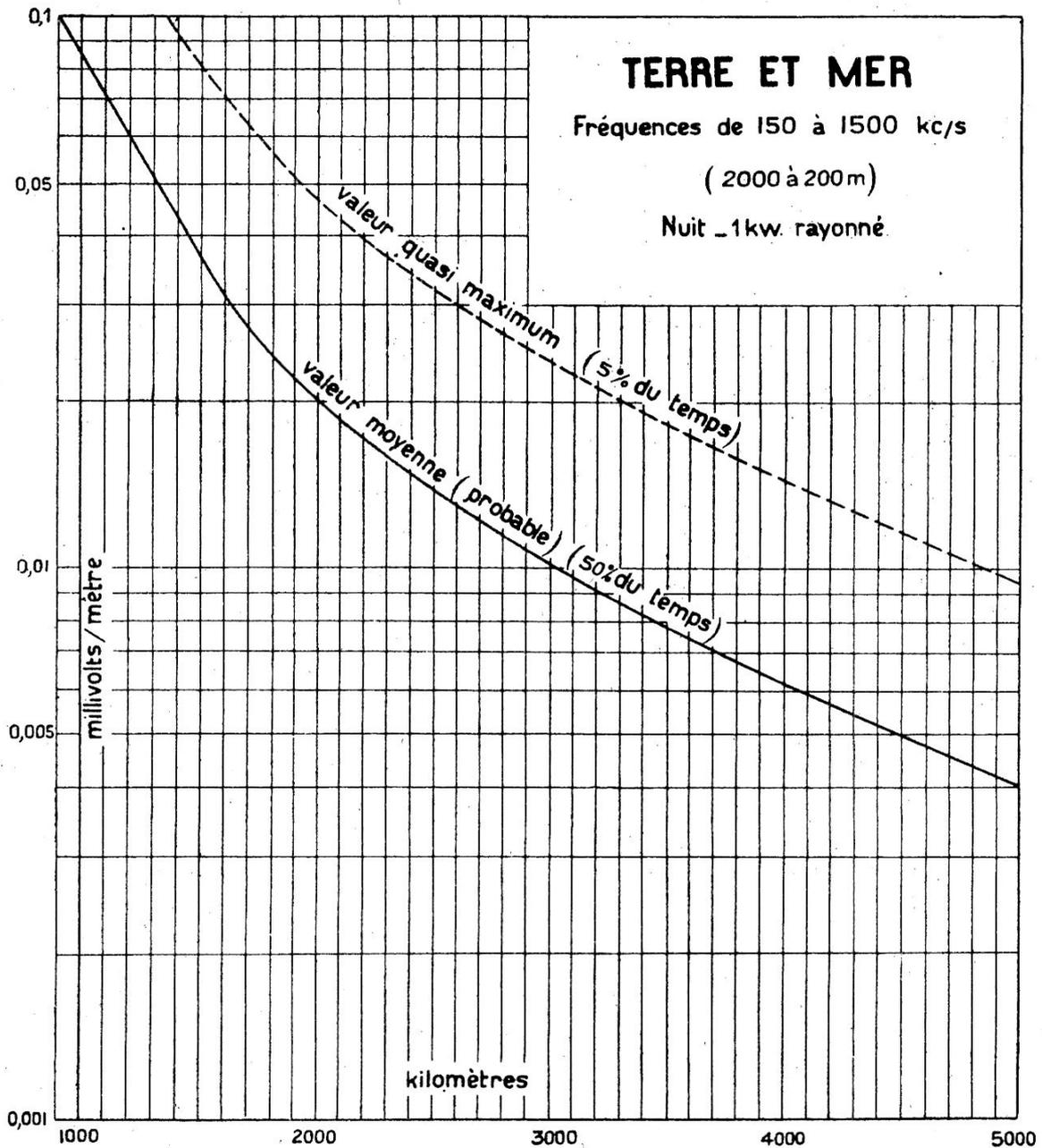


Fig. 7.

« sol et la fréquence des ondes aient une légère influence, le champ étant
 « plus fort sur mer que sur terre, et plus fort pour les fréquences faibles
 « que pour les fortes.

Enfin, en octobre 1934, le Comité Consultatif International des Com-

munications radioélectriques s'est réuni à Lisbonne et la même question y a été longuement discutée, les techniciens ne se trouvant pas en parfait accord sur la validité des diagrammes. On y a insisté sur la dispersion considérable des points dont ces courbes représentent les positions moyennes [6] et sur l'importance de cette dispersion du point de vue des applications; il a été également reconnu qu'il faudrait tenir compte des diverses conductivités de la terre et de nouveaux diagrammes ont été calculés pour des conductivités de 10^{-12} et 10^{-14} .

Le Comité est encore revenu sur les divergences qui peuvent exister entre les observations et les portions des diagrammes relatifs à des champs faibles, inférieurs à $0,01 \text{ mV/m}$, en raison des ondes d'espace.

Nous avons reproduit textuellement les considérants des commissions pour bien marquer le caractère des résultats publiés et l'impression d'incertitude qui en résulte; cette impression est encore accrue par les détails des discussions qui ont abouti à ces textes. Comme conclusion, on peut dire qu'en l'absence complète de résultats expérimentaux, c'est plutôt à ces diagrammes que l'on doit avoir recours; mais *il faut se garder de leur attribuer une valeur intrinsèque et de se laisser impressionner par leur caractère officiel, qu'il s'agisse de l'établissement d'une liaison nouvelle, ou, et surtout, de discussions sur l'organisation des divers services radioélectriques*. Ici, plus que partout ailleurs l'expérience est seule juge.

On peut d'ailleurs regretter que les commissions n'aient pas ajouté les diagrammes des quasi-minima dont la connaissance est indispensable à l'établissement de liaisons sûres.

9. — Propagation des ondes très courtes. — Nous avons vu que les ondes très courtes inférieures à dix mètres, ne pouvaient pas porter à grande distance parce qu'elles sont insuffisamment réfractées par l'ionosphère. Elles sont aussi très absorbées par le sol; en outre, les propriétés diélectriques de ce dernier jouent pour elles un rôle très important, et cette circonstance est de nature à diminuer considérablement l'intensité du champ au voisinage de la terre (n° 3). Pour ces deux raisons, les ondes de quelques mètres se propagent très mal le long du sol; la même puissance qui donne d'excellentes communications téléphoniques dans les conditions indiquées ci-dessous devient insuffisante pour une distance de quelques centaines de mètres au ras du sol.

Elles reprennent l'avantage quand leur émission et leur réception peuvent se faire en des points tels qu'elles cheminent loin de la terre;

c'est le cas en pays montagneux quand elles sont émises et reçues sur des sommets de montagnes.

Elles se propagent presque comme la lumière et contournent à peine les obstacles de telle sorte que la ligne joignant l'émetteur et le récepteur ne doit pas en rencontrer. Ces deux points doivent être « visibles » l'un de l'autre, cette expression s'appliquant au cas où le temps est assez clair pour ne pas absorber la lumière. Elles ne sont pas arrêtées par le brouillard comme les ondes lumineuses de telle sorte qu'elles peuvent avantageusement remplacer les projecteurs lumineux employés pour la transmission de signaux en pays montagneux. Comme elles ne subissent aucune absorption dans l'air, il suffit de puissances extrêmement faibles pour porter à de grandes distances; on peut facilement établir des petits postes portatifs alimentés par des piles qui, rayonnant une puissance de l'ordre d'une fraction de watt, donnent d'excellentes communications téléphoniques à des distances de 100 à 150 kilomètres. Les antennes, étant très petites, sont absolument insensibles aux parasites atmosphériques et les communications peuvent avoir lieu par de violents orages.

Enfin, la petite longueur des ondes permet d'installer des systèmes directifs peu encombrants qui concentrent l'énergie et augmentent le secret des communications; celui-ci provient d'ailleurs en grande partie de l'incapacité de ces ondes à dépasser notablement l'horizon.

On commence à utiliser les ondes très courtes pour certaines transmissions spéciales; c'est ainsi qu'un service public de communications téléphoniques fonctionne depuis quelques années sur 6 mètres environ entre la Corse et le continent [10] et qu'un autre service du même genre a été établi voici quelques mois à travers le Pas-de-Calais sur une onde de 17 centimètres [5].

La télévision, qui a besoin pour donner lieu à des reproductions convenables, d'une gamme de fréquence ^{de 10 Mc} d'un million de cycles/seconde environ, fait aussi appel aux ondes très courtes et il existe à New-York et à Berlin des stations d'essai travaillant sur des ondes voisines de six mètres.

BIBLIOGRAPHIE

1. BARFIELD (R. H.). — *Atténuation des ondes au-dessus de la terre.* — Journ. Inst. Elec. Engin., **66**, 1928, 204-219.
2. BARFIELD (R. H.) et MUNRO (G. H.). — *L'affaiblissement des ondes dans les villes.* — Proc. Wireless Section Inst. Elec. Eng., **4**, 1929, 26-43.

3. BAUMLER. — *Electr. Nachr. Techn.*, **5**, 1927, 473.
4. BOWN (R.) et GILLET (G. D.). — *Distribution des ondes au-dessus des villes.* — *Proc. Inst. Elec. Eng.*, **12**, 1923, 395-409.
5. CLAVIER (A.). — *La liaison à ondes de 17 centimètres entre Lympe et Saint-Inglevert.* — *Ond. Elec.*, **13**, 1934, 101-126.
6. DAVID (P.). — *Mesures de rayonnement.* — *Ond. El.*, **13**, 1934, 172-188.
7. ECKERSLEY (P. P.). — *Calcul des aires couvertes par les stations de radiodiffusion.* — *Proc. Inst. Elec. Eng.*, **18**, 1930, 1160, 1193.
8. ESPENCHIED (L.). — *Radiodiffusion au-dessus des villes* — *Bell System Technical Journal.* — **6**, 1926, 117.
9. FASSBENDER (H.), EISNER (F.) et KURLBAUM (G.). — *Coefficient d'atténuation de propagation.* — *Elek. Nachr. Techn.*, **7**, 1930, 257-277.
10. PICAULT (E.). — *La liaison radiotéléphonique par ondes très courtes entre le continent et la Corse.* *Rev. gén. Elect.*, **32**, 29 oct. 1932, 569-572.
11. RATCLIFF et BARNETT. — *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, **23**, 1926, 288.
12. SMITH ROSE (R. L.). — *Propriétés électriques du sol en haute fréquence.* — *Proc. Roy. Soc., A*, **140**, 1933, 359-378.
13. SMITH ROSE (R. L.) et BARFIELD (R. H.). — *Atténuation des ondes sous l'influence de la terre.* — *Journ. Inst. Elec. Eng.*, **64**, 1926, 766-771.
14. SOMMERFELD (A.). — *Propagation des ondes de télégraphie sans fil. Influence du sol.* — *Jahrbuch der Drathlosen Tel.*, 1910, 157. — *Annalen der Phys.*, **28**, 1909, 665.
15. VAN DER POL (B.). — *Sur la propagation des ondes électromagnétiques.* — *Zeitsch. f. Hochfr. und Elektroak.*, **37**, 1931, 152-156.
16. ZENNECK. — *Propagation d'ondes planes le long d'un plan conducteur.* — *Annalen der Phys.*, **23**, 1907, 846.

