

HAUT-PARLEURS
et
ENCEINTES
ACOUSTIQUES
...
THEORIE
et
PRATIQUE

Francis BROUCHIER

Table des matières

1	Un peu de Mathématiques pour commencer	7
1.1	La représentation mathématique des phénomènes physiques .	7
1.2	Les fonctions numériques	8
1.3	Les fonctions "test" du Physicien	9
1.4	Rappels sur les nombres complexes	10
1.5	La représentation complexe des fonctions sinusoïdales du temps	11
1.6	L'équation du second degré	12
1.7	L'inversion	14
2	Un peu de Physique pour continuer	15
2.1	Mécanique du point matériel	15
2.2	Mécanique des milieux matériels	17
2.3	Le gaz parfait	17
2.4	L'électrostatique	19
2.5	L'électrocinétique	20
2.6	La force électromagnétique	22
2.7	L'induction électromagnétique	22
2.8	Electrocinétique des courants sinusoïdaux	23
2.9	Filtre passif du premier ordre	24
2.10	Décibels et échelles logarithmiques	25
2.11	Filtre passif du second ordre	26
3	Description et modélisation du haut-parleur électrodynamique	31
3.1	Description	31
3.2	Modélisation linéaire du fonctionnement	32
3.3	Equations du mouvement de la membrane	33
3.4	Etude de l'impédance	34
3.5	Etude du déplacement de la membrane en fonction de la fréquence	37
4	Propagation du son et modèle de rayonnement	41
4.1	Propagation du son dans un fluide en faibles signaux	41
4.2	Modèle de la sphère pulsante	43

4.3	Approximation des basses fréquences	44
4.4	Modélisation du rayonnement d'une enceinte acoustique	45
5	Etude de l'enceinte close	49
5.1	Modélisation de l'enceinte close	49
5.2	Fonction de transfert du niveau acoustique	50
5.3	Impédance électrique du haut-parleur en enceinte close	52
6	Détermination des paramètres du haut-parleur par l'étude expérimentale de l'impédance	55
6.1	Matériel nécessaire à cette étude	55
6.2	Préparation du haut-parleur pour les mesures	58
6.3	Déroulement des mesures	60
6.4	Exploitation des résultats de mesure	61
6.5	Exemple de mesures sur un haut-parleur	62
6.6	Vérification du cercle de KENNELLY	64
7	Quelques applications.	67
7.1	Optimisation de l'efficacité intrinsèque.	67
7.2	Exemple d'application sur un haut-parleur de grave	68
7.3	Application à un haut-parleur d'aigu	70
7.4	Etude de l'élongation de l'équipage mobile	71
7.5	Etude de la non-linéarité de la suspension de la membrane	72
7.6	Influence de l'inductance propre de la bobine mobile	75
8	Filtres pour enceintes acoustiques	77
8.1	Introduction	77
8.2	Le circuit de BOUCHEROT	78
8.3	Filtre passe-bas pour haut-parleur de grave ou de médium	79
8.4	Enceinte close en série avec un condensateur de capacité C	80
8.5	Filtres pour enceinte et puissance dissipée	81
8.6	Fonction de transfert de deux filtres BUTTERWORTH d'ordre deux	83
8.7	Réalisation du filtre actif passe-bas BUTTERWORTH d'ordre deux.	85
8.8	Réalisation du filtre actif passe-haut de BUTTERWORTH d'ordre deux.	87
9	Enceinte bass-reflex	91
9.1	Modélisation de l'enceinte	91
9.2	Calcul en amplitude complexe	93
9.3	Calcul du flux d'accélération	95
9.4	Optimisation de la courbe de réponse	96

10 Impédance du bass-reflex	99
10.1 Calcul de l'impédance	99
10.2 Résonateur de HELMHOLTZ	100
10.3 Modèle plus élaboré	102
10.4 Mise au point de l'enceinte bass-reflex	103
10.5 Etude de l'amortissement de l'évent	104
10.6 Vérification expérimentale du modèle	105
11 Superwoofer à événement	109
11.1 Mise en équation	109
11.2 Rayonnement de l'évent	111
11.3 Impédance du superwoofer	113
11.4 Exemple de réalisation	114
12 Enceinte actif-passif	117
12.1 Description et modélisation	117
12.2 Rayonnement de l'enceinte	119
12.3 Tentative d'optimisation de la courbe de réponse	120
12.4 Calcul des élongations des membranes	122
12.5 Etude de l'impédance	124
12.6 Exemple d'application	125
12.7 Réalisation et mesures sur le passif plan	126
12.8 Comparaison de l'actif-passif et du bass-reflex	127
12.9 Paramètres de trois passifs disponibles sur le marché.	128
13 Superwoofer à passif	131
13.1 Principe de l'enceinte	131
13.2 Mise en équation du problème	132
13.3 Passage en amplitude complexe.	134
13.4 Calcul du flux d'accélération sortant de l'enceinte.	134
13.5 Etude du module de la fonction de transfert.	135
13.6 Calculs avec le 17CSA-DB et le P21	137
13.7 Calcul de l'impédance de l'enceinte.	139
14 Les enceintes à asservissement d'accélération	141
14.1 Principe de l'enceinte	141
14.2 Fonction de transfert du système	142
14.3 Correction de la résonance d'accélération du système asservi .	144
14.4 Stabilité de l'enceinte asservie	147
14.5 Le pont de VOIGT.	149
14.6 L'accéléromètre piézoélectrique.	150
14.7 Détermination du flux de vitesse	152

15 Les haut-parleurs de médium et d'aigu	155
15.1 Les limites du modèle aux basses fréquences.	155
15.2 Le tweeter à dôme	156
15.3 Les haut-parleurs piézoélectriques.	157
15.4 Mise en œuvre du tweeter piézoélectrique.	159
15.5 Théorie du tweeter électrostatique	161
15.5.1 Principe de fonctionnement	161
15.5.2 Mouvement autour de la position d'équilibre stable. . .	163
15.6 Théorie du haut-parleur électrostatique push-pull	165
15.6.1 Principe et calcul des forces.	165
15.6.2 Etude du mouvement de la membrane.	166
15.7 Les haut-parleurs à Plasma.	167
16 Conseils pour la réalisation d'une enceinte acoustique	169
16.1 Choix des haut-parleurs.	169
16.2 Construction de l'enceinte.	170
16.3 Le filtre séparateur.	172
16.4 Finition de l'enceinte.	173

Avertissement au lecteur

Ce livre n'est pas un roman au sujet du haut-parleur et demandera de la part du lecteur un effort pour assimiler les notions qui seront présentées. Vouloir exposer une théorie physique sans calculs est, certes, une tentative louable de vulgarisation mais elle ne peut dépasser le stade de la conversation de salon quant à sa mise en œuvre en pratique. L'auteur a l'ambition de fournir à l'amateur de reproduction sonore de qualité les moyens de mieux comprendre cette tâche et d'être à même de mettre au point une enceinte acoustique à partir de haut-parleurs donnés (enfin pas toujours, il faut quand même les payer).

Pour ne pas tomber dans le travers du manuel pour initiés, le niveau mathématique a été volontairement limité à celui des Terminales scientifiques ou techniques de l'enseignement français (baccalauréat). Cela devrait permettre à un grand nombre de lecteurs d'aborder avec profit la lecture de ce livre et de leur donner, par le biais d'un loisir agréable, le goût de l'Acoustique.

Écrit par un enseignant cet ouvrage a un but essentiellement pédagogique et l'auteur cherchera à faire partager la passion qui l'anime depuis des décennies pour la reproduction sonore en Haute Fidélité. Cela demandera au lecteur du courage mais il sera à la fin récompensé de ses efforts.

Après quelques rappels de Mathématiques et de Physique nécessaires pour bien fixer l'esprit et les notations, on abordera une description et une modélisation du haut-parleur électrodynamique dans le domaine des basses fréquences (en gros jusqu'à 200 Herz qui correspond à la zone où le modèle donne de bons résultats). Cela permettra de faire quelques calculs pour se mettre en train et d'arriver à la mesure des paramètres qui conditionnent la mise au point des enceintes acoustiques. Quelques notions sur la propagation des ondes acoustiques (un peu délicates il est vrai) nous permettront de dégager la grandeur importante pour étudier le rayonnement acoustique d'une enceinte. L'étude des différents types d'enceintes actuellement utilisés sera une bonne application des modélisations précédentes. Les calculs pourront, au début, rebuter certains, mais ils sont nécessaires à une bonne compréhension; il est possible de les aborder en seconde lecture seulement et à petite dose à chaque fois. En revanche il est fortement recommandé de faire les calculs à la main pour bien en saisir la signification. Comme dans tous les domaines des sciences l'informatique a apporté une puissance de calcul numérique, et on ne peut pas envisager actuellement une conception d'enceinte qui ne fasse pas appel à cet outil, on en donnera quelques exemples. Mais tout ce travail intellectuel a un but bien précis : réaliser un objet technique, et le marteau et la scie seront présents dans les dernières pages pour donner une touche plus manuelle à cet édifice. Petite remarque à l'intention des enseignants de Physique : les expériences décrites dans cet ouvrage peuvent être de bonnes bases pour des Travaux Pratiques depuis la

Seconde jusqu'aux Classes Préparatoires

Nous souhaitons au lecteur autant de plaisir à lire ce livre que l'auteur en a eu pour l'écrire et nous remercions la Société Française d'Acoustique dont l'aide nous a été précieuse pour nous inciter à le réaliser.

Chapitre 1

Un peu de Mathématiques pour commencer

1.1 La représentation mathématique des phénomènes physiques

Les grandeurs physiques font l'objet de mesures représentées par des nombres. L'établissement des lois de la Physique consiste à rechercher des relations entre les résultats de mesure de diverses grandeurs. Les Mathématiques interviennent tout naturellement dans ce processus et constituent le mode de représentation le plus adapté aux phénomènes physiques.

La notion de nombre est à la base de la notion de mesure d'une grandeur. Au début étaient les nombres entiers destinés à compter les objets d'une collection, puis sont venus les nombres fractionnaires, les nombres négatifs, l'ensemble constituant l'ensemble des nombres rationnels. Par la suite les nombres irrationnels sont venus s'intercaler entre les précédents (par exemple le rapport entre la diagonale du carré et son côté ne peut pas s'exprimer en terme d'une fraction), le tout constituant alors l'ensemble des "réels". Il s'agit là d'une simple dénomination mathématique et ces nombres ne sont ni plus ni moins réels au sens banal du terme que d'autres que nous verrons plus loin. L'ensemble de ces nombres constitue le domaine naturel de représentation des grandeurs scalaires mesurées par un seul nombre. Mais on a souvent besoin de suites ordonnées de nombres réels pour représenter d'autres grandeurs par exemple la position d'un point dans l'espace qui nécessite trois coordonnées soit un triplet, de façon générale on définit des n -uplets qui sont aussi appelés "nombres" et dont l'ensemble constitue un ensemble de nombres particuliers. Nous en verrons des exemples plus loin.

La Théorie des Ensembles offre un cadre rigoureux à l'expression mathématique et nous utiliserons son vocabulaire dans la suite de l'exposé sans pour cela vouloir atteindre des sommets de complexité. Les ensembles de nombres (au sens large) constituent la base de la théorie des fonctions numériques qui est

la première représentation simple des relations entre grandeurs physiques. Soit un ensemble de nombres (ensemble de départ) et un autre ensemble de nombres (ensemble d'arrivée) : on appelle fonction numérique une application qui à tout nombre de l'ensemble de départ fait correspondre un nombre de l'ensemble d'arrivée. Le mot application est pris au sens large, il s'agit d'un moyen permettant cette opération, le plus souvent on utilise un calcul mais cela peut être autre chose. Il ne nous appartient pas ici de refaire toute la théorie des fonctions numériques, nous nous contenterons d'en rappeler les résultats les plus utiles pour le physicien.

1.2 Les fonctions numériques

Les plus simples d'entre elles sont les fonctions d'une variable définies sur l'ensemble des réels (ou sur une partie de cet ensemble appelé ensemble de définition) et qui donnent comme résultat un réel. Elles seront largement suffisantes pour la majeure partie de cet ouvrage et méritent qu'on s'y arrête un peu. Nous ne rentrerons pas dans le détail des techniques mathématiques et nous nous contenterons de rafraîchir la mémoire du lecteur.

La notion de continuité est importante et les fonctions continues sont de bonnes fonctions pour le physicien qui en fait grand usage. En gros on peut dire qu'une fonction est continue quand une petite variation de la valeur de la variable provoque une petite variation de la valeur de la fonction et non pas un saut brusque d'une valeur à une autre.

L'opération essentielle que l'on peut faire sur les fonctions continues d'une variable (et sous certaines conditions bien sûr) est la dérivation qui précise le sens de variation de la fonction. Soit x la valeur de la variable et $f(x)$ la valeur correspondante de la fonction, on appelle dérivée de la fonction au point correspondant la limite (si elle existe) de $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ quand $h \rightarrow 0$ où h est un réel choisi aussi petit que l'on veut. Si la fonction de départ possède une dérivée en presque tous ses points on définit alors une fonction dérivée qui est l'application qui à tout nombre de l'ensemble de départ fait correspondre la valeur de la dérivée dans l'ensemble d'arrivée. L'ensemble des fonctions qui possèdent une dérivée est l'ensemble des fonctions dérivables. L'opération "dérivée" n'est qu'un cas particulier d'un type d'application très important. Soit un ensemble de fonctions (ensemble de départ) et un autre ensemble de fonctions (ensemble d'arrivée), on appelle opérateur toute application qui à une fonction de l'ensemble de départ fait correspondre une fonction de l'ensemble d'arrivée. La dérivation d'une fonction d'une variable est l'exemple le plus simple d'opérateur différentiel.

Le Physicien fait aussi un grand usage de fonctions de plusieurs variables, en particulier de trois variables pour représenter les phénomènes dans l'espace physique à trois dimensions. Ces fonctions peuvent être scalaires, c'est à dire donner un seul réel pour résultat à partir d'un triplet, ou vectorielles

et donner un triplet pour un triplet. On définit alors les dérivées partielles par rapport à une variable (les autres étant fixées) et même des opérateurs différentiels scalaires et vectoriels plus compliqués : gradient, divergence, rotationnel, etc. . .

Mais revenons à nos fonctions d'une variable : on peut leur faire subir d'autres misères et par exemple les "intégrer". Il existe deux types principaux d'intégrales : l'intégrale de RIEMANN que l'on étudie en Terminales et l'intégrale de LEBESGUE du niveau deuxième cycle des Universités, la seconde étant plus générale que la première (on s'en serait douté). Quelle que soit la définition adoptée l'intégrale d'une fonction sur un intervalle de variation de la variable donné fournit, sous certaines conditions, comme résultat un réel. Cette application d'un ensemble de fonctions sur un ensemble de nombres s'appelle une "fonctionnelle", cette notion est moins connue que celle de fonction numérique, elle a pourtant un grand intérêt dans la représentation des phénomènes physiques comme nous le verrons plus loin.

Dans un premier temps pour exprimer les "lois" de la Physique on attache à chaque grandeur une fonction qui la représente, et les relations entre les grandeurs sont les relations entre les fonctions et leurs dérivées. On voit tout de suite la limitation introduite par la théorie des fonctions : toutes les fonctions ne sont pas dérivables et il y a des cas où cela ne "marche" pas. Fort heureusement les mathématiciens ont plus d'un tour dans leur sac et ils ont offert aux physiciens il y a quelques décennies un nouvel outil plus performant mais aussi plus compliqué qui lève la plupart des difficultés de la théorie des fonctions : la théorie des distributions. Pour notre part nous éviterons d'y faire appel pour conserver à ce livre une simplicité qui, nous l'espérons, plaira au lecteur. Nous nous contenterons d'utiliser de bonnes fonctions bien dérivables et bien intégrables pour représenter les phénomènes physiques.

1.3 Les fonctions "test" du Physicien

Tout système physique reçoit une ou plusieurs grandeurs d'entrée et fournit une ou plusieurs grandeurs de sortie. Les relations entre ces grandeurs (ou plutôt de leur représentation par des fonctions) sont le plus souvent de nature différentielle et le problème est de déterminer les grandeurs de sortie connaissant les grandeurs d'entrée. La solution serait extrêmement compliquée s'il fallait prendre toutes les fonctions connues en entrée. On se limite à un petit nombre d'entre elles qu'on appelle "fonctions test". Le comportement du système soumis à ces fonctions permettra de prévoir le comportement du système dans le cas général.

Un système initialement au repos depuis un temps très grand peut voir brusquement varier ses grandeurs d'entrée à partir d'un temps choisi comme

origine des temps. L'étude de l'évolution des grandeurs de sortie en fonction du temps constitue l'étude transitoire du système, en choisissant comme fonctions d'entrée des fonctions simples du temps. Nous utiliserons peu cette étude ici car elle nécessite dans le cas général l'emploi des transformées de LAPLACE qui dépasserait le cadre de ce livre.

La méthode la plus simple d'étude des systèmes physiques linéaires est l'analyse harmonique. Définissons d'abord ce qu'est un système linéaire : on dit qu'un système est linéaire quand l'ensemble des relations différentielles qui le régit est lui-même linéaire (les fonctions et leurs dérivées n'interviennent que multipliées par des constantes, il n'y a pas de produits de fonctions ou de dérivées). Le lecteur curieux peut se demander pourquoi on choisit des systèmes linéaires, c'est uniquement parce que ce sont les seuls pour lesquels on sait faire des calculs simples. Nous verrons plus tard que le comportement du haut-parleur n'est qu'approximativement linéaire et que cela pose quelques problèmes.

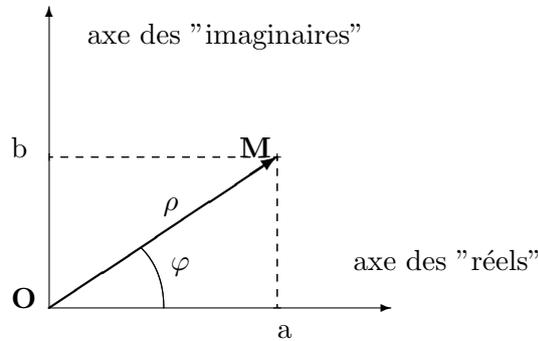
Prenons, pour simplifier l'exposé, le cas d'un système linéaire qui ne possède qu'une grandeur d'entrée et une grandeur de sortie. La relation entre les fonctions représentant ces grandeurs est une relation différentielle linéaire que nous n'écrirons pas pour l'instant. De façon très simplifiée on dit qu'un tel système est stable, si lorsque la grandeur d'entrée est nulle depuis longtemps, la grandeur de sortie l'est aussi. Ce problème de stabilité ne se pose d'ailleurs pas pour le haut-parleur. Si nous choisissons en entrée une fonction sinusoïdale du temps de pulsation ω depuis un temps très grand on démontre que l'on a en sortie une fonction sinusoïdale du temps de même pulsation. Pour déterminer cette solution on peut écrire les diverses dérivées et identifier terme à terme. La méthode est très lourde et on a trouvé mieux pour simplifier les calculs. C'est la méthode des amplitudes complexes qui fait l'objet de la section suivante et que nous demandons au lecteur de bien assimiler car sur elle reposeront tous les calculs importants de ce livre.

1.4 Rappels sur les nombres complexes

Elle est basée, bien évidemment, sur la notion de nombre complexe. Disons tout de suite que si le nom peut faire peur il n'y a rien de compliqué dans cette notion. La dénomination a été choisie pour des raisons historiques et conservée depuis, mais on pourrait tout simplement les appeler des "doubles", ce que les mathématiciens ne font pas pour conserver un peu de leur pouvoir. Un nombre complexe est donc un ensemble de deux réels a et b pris dans cet ordre (a, b) : a est appelé la partie réelle du nombre et b la partie imaginaire. Ces noms ne sont que des moyens de les distinguer et il ne faut pas leur accorder le sens que le langage normal leur attribue. Cet ensemble de deux nombres peut être représenté, dans le plan euclidien orthonormé d'origine O , par un point M d'abscisse a et d'ordonnée b . Le vecteur \vec{OM}

1.5. LA REPRÉSENTATION COMPLEXE DES FONCTIONS SINUSOÏDALES DU TEMPS 15

est alors caractérisé par sa norme $\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$ et par son argument φ (angle que fait le vecteur avec l'axe des réels).



Il est utile de faire des calculs sur les nombres complexes avec des règles analogues à celles des nombres réels. Pour cela on introduit le nombre complexe j tel que $j^2 = -1$. Nous employons ici la lettre "j" plutôt que la lettre "i" des mathématiciens car en électricité cette dernière représente l'intensité du courant électrique. Ce nombre j est alors représenté dans le plan que nous appellerons désormais plan complexe par le point $(0, 1)$, l'axe des ordonnées prenant alors le nom d'axe des imaginaires.

Le nombre complexe (a, b) sera alors représenté par l'expression $a + jb$ et l'on pourra faire tous les calculs habituels (somme, produit) sur cet expression en remplaçant chaque fois qu'on le rencontre j^2 par -1 et en regroupant les termes réels et imaginaires. On peut utiliser une autre représentation basée sur le vecteur \overline{OM} , en effet $a = \rho \cos \varphi$ et $b = \rho \sin \varphi$, soit $a + jb = \rho(\cos \varphi + j \sin \varphi)$. En développant en série $\cos \varphi$ et $\sin \varphi$ on constate que le terme $\cos \varphi + j \sin \varphi$ est la développement en série de $e^{j\varphi}$, de sorte que $a + jb$ peut s'écrire $\rho e^{j\varphi}$. Cela simplifie en particulier les calculs sur les produits : le produit de deux nombres complexes a pour module le produit des modules et pour argument la somme des arguments.

1.5 La représentation complexe des fonctions sinusoïdales du temps

Une fonction sinusoïdale du temps peut s'écrire $x = X_{max} \cos(\omega t + \varphi)$ où ω est la pulsation en général connue qui constitue une information commune à toutes les fonctions sinusoïdales de même pulsation. Les nombres qui caractérisent la fonction $x(t)$ sont en fait l'amplitude maximale X_{max} et le déphasage φ de la fonction par rapport à $\cos \omega t$, ce sont les mêmes éléments qui définissent un nombre complexe. On est donc fortement tenté de représenter une fonction sinusoïdale du temps de pulsation ω par un nombre complexe de module X_{max} et d'argument φ . Il nous faut malgré tout prendre un petit nombre de précautions mathématiques. L'ensemble

de départ est l'ensemble des fonctions sinusoidales du temps de pulsation ω , l'ensemble d'arrivée est l'ensemble des nombres complexes. Nous serons donc amené à définir une fonctionnelle, comme les équations différentielles que nous auront à traiter seront linéaires, autant choisir une fonctionnelle linéaire quitte à limiter son domaine d'application : toute opération linéaire dans le domaine des dérivées se transformera en une même opération linéaire dans le plan complexe. En revanche on ne pourra pas représenter le produit de deux fonctions sinusoidales.

Comment passer de $X_{max} \cos(\omega t + \varphi)$ à $X_{max} e^{j\varphi}$? Le plus simple est de considérer que la fonction sinusoidale est la partie réelle de $e^{j(\omega t + \varphi)}$. On obtient le résultat désiré en supprimant le terme en $e^{j\omega t}$. Ainsi on obtient la dérivation en multipliant par $j\omega$ le terme en exponentielle, ce qui nous donne la règle dans le plan complexe.

Il se pose alors le délicat problème de la notation des amplitudes complexes. Le moyen le plus simple est de faire correspondre une lettre majuscule pour l'amplitude complexe à la lettre minuscule représentant la fonction. Mais de nombreux enseignants ont des scrupules car il existe une norme NF qui réserve V et I pour les valeurs efficaces des tensions et intensités d'un appareil électrique ; ils proposent donc soit la notation \bar{V} soit la notation \underline{V} ce qui complique les calculs. Pour notre part nous n'aurons pas de ces pudeurs de jeune fille et nous utiliserons la notation majuscule simple pour l'amplitude complexe. De toutes les façons comme nous ne vendons pas d'appareil électrique nous ne tombons pas sous le coup de la loi. Par ailleurs l'amplitude maximale d'une fonction sinusoidale sera désignée par X_{max} et sa valeur efficace par $X_{eff} = X_{max}/\sqrt{2}$ ce qui est somme toute plus clair.

En résumé on peut dresser le tableau suivant avec dans la colonne de gauche le domaine des fonctions sinusoidales du temps et dans la colonne de droite les amplitudes complexes.

DOMAINE DU TEMPS	DOMAINE COMPLEXE
$x = X_{max} \cos(\omega t + \varphi)$	$X = X_{max} e^{j\varphi}$
$x = A_1.x_1 + A_2.x_2 + \dots$	$X = A_1.X_1 + A_2.X_2 + \dots$
dx/dt	$j\omega X$
d^2x/dt^2	$(j\omega)^2.X$
\dots	\dots

1.6 L'équation du second degré

Le haut-parleur électrodynamique est un système régi, en première approximation par une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. On ne s'étonnera donc pas de trouver dans les calculs des équations du second degré à résoudre. Un petit rappel sur la question nous semble donc nécessaire. Une telle équation peut se mettre sous la forme

$$a.x^2 + b.x + c = 0$$

On essaie de mettre le premier membre sous la forme d'un produit de facteurs

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

On remarque que $x^2 + \frac{b}{a}x$ est le début du développement du carré de $x + \frac{b}{2a}$ qui rajoute le terme $\frac{b^2}{4a^2}$ que nous devons retrancher pour rétablir l'équilibre. Le premier membre devient alors

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

Supposons que l'équation est bien du second degré ($a \neq 0$) et posons $\Delta = b^2 - 4ac$, si ce terme est positif ou nul nous obtenons entre les crochets une différence de deux carrés qui nous permet de factoriser et d'obtenir

$$\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

Ainsi les racines de l'équation pourront s'écrire :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Il est facile de voir que la somme des racines vaut $-\frac{b}{a}$ et que leur produit vaut $\frac{c}{a}$. En particulier si le produit des racines est négatif le discriminant Δ est positif et il y a deux racines réelles de signe contraire à l'équation.

On est souvent amené à chercher deux nombres connaissant leur somme S et leur produit P . Ces deux nombres sont solutions de l'équation de second degré :

$$X^2 - S.X + P = 0$$

Cette équation n'a de solutions que tout autant que $S^2 - 4.P \geq 0$ ou encore $S^2 \geq 4P$. Ce qui nous permet d'énoncer deux théorèmes fondamentaux en physique :

La somme de deux nombres, dont le produit est constant, est minimale lorsque les deux nombres sont égaux (discriminant de l'équation nul).

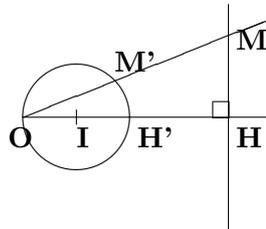
Le produit de deux nombres, dont la somme est constante, est maximal lorsque les deux nombres sont égaux.

Dans 95% des cas ces théorèmes permettent de résoudre des recherches de maximum ou de minimum sans avoir à calculer des dérivées. Nous aurons l'occasion de les utiliser par la suite.

On peut noter que l'équation "bicarrée" $a.x^4 + b.x^2 + c = 0$ est un cas particulier de l'équation du second degré. Il suffit de poser $X = x^2$ et de ne conserver que les solutions positives de l'équation $a.X^2 + b.X + c = 0$ quand il y en a.

1.7 L'inversion

L'inversion est une transformation géométrique un peu passée de mode, sans doute parce qu'elle n'est pas linéaire et qu'elle est donc délicate à traiter. Nous nous limiterons ici au seul cas dont nous aurons besoin par la suite ce qui simplifiera les choses. Nous nous plaçons d'abord dans le plan et pour repérer la position d'un point nous supposons qu'il s'agit du plan complexe et qu'un point y est représenté par un nombre complexe z qu'on appelle son affixe. Soit donc un point M d'affixe z et un point M' d'affixe z' : on dit que le point M' est l'inverse du point M dans l'inversion de pôle O et de rapport k si on peut écrire $z.z' = k$ (on remarquera que k a les dimensions du carré d'une longueur). Nous nous intéresserons au seul cas de l'inverse d'une droite d'équation dans le plan complexe $z = a + jy$ où a est une constante, cette droite est donc parallèle à l'axe des "imaginaires". Soit $z' = x' + jy'$ l'affixe du point M' , on peut écrire $(a + jy)(x' + jy') = k$, soit en séparant les parties réelle et imaginaire $ax' - yy' = k$ et $yx' + ay' = 0$. De la seconde relation on tire $y = -ay'/x'$ que l'on reporte dans la première $ax' + ay'^2/x' = k$ soit si $x' \neq 0$ $a(x'^2 + y'^2) = kx'$. Ce qui donne finalement $(x'^2 + y'^2) - kx'/a = 0$. On reconnaît là l'équation d'un cercle centré sur l'axe des "x", passant par l'origine et de rayon $k/2a$. D'où le résultat important : l'inverse d'une droite ne passant par le pôle d'inversion est un cercle du plan du pôle et de la droite, passant par le pôle d'inversion et dont le centre est sur la perpendiculaire abaissée du pôle sur la droite. Le dessin montre un exemple de figure possible avec $k > 0$.

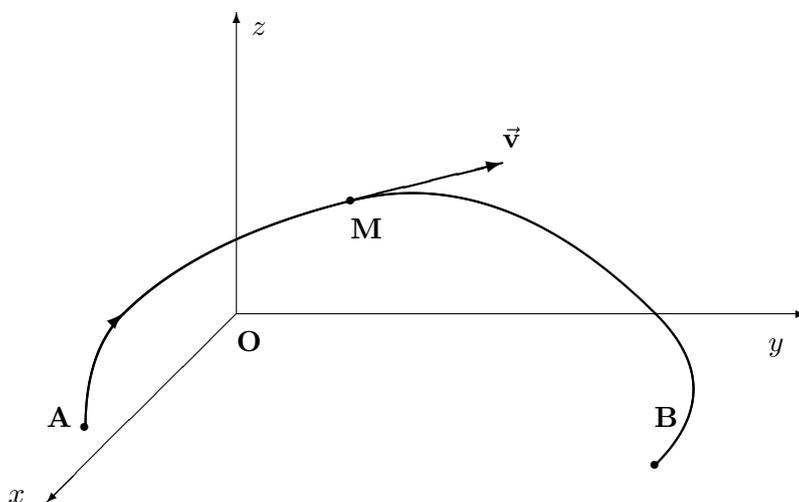


Chapitre 2

Un peu de Physique pour continuer

2.1 Mécanique du point matériel

La mécanique est l'étude des mouvements des corps soumis à des actions. L'étude du mouvement seul constitue la cinématique, et la relation entre les actions et le mouvement est la dynamique. Le premier corps idéal que l'on étudie est le point matériel qui a les dimensions, nulles, d'un point mathématique et une masse m . Pour étudier le mouvement de ce point il faut se placer dans un repère d'espace de façon à en définir les coordonnées. Ici nous supposons que l'espace physique a trois dimensions et a les propriétés d'un espace euclidien (linéarité entre autre). Pour simplifier encore les choses nous le munirons d'un repère orthonormé Ox, Oy, Oz ce qui sera largement suffisant pour la suite, à une exception près. Nous attacherons à ce repère un système d'horloges nous permettant de définir la valeur de la variable temps t en tout point. Nous ne nous étendrons pas sur la réalisation pratique d'un tel dispositif.



La trajectoire du point est l'ensemble des positions successives du point. Nous supposons que la courbe ainsi engendrée est bien continue et dérivable et possède en tout point une tangente bien définie (dans un problème de physique il n'y a aucune raison qu'il n'en soit pas ainsi, en mathématiques on peut toujours compliquer les choses). La vitesse du point M est la dérivée par rapport au temps du vecteur \vec{OM} dont les composantes sur les trois axes sont $(dx/dt, dy/dt, dz/dt)$. On définit de la même façon le vecteur accélération qui est la dérivée du vecteur vitesse $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ par rapport au temps.

Après avoir rappelé la cinématique du point il faut s'attaquer maintenant à la dynamique. Il y a deux méthodes : la méthode de LAGRANGE très générale mais plutôt difficile pour un débutant, et la méthode faisant appel à la notion de force. C'est, bien évidemment, cette dernière que nous choisirons. On appelle force toute cause capable de modifier le mouvement d'un point matériel. Ce point est caractérisé par une grandeur qui lui est attachée et qu'on appelle sa masse " m ". Cette masse est une constante. Si on peut calculer la force agissant sur le point (et nous l'aurons le plus souvent), il y a une relation simple entre la force désignée par le vecteur \vec{f} et l'accélération \vec{a} . C'est la relation fondamentale de la dynamique bien connue : $\vec{f} = m \cdot \vec{a}$. Nous en donnons ici la forme la plus simple puisque c'est la seule dont nous aurons besoin par la suite.

Le mouvement d'un point peut se faire de façon très générale, comme nous venons de le voir, dans l'espace à trois dimensions, mais de nombreux problèmes physiques permettent des simplifications en se limitant soit à un plan (problème à deux dimensions) soit même à une droite (problème à une dimension). La majeure partie de ce livre sera consacrée à des mouvements sur une droite, ce qui limitera les difficultés de calcul.

2.2 Mécanique des milieux matériels

Les milieux matériels sont de nature très diverses. Tout d'abord le solide parfait qui est un ensemble de points matériels dont les distances relatives restent constantes dans le mouvement, c'est évidemment un modèle limite bien commode malgré tout. Puis le solide réel qui peut se déformer légèrement, assez souvent de façon élastique, c'est à dire qu'il revient à son état antérieur quand on cesse d'appliquer les forces. Puis les milieux continus que l'on peut désigner par fluide car ils n'ont pas de forme propre et prennent celle du récipient qui les contient. Ces derniers sont assez délicats à étudier et nous n'aurons besoin que du seul modèle du gaz parfait que nous introduirons surtout pour son comportement thermodynamique.

En fait le seul modèle dont nous aurons vraiment besoin est celui du solide parfait en mouvement de translation le long d'une droite. Tous ses points ont la même vitesse et la même accélération et on démontre que le mouvement de ses points est le même que celui d'un point unique où serait concentrée toute la masse est qu'on appelle le centre de masse ou d'inertie G . En ce point on applique la relation fondamentale de la dynamique du point matériel en supposant que toutes les forces réellement appliquées au solide sont appliquées en G . En désignant par \vec{a} l'accélération de G , et d'ailleurs de tous les points du solide, par M la masse totale du solide (supposée toujours constante) et par \vec{f}_i l'une des forces appliquées au solide on peut écrire

$$\Sigma \vec{f}_i = M \cdot \vec{a}$$

2.3 Le gaz parfait

Le gaz parfait est tout d'abord un gaz (on s'en serait douté), c'est à dire un milieu fluide qui tend à occuper tout le volume du récipient qui le contient. Ce gaz a des propriétés particulières qui simplifient son étude. Nous supposons tout d'abord qu'il est au repos dans le référentiel d'étude (le plus souvent lié à la Terre). Pour simplifier encore plus nous supposons que le volume du récipient est assez faible pour que toutes ses propriétés soient les mêmes en tous ses points (en particulier influence de la pesanteur négligeable). Le gaz est alors défini par son volume V , sa pression P et sa température thermodynamique T . Le volume est, bien sûr, celui du récipient; la pression est le rapport de la force perpendiculaire à la paroi exercée par le gaz (il n'y a pas de force tangente) à la surface sur laquelle elle s'exerce : $P = F_N / \Sigma$ en désignant par F_N la force normale et par Σ la valeur de la surface; la température thermodynamique pourra être définie en imposant une relation d'état entre P, V et T pour le gaz parfait. C'est la fameuse loi des gaz parfaits : $P \cdot V / T = \text{constante}$. La constante est d'ailleurs égale au produit du nombre de moles n du gaz (lié à la quantité de matière)

22 CHAPITRE 2. UN PEU DE PHYSIQUE POUR CONTINUER

par la constante R des gaz parfaits ($R = 8.32$), de sorte que l'on peut aussi écrire $P.V = n.R.T$.

Lorsque la température est constante et que l'on fait varier la pression et le volume on dit que le gaz subit une transformation isotherme. Dans ce cas le gaz échange du travail W et de la chaleur Q avec le milieu extérieur. Le travail est le travail des forces de pression sur les parois du récipient, et la chaleur est la chaleur échangée à travers les parois. On démontre que $W + Q = 0$.

Une autre transformation importante du gaz parfait est la transformation adiabatique qui n'échange pas de chaleur avec l'extérieur, mais la température peut alors varier. Si on suppose que la transformation est assez lente pour que, à chaque instant, le gaz reste en équilibre thermodynamique (et ce sera le cas pour nous), on peut écrire une simple relation entre P , V et une constante liée au gaz γ : c'est l'équation de l'adiabatique réversible du gaz parfait $P.V^\gamma = \text{constante}$. La valeur de γ est égale au rapport entre la chaleur molaire à pression constante et la chaleur molaire à volume constant du gaz et dépend du nombre d'atomes contenus dans la molécule du gaz. Si vous n'avez pas tout compris, ce n'est pas grave, il vous suffira de retenir que, pour l'air, gaz diatomique, $\gamma = 1,4$.

Dans l'étude des enceintes acoustiques on fait subir à l'air contenu dans un récipient une transformation adiabatique provoquant de petites variations de pression et de volume autour d'une valeur moyenne. Soient P_0 et V_0 ces valeurs moyennes et ΔP et ΔV les petites variations, on peut alors écrire : $(P_0 + \Delta P)(V_0 + \Delta V)^\gamma = P_0.V_0^\gamma$. En divisant des deux côtés par le second membre il vient $(1 + \Delta P/P_0)(1 + \Delta V/V_0)^\gamma = 1$. $\Delta P/P_0$ et $\Delta V/V_0$ sont très petits devant l'unité on peut donc utiliser des formules d'approximation : $(1 + \varepsilon)^\gamma \approx 1 + \gamma\varepsilon$ et $(1 + \varepsilon)(1 + \varepsilon') \approx 1 + \varepsilon + \varepsilon'$. Ce qui donne après simplification par le terme 1 $\Delta P/P_0 + \gamma.\Delta V/V_0 = 0$

Ce résultat nous servira à deux choses : à calculer la force exercée sur une portion de paroi de surface Σ et à définir le coefficient de compressibilité adiabatique du gaz.

Supposons, qu'au repos, des deux cotés de la paroi la pression soit P_0 et que l'on provoque une petite variation de volume ΔV du récipient, à l'intérieur apparaît une surpression ΔP et donc une force pressante dirigée vers l'extérieur du récipient $F_P = \Sigma.\Delta P$. Si la variation de volume est provoquée par un léger déplacement x de la portion de paroi de surface Σ vers l'extérieur $\Delta V = \Sigma x$. De la relation de l'adiabatique précédente on tire $\Delta P = -\gamma P_0 \Delta V/V_0$. En remplaçant par les diverses valeurs trouvées on en vient à $F_P = -\gamma P_0 \Sigma^2 .x/V_0$. Σ, γ, P_0, V_0 sont des constantes du problème, on peut donc poser $k' = \gamma P_0 \Sigma^2/V_0$ d'où $F_P = -k'.x$. On obtient ainsi une force proportionnelle à l'élongation x , analogue à la force exercée par un ressort que l'on allonge de x sur un point matériel $F = -k.x$. C'est le principe de la suspension pneumatique d'un haut-parleur en enceinte close.

Par ailleurs on définit un coefficient de compressibilité du gaz, lors de

petites variations de pression et de volume par la relation $\chi = -\Delta V/V_0 \Delta P$. Dans le cas de la transformation adiabatique nous avons $\Delta V/V_0 \Delta P = -1/\gamma P_0$ soit $\chi = 1/\gamma P_0$. Nous aurons besoin de ce résultat pour calculer la célérité de propagation du son dans un gaz et, en particulier, dans l'air.

2.4 L'électrostatique

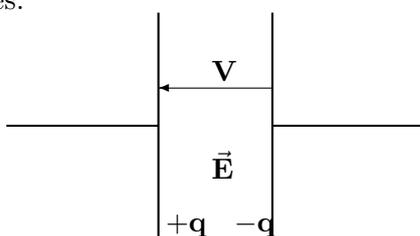
Les forces électrostatiques sont nettement plus faibles que les forces électromagnétiques, mais les haut-parleurs électrostatiques existent malgré tout avec une diffusion très confidentielle. Il nous faut donc traiter, rapidement cette partie qui nous amènera tout naturellement à l'électrocinétique. La matière est constituée d'atomes, eux mêmes formés d'un noyau contenant des protons et des neutrons autour duquel se trouvent des électrons. Les protons portent une charge positive $+e$ et les électrons une charge négative $-e$. Les électrons sont beaucoup plus mobiles que les noyaux. Si, en un point de la matière, il y a un déficit d'électrons, il y apparaît une charge macroscopique $+q$, s'il y a un excès d'électrons il apparaît une charge $-q$. Les matériaux électriques se divisent en deux grands groupes : les isolants et les conducteurs. Dans les isolants les électrons sont bien liés aux noyaux et ne peuvent pas se déplacer très loin de ceux-ci, dans les conducteurs certains électrons sont très mobiles et peuvent se déplacer librement.

Nous raisonnerons désormais à l'échelle macroscopique. Un point matériel portera la charge $+q$, en présence d'autres charges il sera soumis à une force électrique proportionnelle à sa charge et à une quantité qui représentera l'influence des autres charges de l'espace, cette quantité sera appelée le champ électrique \vec{E} et on posera $\vec{f}_E = q \cdot \vec{E}$. ce champ pourra, sous certaines conditions, dépendre d'une fonction potentiel V dont nous nous contentons de signaler l'existence.

Dans un ensemble de conducteurs en équilibre électrostatique, par définition, les charges ne se déplacent plus, donc le champ électrique est nul à l'intérieur, sans quoi des charges se déplaceraient. Le potentiel est constant sur chaque conducteur dont la surface constitue une équipotentielle du champ électrique extérieur aux conducteurs. Le champ à l'extérieur est normal à la surface des conducteurs. Par ailleurs les charges sont localisées sur la surface des conducteurs et on peut définir une densité surfacique de charges $\sigma = dq/d\Sigma$ où dq est la charge élémentaire portée par l'élément de surface $d\Sigma$. On peut dire, pour simplifier, qu'il y a le vide entre les conducteurs, dans le calcul du champ électrique apparaît la constante diélectrique du vide ϵ_0 . Le champ au voisinage de la surface a alors pour valeur σ/ϵ_0 . Il est créé pour moitié par les charges voisines et pour l'autre moitié par toutes les autres charges de l'espace, de sorte que les charges voisines sont soumises à un champ égal à $\sigma/2\epsilon_0$. Les charges dq portées par l'élément de surface $d\Sigma$ sont soumises à une force $dF_E = \sigma^2 \cdot d\Sigma/2\epsilon_0$, normale à la surface et dirigée vers l'extérieur,

cette force est analogue à une force de pression et le terme $\sigma^2/2\epsilon_0$ est appelé pression électrostatique. C'est cette force qui est mise en jeu dans les haut-parleurs électrostatiques.

Considérons, maintenant, le cas simple du condensateur plan. C'est un ensemble de deux conducteurs plans de même surface Σ , parallèles et séparés par une épaisseur e petite devant $\sqrt{\Sigma}$. Pour schématiser nous supposons que le vide règne entre les conducteurs, appelés armatures du condensateur. Le champ électrique y est alors uniforme et des densités surfaciques de charges opposées apparaissent sur les armatures. Celles-ci portent donc des charges totales opposées $+q$ et $-q$ et il existe une différence de potentiel V entre les armatures.



On démontre qu'il existe entre la charge q et la différence de potentiel V la relation $q = C.V$ où C est la capacité du condensateur telle que $C = \epsilon_0\Sigma/e$. Le vide entre les armatures est un isolant parfait mais les fils de connexion à celles-ci peuvent amener ou enlever des charges sur les armatures produisant un courant électrique dans ces fils. Par convention nous désignerons par $i = C.dV/dt$ ce courant. On voit donc qu'en régime variable dans le temps un condensateur peut donner l'impression d'être traversé par un courant, par abus de langage on dit souvent que le condensateur est traversé par ce courant de charge de ses armatures.

Pour calculer la force s'exerçant entre les armatures, fixons la tension V (les générateurs de tension sont les plus faciles à fabriquer). Avec $q = C.V$ et $\sigma = q/\Sigma$, en tenant compte de la valeur de C il vient $\sigma = \epsilon_0.V/e$. La pression électrostatique prend pour valeur $\epsilon_0.V^2/2e^2$ et la force devient $F_E = \epsilon_0\Sigma V^2/2e^2$. On constate que la force est proportionnelle au carré de la tension appliquée et que l'on aura donc un problème de linéarité à résoudre, mais nous verrons cela en son temps.

2.5 L'électrocinétique

Nous nous limiterons au seul cas des courants lentement variables dans le temps, ce qui est largement suffisant pour notre objet d'étude. Ce cas contient, bien évidemment, le cas des courants continus et constants. Envisageons un circuit électrique constitué de fils conducteurs reliant des éléments de circuit, on dit que l'on se trouve dans l'hypothèse des états quasi stationnaires, si, en tout point d'un même fil, l'intensité du courant est la même à un instant donné. Cela exclut, en particulier le cas de la propagation d'ondes

électriques le long d'une ligne, mais nous n'en aurons pas besoin.

L'élément de circuit le plus simple est le conducteur ohmique caractérisé par sa résistance R . Si on désigne par v la tension (ou différence de potentiel) à ses bornes et par i l'intensité du courant qui le traverse, on peut écrire la fameuse loi d'OHM : $v = R.i$. En principe la valeur de R est une constante, en fait si on fait des mesures fines on constate que R varie avec la tension appliquée, car la puissance $p = v.i = R.i^2$ dissipée par l'élément varie, ce qui entraîne une variation de la température et la résistance dépend de la température. En pratique, dans les modèles utilisés, on supposera que R est une constante tout en étant prudent sur les limites du modèle.

L'autre élément de circuit important est la bobine, constituée d'un enroulement de fil isolé et dans laquelle se crée un champ magnétique. Les variations du courant dans le temps produisent un phénomène d'induction électromagnétique sur lequel nous reviendrons. La grandeur caractérisant cet élément est son inductance propre L , si on néglige, dans premier temps, la résistance de la bobine, on peut écrire la relation entre la tension aux bornes v et l'intensité du courant i sous la forme $v = L.di/dt$. Si on doit tenir compte d'une résistance r la relation devient $v = r.i + L.di/dt$. Lorsque la bobine ne contient pas un noyau magnétique (fer ou ferrite par exemple) la valeur de L est bien constante, c'est pour cette raison, entre autres, que l'on utilise des bobines sans noyau dans les filtres pour enceintes acoustiques.

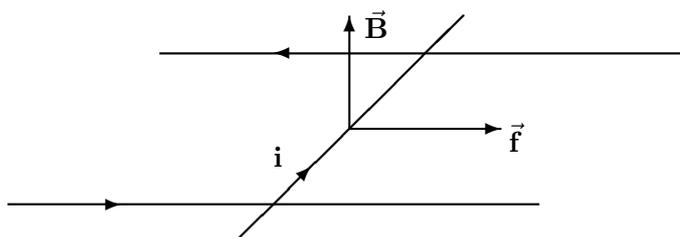
Enfin le dernier élément a déjà été étudié : c'est le condensateur. Il peut prendre diverses formes technologiques suivant les besoins. Le plus souvent on utilise des condensateurs ayant un isolant entre les armatures, et, suivant la nature de ce dernier, on peut avoir des condensateurs polarisés ou non polarisés ; ils sont, de toute façon, caractérisés en régime variable par leur capacité, relativement constante, C . On peut alors écrire la relation déjà vue $i = C.dv/dt$ où i est l'intensité du courant dans le fil d'amenée à l'armature positive, on dit souvent, improprement, le courant "traversant" le condensateur et cela nous arrivera aussi.

Les éléments précédents étaient des éléments passifs subissant le courant fourni par d'autres éléments de circuits : les générateurs. Les plus utilisés, dans les modélisations, sont les générateurs linéaires qui peuvent faire l'objet de deux représentations suivant qu'ils maintiennent entre leurs bornes une tension à peu près constante, ou qu'ils fournissent un courant à peu près constant. Dans le premier cas ce sont des "générateurs de tension", caractérisés par leur résistance interne r et par leur force électromotrice (fém) e telle que la tension aux bornes soit $v = e - r.i$. Dans le second cas ce sont des "générateurs de courant", caractérisés par un courant $i_0 = e/r$ et une conductance $g = 1/r$ et tels que le courant fourni s'écrit $i = i_0 - g.v$. Il s'agit en fait de deux représentations équivalentes d'une même réalité physique que l'on choisit suivant les besoins. Si la résistance du circuit aux bornes du générateur est grande devant r on prend le générateur de tension, si, au contraire, elle est petite, on prend le générateur de courant. Les ampli-

ificateurs alimentant les enceintes acoustiques seront considérés comme des amplificateurs de tension car leur résistance interne est très faible devant "l'impédance nominale", le rapport entre cette dernière et r est appelé le "facteur d'amortissement" de l'amplificateur. Il est le plus souvent supérieur 100, ce qui n'entraîne qu'une erreur inférieure à 1%. Pour faire les mesures sur les haut-parleurs, nous aurons, en revanche, besoin d'un amplificateur de courant réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel.

2.6 La force électromagnétique

Ici, encore, nous ne ferons pas une théorie complète, mais juste ce dont nous avons besoin pour modéliser le haut-parleur électrodynamique. Repartons de la petite expérience des cours de Physique : deux rails, conducteurs, parallèles entre eux, placés dans un champ magnétique \vec{B} , perpendiculaire à leur plan. Sur ces deux rails peut se mouvoir un autre conducteur, perpendiculaire aux deux premiers et traversé par le courant i . La portion utile de ce dernier a une longueur l (mesurée entre les rails). Il est alors soumis à une force électromagnétique \vec{f} dont le sens est tel que le trièdre formé par les sens du courant, le sens du champ et le sens de la force soit direct.



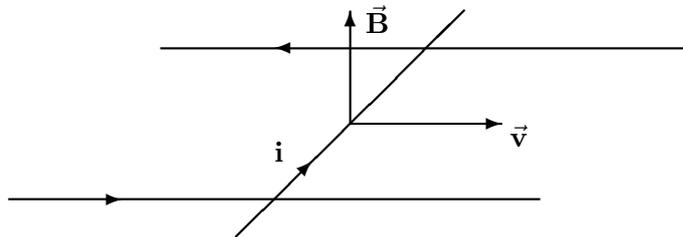
Dans cette configuration géométrique, qui donne, d'ailleurs, la force électromagnétique maximale, la relation entre la force, le champ magnétique et le courant est donnée par $f = B.l.i$. C'est cette relation que nous utiliserons dans la modélisation de la force électromagnétique du haut-parleur électrodynamique.

2.7 L'induction électromagnétique

Ce phénomène a deux aspects complémentaires selon le référentiel dans lequel on se place. Rappelons qu'un référentiel, en Mécanique, est l'ensemble d'un repère d'espace et d'un système de mesure du temps. Supposons d'abord que nous ayons un circuit constitué d'un fil conducteur unique fermé et fixe dans le référentiel d'étude. Supposons que, dans ce référentiel, nous fabriquions un champ magnétique variable dans le temps $B(t)$, il apparaît alors dans le circuit un courant dit courant induit. C'est le phénomène qui se passe dans la bobine : le passage du courant dans la bobine crée un champ

magnétique B , quand ce courant varie le champ magnétique varie et il se crée un courant induit représenté par un générateur de tension $-L.di/dt$. La variation de B peut aussi se faire par le mouvement d'un aimant, c'est ce que l'on a dans un "alternacycle", improprement appelé "dynamo de vélo", c'est le principe de tous les générateurs de courants alternatifs industriels.

On peut aussi avoir la situation contraire : un champ magnétique indépendant du temps et un circuit mobile dans le référentiel d'étude. Reprenons les deux rails de la section précédente et déplaçons le conducteur mobile à la vitesse v parallèlement aux deux rails. Le champ magnétique est supposé constant sur tout le domaine d'étude.



Le courant i , qui serait créé uniquement par ce phénomène, compte-tenu du reste du circuit, est le même que celui d'un générateur de tension de force électromotrice $e = -B.l.v$. On remarque que ce courant s'oppose au sens du déplacement qui le produit, c'est un des aspects de la loi de LENZ : le courant induit tend, par ses effets, à s'opposer à la cause qui l'engendre.

2.8 Electrodynamique des courants sinusoïdaux

Cela va être, enfin, l'occasion d'appliquer la représentation complexe des fonctions sinusoïdales du temps. A une tension v , fonction sinusoïdale du temps, de pulsation ω , nous faisons correspondre son amplitude complexe V ; à un courant sinusoïdal i , de même pulsation, nous faisons correspondre l'amplitude complexe I . Et nous restons bien dans le même domaine de pulsation.

La loi d'OHM $v = R.i$, dans le domaine temporel, est la simple multiplication de i par une constante : c'est une opération linéaire et on écrira $V = R.I$. On peut donc définir le rapport de l'amplitude complexe V à l'amplitude complexe I par $V/I = R$; on voit que ce rapport est un réel égal à la résistance de l'élément.

La tension aux bornes d'une bobine $v = L.di/dt$ est une dérivation, elle se transformera dans le domaine complexe en $V = L.j\omega I$; et on définira le rapport $V/I = jL\omega$ qui est un imaginaire pur, mais a les dimensions physiques d'une résistance. Ce terme sera appelé "impédance complexe" de la bobine, ou tout simplement "impédance". Si on tient compte de la résistance ohmique r de la bobine son impédance devient $Z = r + jL\omega$.

Pour un condensateur, la relation $i = C.dv/dt$ se transformera en $I = C.j\omega.V$ et le rapport V/I "impédance" du condensateur s'écrira $Z = 1/jC\omega$.

Lorsque l'on a des éléments en série, le courant reste le même et les tensions s'ajoutent, il en est de même des représentations complexes : l'impédance totale d'éléments en série est la somme des impédances de ces éléments.

Pour des éléments en parallèles, cette fois, la tension est la même et ce sont les courants qui s'ajoutent. Il est donc utile de définir l'inverse de l'impédance que l'on appelle "admittance" $Y = 1/Z = I/V$. On voit, bien évidemment, que l'admittance totale d'éléments en parallèle est la somme des admittances de chacun de ces éléments.

La combinaison en série, ou en parallèle de divers éléments de ce type (que l'on appelle passifs, car ils ne sont pas des générateurs) permettra de réaliser des filtres passifs.

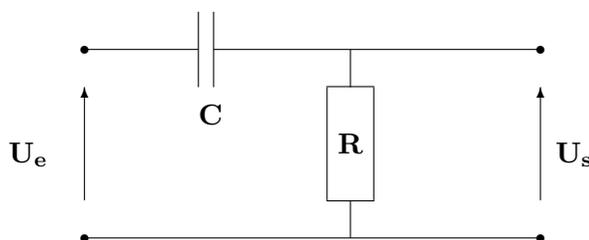
2.9 Filtre passif du premier ordre

Le filtre le plus simple possède deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie. On désigne l'amplitude complexe de la tension d'entrée par " U_e " et l'amplitude complexe de la tension de sortie par " U_s ". On voit qu'il existe une relation faisant intervenir la pulsation ω et les diverses composantes du circuit. A chaque étape du calcul on a une relation linéaire et à la fin nous obtiendrons une relation du type

$$U_s/U_e = H(j\omega)$$

où $H(j\omega)$ est appelée la "fonction de transfert" du filtre, ou, parfois, le "gain complexe".

On envisagera, dans cette section, uniquement le cas du filtre passe-haut du premier ordre pour définir des notions générales qui seront utilisées plus loin. Ce filtre est constitué de la mise en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R . L'entrée se fait aux bornes de l'ensemble, et la sortie aux bornes de la "résistance".



Il faut noter que, bien que l'on ait mis deux fils pour indiquer la sortie aux bornes de la résistance, il ne passe aucun courant dans ces fils. Le courant qui traverse les fils d'amenée au condensateur traverse intégralement

la résistance. Désignons par I l'amplitude complexe de ce courant. On peut écrire : $U_s = R.I$ et $U_e = (R + 1/jC\omega)I$, soit, en réduisant la fraction, $U_s/U_e = jRC\omega/(1+jRC\omega)$. On constate que le produit RC a les dimensions de l'inverse d'une pulsation et on peut poser comme constante du problème $\omega_0 = 1/RC$. La fonction de transfert devient alors

$$H(j\omega) = \frac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

Pour des valeurs de ω beaucoup plus petites que ω_0 le dénominateur se réduit à 1 et il ne reste que le numérateur, lui-même plus petit que 1 en module. Les basses fréquences passeront mal. Pour $\omega \gg \omega_0$ le terme 1 du dénominateur est négligeable et il reste $H \approx 1$. Les hautes fréquences passeront sans atténuation, d'où le nom de filtre passe-haut.

Le gain complexe est très commode pour les calculs mais il faut revenir à la réalité pour les mesures. On calcule donc le module du gain $|H|$, qui est le rapport de la tension efficace de sortie à la tension efficace d'entrée, et l'argument du gain φ , qui est le déphasage entre la sortie et l'entrée. Après un calcul simple il vient

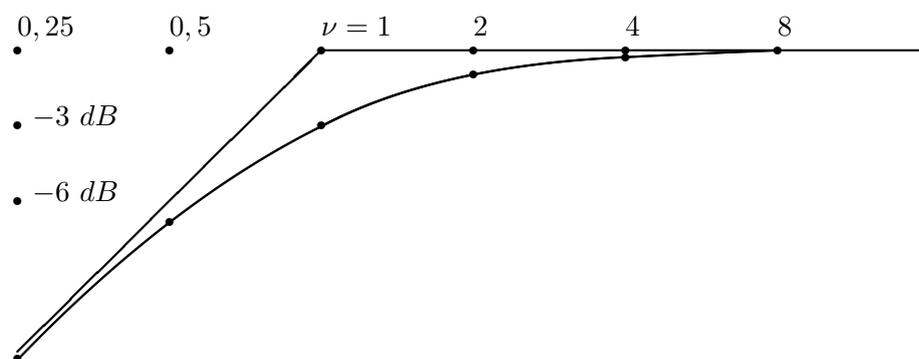
$$|H| = \frac{\omega/\omega_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \omega_0/\omega$$

On constate que quand $\omega \rightarrow 0$ $|H| \rightarrow 0$ et $\varphi \rightarrow \pi/2$; quand $\omega \rightarrow \infty$ alors $|H| \rightarrow 1$ et $\varphi \rightarrow 0$.

2.10 Décibels et échelles logarithmiques

Un bon dessin valant un long discours, on est tenté de représenter les résultats précédents par des figures. Pour simplifier l'exposé, nous laisserons de côté la fonction " φ " qui est peu utilisée dans le domaine de la reproduction sonore. Il nous faut donc tracer la courbe représentant les variations de $|H|$ en fonction de ω . On constate que les variations peuvent être importantes et qu'une échelle linéaire sur les axes va tasser la courbe près de l'origine. On est donc amené à prendre une échelle logarithmique qui donne, à chaque multiplication par 10 le même intervalle sur l'axe. $|H|$ est un nombre sans dimensions, mais ω a les dimensions de l'inverse d'un temps et les logarithmes n'aiment pas les grandeurs avec dimensions : il nous faut donc définir une grandeur sans dimension $\nu = \omega/\omega_0$, que nous appellerons "pulsation réduite". Comme $\omega = 2\pi f$, ν est aussi la "fréquence réduite". On utilise la pulsation dans les calculs mathématiques et la fréquence pour les mesures à l'aide d'un fréquencesmètre. Quand on multiplie la fréquence par 2 on dit que l'on a un intervalle d'une octave et par 10, une décade. Il y a un peu plus de 3 octaves dans une décade. Le domaine des ondes sonores couvre de 20 Hertz à 20 kiloHertz, soit 3 décades ou 10 octaves. On

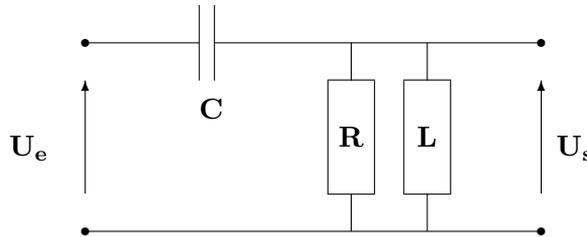
voit donc l'utilité d'une échelle logarithmique. Bien que le logarithme soit une grandeur sans dimensions, on a éprouvé le besoin de définir une "sorte d'unité" pour la fonction $G = 20 \log |H|$ que l'on exprime en "décibels", c'est, en quelque sorte, le pendant de l'octave et de la décade. On est donc amené à tracer la courbe donnant $20 \log |H|$ en fonction de $k \log \nu$, où k est une constante d'échelle arbitrairement choisie, pour les courbes théoriques on choisit souvent $k = 20$ pour avoir les mêmes représentations sur les deux axes. Un rapport de $|H|$ égal à 2 correspond à $20 \log 2 = 6 \text{ dB}$, un rapport de $|H|$ égal à 10 correspond à 20 dB . La courbe possède un point important pour $\nu = 1$, alors $20 \log |H| = -3 \text{ dB}$. Pour $\nu \ll 1$ la courbe se réduit à $G \approx k \log \nu$, soit une droite de pente $+1$, ou 6 dB/octave , ou 20 dB/décade ; c'est l'asymptote à la courbe dans ce domaine. Pour $\nu \gg 1$, la courbe se réduit à $G = 0$, soit l'axe des fréquences. Il est donc facile de tracer la courbe connaissant deux asymptotes et un point.



2.11 Filtre passif du second ordre

Nous nous limiterons encore ici au cas du filtre passe-haut car il constitue un bon modèle de la reproduction sonore d'une enceinte close. Par ailleurs, on démontre que tous les filtres linéaires possibles peuvent être constitués par la mise en cascade de filtres du premier et du second ordre, et seulement ceux là. Donc avec l'étude du filtre du second ordre, nous aurons fait le tour de la question.

On obtient ce filtre en ajoutant, en parallèle sur la résistance du filtre du premier ordre, une bobine d'inductance L , dont nous négligerons la résistance r devant la résistance R , cela simplifie les calculs et ne lève rien à la généralité du problème.



La mise en parallèle de la bobine d'impédance $jL\omega$ et de la résistance R donne une impédance équivalente $jRL\omega/(R + jL\omega)$. Un calcul analogue à celui de la section 2.9 fournit la fonction de transfert

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{jRL\omega/(R + jL\omega)}{1/jC\omega + jRL\omega/(R + jL\omega)}$$

En chassant les dénominateurs il vient

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{j^2RLC\omega^2}{j^2RLC\omega^2 + jL\omega + R}$$

Divisons numérateur et dénominateur par R et posons $LC\omega_0^2 = 1$ et $L\omega_0/R = 2S$, la fonction de transfert s'écrit alors :

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{(j\omega/\omega_0)^2}{(j\omega/\omega_0)^2 + 2S(j\omega/\omega_0) + 1}$$

Posons, comme d'habitude, la pulsation ou fréquence réduite : $\nu = \omega/\omega_0$, il nous reste

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{(j\nu)^2}{(j\nu)^2 + 2S.j\nu + 1}$$

Cette fois nous avons un paramètre supplémentaire qui s'introduit dans la fonction de transfert : c'est le paramètre S , que l'on appelle "facteur" ou "coefficient" d'amortissement. Sa valeur tourne autour de l'unité, ce qui est très commode, dans le cas des filtres. Les Anglo-saxons, qui ne font jamais rien comme les autres, préfèrent définir le coefficient de surtension $Q = 1/2S$; c'est une survivance de l'étude des circuits résonants, où cette grandeur a effectivement son importance, mais dans le cas des filtres cela est complètement obsolète. Calculons le gain en dB de ce filtre

$$G \text{ dB} = 20. \log |H(j\nu)| = 20. \log \frac{\nu^2}{\sqrt{(1 - \nu^2)^2 + 4.S^2.\nu^2}}$$

Cette fois nous obtenons une fonction dépendant du paramètre S , et, donc, nous aurons une famille de courbes. Fort heureusement, seul un petit nombre de valeurs de S présente de l'intérêt pour l'étude de ce filtre. On prendra $S = 0, 5; \sqrt{2}/2$ et 1 et les valeurs voisines de celles-ci.

32 CHAPITRE 2. UN PEU DE PHYSIQUE POUR CONTINUER

Etudions d'abord les asymptotes de ces courbes, qui sont les mêmes pour toutes. Pour $\nu \ll 1$, le dénominateur se réduit à l'unité et il reste $G = 2.20 \log \nu$. Cette fonction est représentée, dans les axes G et $k. \log \nu$, par une droite de pente deux fois 6 dB/octave , soit 12 dB/octave . Nous utiliserons plus volontiers par la suite l'octave comme mesure d'un intervalle de fréquences car nos modèles couvriront tout au plus une décade, et il faut donc pouvoir la subdiviser. Ensuite pour $\nu \gg 1$, le dénominateur est équivalent à ν^2 et $G \approx 0$, l'axe (logarithmique) des " ν " est donc asymptote à la courbe.

Deux valeurs de S sont importantes, car elles sont, dans le cas particulier du filtre du second ordre, l'expression de courbes plus générales. Prenons d'abord $S = 1$, alors

$$G = 20 \log \frac{\nu^2}{1 + \nu^2}$$

qui est la cas particulier de

$$G = 20 \log \frac{\nu^n}{\sqrt{(1 + \nu^2)^n}}$$

courbe de BESSEL d'ordre " n ". Cette courbe donne une variation de l'argument faible, ce qui nous intéresse assez peu ici. Par ailleurs on démontre que pour $S > 1$ le filtre peut se décomposer en deux filtres du premier ordre en cascade, pour $S < 1$ cela n'est, évidemment, plus possible. Il est facile de voir que pour $\nu = 1$, la valeur de G est $-n.3 \text{ dB}$, soit pour le filtre d'ordre 2 : -6 dB .

Pour $S = \sqrt{2}/2$ la fonction G prend pour valeur

$$G = 20 \log \frac{\nu^2}{\sqrt{1 + \nu^4}}$$

qui est la cas particulier de

$$G = 20 \log \frac{\nu^n}{\sqrt{1 + \nu^{2n}}}$$

courbe de BUTTERWORTH d'ordre " n ". Pour $\nu = 1$ $G = -3 \text{ dB}$ et la courbe obtenue est très proche de l'asymptote horizontale. Ce résultat est souvent recherché dans le cas des enceintes acoustiques.

Il nous reste à voir le cas $S = 0,5$ qui n'a pas de généralisation mais qui donne, pour $\nu = 1$ $G = 0$, la courbe passe alors par un maximum pour $\nu = \sqrt{2}$ et $G = 1,2 \text{ dB}$. On peut noter que pour $S < \sqrt{2}/2$ les courbes passent par un maximum.

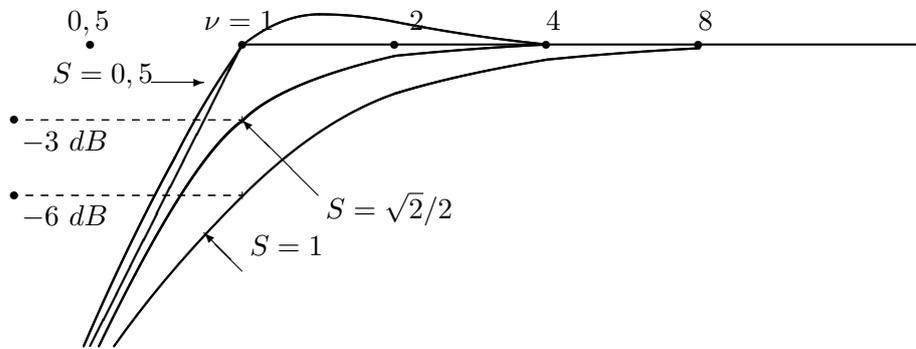
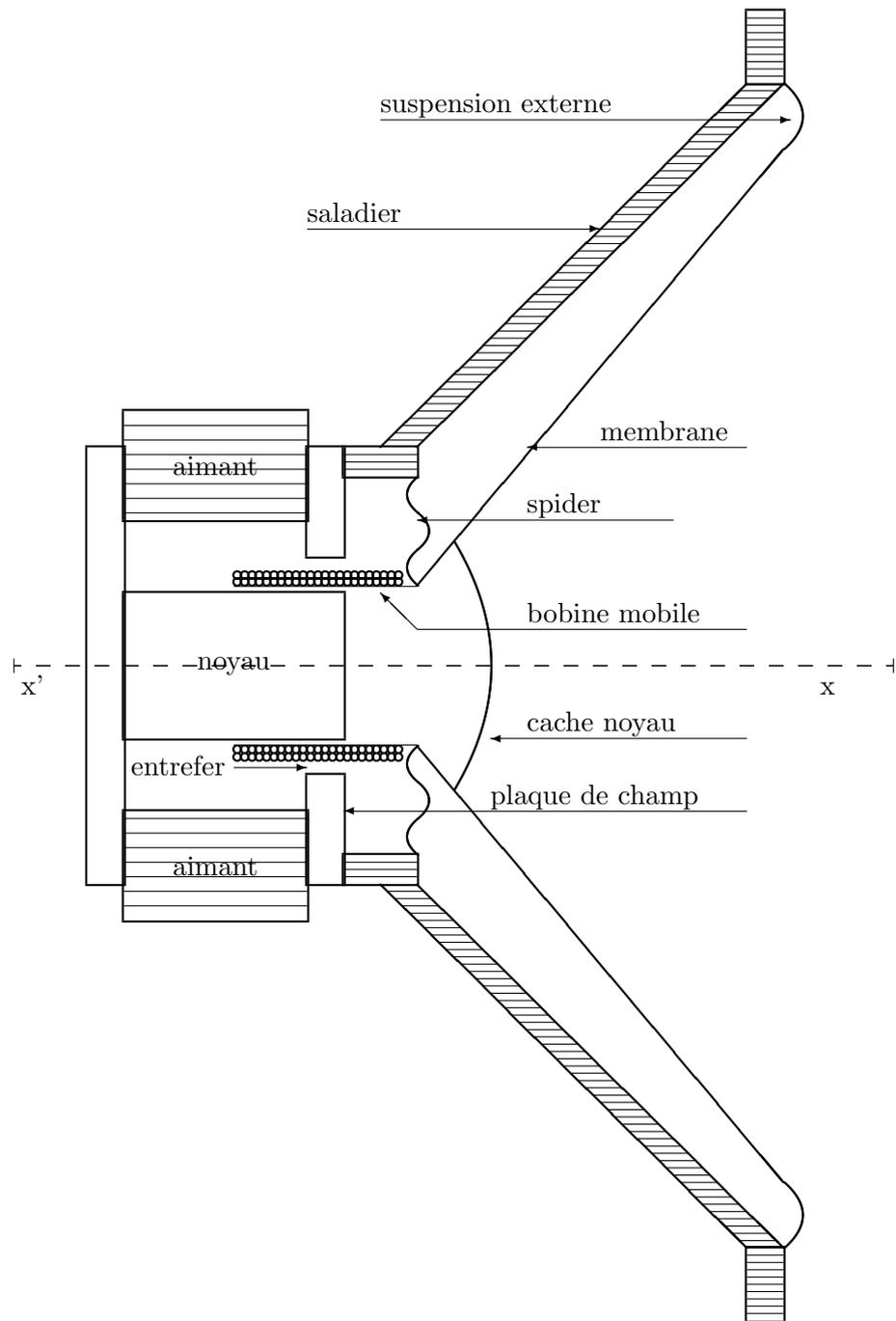


Schéma du haut-parleur électrodynamique



Chapitre 3

Description et modélisation du haut-parleur électrodynamique

3.1 Description

Nous nous limiterons, dans un premier temps, au cas du haut-parleur électrodynamique à membrane utilisé comme reproducteur de grave ou de médium. Nous envisagerons plus loin le cas des "mediums" et des "tweeters" à dôme. Dans sa grande généralité, un haut-parleur est un système de révolution autour d'un axe $x'x$, il en existe quelques modèles allongés surtout à l'usage des téléviseurs, mais ils ne peuvent pas prétendre à une bonne reproduction sonore, nous n'en parlerons donc plus.

La pièce maîtresse est le saladier, dont la forme rappelle l'instrument de cuisine bien connu, pour faire plus sérieux on emploie parfois le nom de châssis. Le saladier est ajouré pour laisser passer l'air et le son. Il est soit en tôle emboutie, pour les modèles les moins chers, soit en métal injecté pour les modèles haut de gamme. Sur ce saladier est fixé le circuit magnétique, que l'on appelle parfois la culasse : il est constitué d'un aimant torique à section rectangulaire et de pièces polaires en acier. L'aimant est le plus souvent en ferrite, matériau céramique non conducteur de l'électricité et de prix modique pour sa qualité, son seul défaut est sa difficulté d'usinage.

Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile formé de la membrane et de la bobine mobile. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort et sur le pourtour par une suspension périphérique qui prend souvent la forme d'un demi tore en néoprène (dans ce cas on l'appelle un jonc) ; pour les haut-parleurs de sonorisation on utilise plutôt une toile plastifiée analogue à celle du spider (suspension à petits plis). L'ensemble de la suspension assure le rappel vers la position

d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe x' . Dans les reproducteurs de grave la bobine mobile déborde de part et d'autre de l'entrefer pour assurer une bonne linéarité du mouvement. Le cache noyau est destiné à empêcher les poussières magnétiques de se déposer dans l'entrefer.

La bobine mobile est, le plus souvent, constituée de deux couches de fil conducteur de façon à avoir l'entrée et la sortie du bobinage du côté de la membrane, d'où des fils souples la relient à des cosses isolées sur le saladier. On trouve aussi des haut-parleurs à double bobine à deux fois deux couches de fil permettant d'ajouter les signaux de deux amplificateurs sur le même haut-parleur.

Le dessin de la culasse est celui qui est adopté sur la quasi totalité des reproducteurs du marché, ce n'est pas le meilleur et on peut, à moindre frais, l'améliorer. Nous verrons plus loin comment quand nous en saurons un peu plus sur la modélisation du fonctionnement du haut-parleur.

3.2 Modélisation linéaire du fonctionnement

Nous faisons, d'abord, l'hypothèse que l'ensemble membrane et bobine mobile se comporte comme un solide rigide qui se déplace d'un seul bloc. Cela est bien vérifié dans le bas du spectre sonore jusqu'à, en gros, 200 à 500 *Hertz*, ce qui sera suffisant en pratique. Le spider et la suspension périphérique seront considérés comme des ressorts parfaitement linéaires de raideur totale k (là encore les Anglo-saxons parlent de compliance $C = 1/k$, ce qui ne simplifie pas les calculs). Cette hypothèse est l'un des maillons faibles du modèle, nous en discuterons, mais c'est quand même celle qui donne les calculs les plus simples et une approximation convenable pour la mise au point des enceintes acoustiques. Pour une thèse de Doctorat ce serait un peu léger. La force de rappel vers la position d'équilibre est alors : $f = -k.x$, en projection sur l'axe de révolution et en désignant, naturellement par x l'élongation de l'équipage mobile à partir de sa position d'équilibre.

Lors du mouvement de la membrane divers frottements fluides se produisent (on évite les frottements solides par un bon centrage) et on les représentera par une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse et de sens opposé à celle-ci du type $f = -h.dx/dt$. Là encore la constance de h n'est pas assurée ; mais on n'a pas mieux à proposer et on s'en contentera.

Le champ magnétique dans l'entrefer est radial (perpendiculaire à l'axe de révolution), nous supposons que sa norme est constante et vaut B . Le fil de la bobine est perpendiculaire au champ magnétique, circonstance favorable pour avoir la force magnétique maximale. Si on désigne par l la longueur de fil plongée dans le champ magnétique, il se crée une force magnétique parallèle à l'axe de révolution et de valeur $f_M = Bl.i$, en appelant i le courant qui circule dans la bobine. Les fabricants de haut-

parleurs ont la bonne idée de repérer, soit par un point rouge, soit par un " + ", la borne d'entrée du courant qui provoque une force dirigée du côté opposé à la culasse que l'on désigne par "l'extérieur". En fait la valeur de B varie un peu, au voisinage de l'entrefer, mais cela est sans importance car, seul, le produit Bl est une caractéristique du haut-parleur valable tant que l'équipage mobile se déplace dans les limites de linéarité.

Le déplacement du conducteur de longueur l dans le champ magnétique B fait apparaître une force électromotrice d'induction dont nous avons déjà donné l'expression : $e = -Bl.dx/dt$. Par ailleurs la variation du courant i dans la bobine provoque un phénomène d'auto-induction bien représenté par l'inductance propre du circuit L . On peut remarquer que la présence d'un matériau magnétique dans la bobine donne une valeur de L non négligeable. Pour mémoire on peut citer la capacité répartie de la bobine qui, elle, est largement négligeable et nous n'en parlerons plus.

Nous désignerons par $u(t)$ la tension aux bornes de la bobine mobile en supposant que le générateur qui l'alimente a une résistance interne négligeable, ce qui est le cas de tout bon amplificateur.

3.3 Equations du mouvement de la membrane

Nous nous intéressons ici uniquement au cas du haut-parleur nu non fixé dans une enceinte. On peut supposer qu'il est tenu sur un support par la culasse et que son axe de révolution est horizontal pour que l'influence de la pesanteur soit négligeable. Aux fréquences inférieures à 200 *Hertz* les dimensions d'un haut-parleur sont faibles devant la longueur d'onde du son produit, on admettra donc que, dans ces conditions, le haut-parleur ne rayonne pas. On désignera par m la masse de l'équipage mobile.

Les équations fondamentales du mouvement de la membrane sont obtenus par le principe fondamental de la dynamique et la loi d'OHM généralisée. Nous avons déjà précisé les forces mises en jeu, en ne tenant pas compte du rayonnement. L'équipage mobile est assimilé à un solide en mouvement de translation d'élongation x d'où

$$m.d^2x/dt^2 = -k.x - h.dx/dt + Bl.i$$

en regroupant les termes en x dans le premier membre il vient

$$m.d^2x/dt^2 + h.dx/dt + k.x = Bl.i$$

La loi d'OHM généralisée peut s'énoncer ainsi : La tension instantanée aux bornes d'un circuit est égale au produit de sa résistance par le courant diminué de la somme des forces électromotrices en série dans le circuit. Cela donne :

$$u = R.i + Bl.dx/dt + L.di/dt$$

Nous avons vu qu'une bonne méthode d'étude consiste à utiliser des fonctions sinusoïdales du temps et leurs amplitudes complexes. Nous allons, dès maintenant, y avoir recours. Désignons par U, I, X , respectivement, les amplitudes complexes des fonctions sinusoïdales du temps u, i, x et écrivons les deux équations précédentes en amplitude complexe.

$$[m.(j\omega)^2 + h.j\omega + k].X = Bl.I$$

$$U = R.I + jL\omega.I + Bl.j\omega X$$

On pourra donc ainsi trouver des relations entre X et U , U et I et X et I , bien que cette dernière ait peu d'intérêt. Tirons la valeur de X de la première relation et portons la dans la seconde :

$$U = R.I + jL\omega.I + \frac{B^2 l^2 . j\omega . I}{m.(j\omega)^2 + h.j\omega + k}$$

on constate que I est en facteur dans le second membre et on peut donc définir une impédance globale du haut-parleur :

$$Z = \frac{U}{I} = R + jL\omega + \frac{B^2 l^2 . j\omega}{h.j\omega + k + m.(j\omega)^2}$$

La première partie de cette impédance correspond à l'impédance de la bobine, supposée bloquée, $Z_b = R + jL\omega$, l'autre partie est un terme dépendant du mouvement de la membrane : on l'appelle "impédance motionnelle". ce dernier terme se travaille un peu en posant $\omega_0^2 = k/m$ et $m\omega_0/h = Q_{MS}$. Ce qui donne, en divisant numérateur et dénominateur par $h.j\omega$:

$$Z_m = \frac{B^2 l^2 / h}{1 + j.Q_{MS}(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}$$

On constate que le terme $B^2 l^2 / h$ a les dimensions d'une résistance électrique et on peut l'appeler " R_{MS} ", on remarquera que l'on a conservé, ici, un coefficient de surtension mécanique Q_{MS} , car cela simplifie les calculs et qu'il ne faut pas être sectaire. L'impédance totale du haut-parleur s'écrira enfin :

$$Z = R + jL\omega + \frac{R_{MS}}{1 + j.Q_{MS}(\nu - 1/\nu)}$$

avec $\nu = \omega/\omega_0$ déjà utilisée.

3.4 Etude de l'impédance

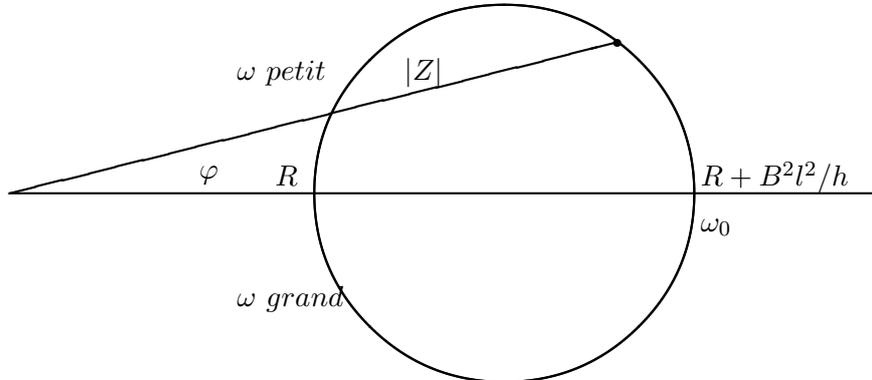
Cette étude poursuit un double but, d'abord elle nous permettra de valider expérimentalement le modèle choisi, ensuite elle nous permettra de mesurer des caractéristiques du haut-parleur pour les utiliser dans la mise

au point des enceintes. L'inductance propre d'une bobine mobile dépasse très rarement le *milliHenry*, ce qui, à 100 *Hertz* correspond à un module de l'impédance inférieur à 0,3 *Ohm*; avec des résistances de l'ordre de 4 à 8 *Ohms*, on pourra, dans un premier temps, négliger ce terme et écrire l'impédance sous la forme :

$$Z \approx R + \frac{R_{MS}}{1 + j \cdot Q_{MS}(\nu - 1/\nu)}$$

Le dénominateur de l'impédance motionnelle a une partie réelle égale à 1 et une partie imaginaire variable avec la fréquence. Dans le plan complexe cette impédance sera représentée par une droite d'abscisse 1 parallèle à l'axe des imaginaires. L'inverse de ce nombre sera représenté aussi par l'inverse au sens géométrique de cette droite comme on l'a vu en 1.7. On obtient donc un cercle, passant par le centre d'inversion et de diamètre R_{MS} . Ajouter R à ce nombre revient à faire une translation de la même quantité le long de l'axe des réels.

Le cercle ainsi obtenu est appelé "cercle de KENNELLY"; il est caractéristique du phénomène de résonance. Parfois on peut trouver une boucle dans la courbe d'impédance, cela indique la présence d'une résonance.



On voit facilement que $|Z|$ passe par un maximum pour $\omega = \omega_0$ et que, pour cette pulsation, l'argument est nul. Pour $\omega < \omega_0$ l'argument est positif et pour $\omega > \omega_0$ l'argument est négatif, mais il ne faut pas que ω soit trop grand, sans quoi on ne peut plus négliger l'effet de l'inductance. La valeur $\omega = \omega_0$ est appelée pulsation de résonance de l'impédance, il lui correspond une fréquence de résonance f_0 qui caractérise le haut-parleur. L'impédance prend alors la valeur maximale " Z_m ".

Comme la courbe d'impédance est symétrique par rapport à l'axe réel, on se doute que les fréquences qui donneront la même valeur de $|Z|$ auront une relation simple. Calculons d'abord la module de l'impédance en posant

provisoirement $y = \nu - 1/\nu$:

$$|Z|^2 = \left| \frac{R + R_{MS} + j \cdot R \cdot Q_{MS} \cdot y}{1 + j \cdot Q_{MS} \cdot y} \right|^2 = \frac{Z_m^2 + R^2 \cdot Q_{MS}^2 \cdot y^2}{1 + Q_{MS}^2 \cdot y^2}$$

On constate que le résultat est obtenu pour une valeur de y^2 , mais comme y peut être positif ou négatif on a deux valeurs $y_1 < 0$ et $y_2 > 0$ telles que $y_1 = -y_2$, en repassant au domaine des fréquences normalisées il vient :

$$1/\nu_1 - \nu_1 = \nu_2 - 1/\nu_2$$

soit, en multipliant par le produit $\nu_1 \cdot \nu_2$,

$$\nu_2 - \nu_1^2 \cdot \nu_2 = \nu_2^2 \cdot \nu_1 - \nu_1$$

$$\nu_1 + \nu_2 = (\nu_1 + \nu_2) \cdot \nu_1 \cdot \nu_2$$

soit, finalement, $\nu_1 \cdot \nu_2 = 1$ ou $f_1 \cdot f_2 = f_0^2$. Si on veut déterminer entièrement ces fréquences il faut se fixer une valeur de $|Z|$. On choisit, pour simplifier les calculs, $|Z|^2 = R \cdot Z_m$, que l'on reporte dans la valeur de $|Z|^2$ précédemment trouvée :

$$R \cdot Z_m \cdot (1 + Q_{MS}^2 \cdot y^2) = Z_m^2 + R^2 \cdot Q_{MS}^2 \cdot y^2$$

$$Q_{MS}^2 \cdot y^2 \cdot R \cdot (Z_m - R) = Z_m \cdot (Z_m - R)$$

$$Q_{MS} = \frac{1}{|y|} \cdot \sqrt{\frac{Z_m}{R}}$$

calculons $y_2 - y_1 = 2 \cdot |y|$ en tenant compte de $\nu_1 \cdot \nu_2 = 1$:

$$y_2 - y_1 = \nu_2 - 1/\nu_2 - \nu_1 + 1/\nu_1 = \nu_2 - \nu_1 - \nu_1 + \nu_2 = 2 \cdot (\nu_2 - \nu_1)$$

ce qui donne finalement

$$Q_{MS} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \cdot \sqrt{\frac{Z_m}{R}}$$

Il est traditionnel de poser $r_0 = Z_m/R$, nombre sans dimension qui permet de simplifier des calculs ultérieurs.

On peut se demander ce que devient l'expression de l'impédance pour ω assez supérieur à ω_0 . On ne peut plus alors négliger l'inductance propre de la bobine, mais, fort heureusement, le terme $1/\nu$ devient petit devant ν et nous le négligerons, ce qui donne pour nouvelle expression de Z :

$$Z = R + j \cdot L \omega + \frac{R_{MS}}{1 + j \cdot Q_{MS} \cdot \nu} = R + j \cdot L \omega_0 \cdot \nu + \frac{R_{MS}(1 - j \cdot Q_{MS} \cdot \nu)}{1 + Q_{MS}^2 \cdot \nu^2}$$

La partie réelle de Z s'écrit :

$$\Re(Z) = R + \frac{R_{MS}}{1 + Q_{MS}^2 \cdot \nu^2}$$

3.5. ETUDE DU DÉPLACEMENT DE LA MEMBRANE EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE 41

ce terme semble tendre vers R quand ν devient très grand. En fait c'est un peu plus compliqué, car, du fait de l'effet de peau, le courant se concentre près de la surface du conducteur et la résistance augmente, de sorte que la valeur de R croît et n'est plus constante.

La partie imaginaire de Z peut s'écrire :

$$\Im(Z) = \nu \cdot \left(L\omega_0 - \frac{Q_{MS} \cdot R_{MS}}{1 + Q_{MS}^2 \cdot \nu^2} \right)$$

On constate qu'il existe une valeur ν_3 de ν pour laquelle cette partie imaginaire s'annule et, donc, pour laquelle l'argument de l'impédance devient, à nouveau, nul. C'est un moyen de mesurer, approximativement, la valeur de l'inductance propre de la bobine, la précision étant suffisante pour les calculs ultérieurs de filtres.

$$L = \frac{R_{MS} \cdot Q_{MS}}{\omega_0 \cdot (1 + Q_{MS}^2 \cdot \nu_3^2)}$$

On peut remarquer aussi, qu'aux fréquences élevées, l'impédance moti-
nelle devient très faible et que l'impédance totale se confond avec l'impédance de la bobine bloquée. On peut faire une mesure classique à une fréquence de quelques *kiloHertz*. Mais cela suppose que l'on possède un pont de mesure en alternatif. La méthode, utilisant la deuxième fréquence où l'argument de l'impédance est nul, nous semble préférable car elle ne nécessite pas de matériel supplémentaire autre que celui destiné à l'étude expérimentale de l'impédance que nous verrons plus loin.

3.5 Etude du déplacement de la membrane en fonction de la fréquence

Le haut-parleur étant fixé avec son axe de révolution horizontal, nous allons appliquer aux bornes de la bobine mobile une tension sinusoïdale d'amplitude constante et de fréquence variable. Plaçons nous toujours à des fréquences assez faibles pour que l'on puisse négliger l'influence de l'inductance propre de la bobine. L'amplitude complexe de l'intensité s'écrit d'après la loi d'OHM généralisée :

$$I = \frac{U}{R} - \frac{Bl}{R} \cdot j\omega \cdot X$$

en reportant cette expression dans la relation fondamentale de la dynamique il vient

$$\left[m \cdot (j\omega)^2 + \left(h + \frac{B^2 l^2}{R} \right) \cdot j\omega + k \right] \cdot X = \frac{Bl}{R} \cdot U$$

Posons toujours $\omega_0^2 = k/m$, $2.S_M = h \cdot \omega_0/k$, $2.S_E = B^2 l^2 \cdot \omega_0/k \cdot R$ et $S_T = S_M + S_E$; l'indice M est mis pour mécanique et E pour électrique. On

remarquera qu'ici on a pris le facteur d'amortissement et pas le coefficient de surtension car cela simplifie les calculs. Il est commode de poser $H = h + B^2 l^2 / R$. Il vient, en divisant par k des deux côtés :

$$\left[\left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2 + 2.S_T \cdot \frac{j\omega}{\omega_0} + 1 \right] \cdot X = \frac{Bl}{k.R} \cdot U$$

En repassant aux pulsations ou fréquences normalisées on en tire

$$X = \frac{Bl.U}{k.R} \cdot \frac{1}{(j\nu)^2 + 2.S_T \cdot j\nu + 1}$$

Le terme dépendant de ν correspond à la fonction de transfert d'un filtre passe bas du second ordre, qui est l'homologue, en plus simple, du filtre passe haut déjà étudié. Nous nous intéresserons uniquement à la valeur maximale de l'amplitude X_{max} reliée à la valeur maximale de la tension U_{max} par le module de la fonction de transfert :

$$X_{max} = \frac{Bl.U_{max}}{k.R} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \nu^2)^2 + 4.S_T^2 \cdot \nu^2}}$$

Ici nous conserverons une échelle linéaire pour l'amplitude, car cette relation sera destinée à définir le domaine de linéarité des déplacements de la membrane connaissant la hauteur de l'entrefer et la longueur de la bobine (que l'on trouve en général dans tous les bons catalogues, sans être obligé de démonter un haut-parleur).

Pour des valeurs de ν très petite, X_{max} tend vers une limite :

$$X_{max} \rightarrow \frac{Bl.U_{max}}{k.R}$$

on dit que le haut-parleur fonctionne alors en contrôle de raideur, le déplacement est fixé par la raideur comme pour un ressort.

Pour des valeurs de ν très grandes $X_{max} \rightarrow 0$ l'élongation sera très faible et la linéarité sera bien assurée. On dit que l'on est en contrôle de masse, car, si l'élongation est petite, l'accélération est proportionnelle à U_{max} comme on le verra plus loin.

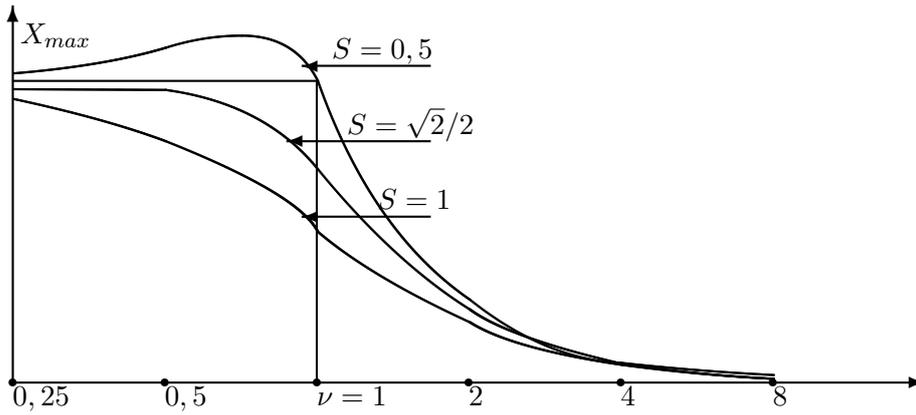
Le terme sous le radical est un trinôme du second degré en ν^2 :

$$(\nu^2)^2 - 2.(1 - 2.S_T^2)\nu^2 + 1$$

ce trinôme passe par un maximum (premier coefficient positif) pour $\nu^2 = 1 - 2.S_T^2$, ce qui implique que $1 - 2.S_T^2 > 0$ ou $S_T < \sqrt{2}/2$ qui correspond au filtre de BUTTERWORTH. On constate donc qu'il n'y a pas toujours un maximum et que la résonance d'amplitude n'est pas toujours assurée. C'est pourquoi il faut préciser de quelle résonance on parle, sans précision on

3.5. ETUDE DU DÉPLACEMENT DE LA MEMBRANE EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE

admet qu'il s'agit de la résonance d'impédance ou de vitesse. Les bons haut-parleurs ayant des S_T supérieurs à 1 il n'y a pas, pour eux, de résonance d'amplitude. Pour se faire une idée on peut tracer les courbes donnant X_{max} , en échelle linéaire, en fonction de ν , en échelle logarithmique, pour les valeurs $S_T = 0,5$; $S_T = \sqrt{2}/2$; $S_T = 1$:



Chapitre 4

Propagation du son et modèle de rayonnement

4.1 Propagation du son dans un fluide en faibles signaux

Le niveau mathématique de ce chapitre est plus élevé que pour le reste du livre. On pourra, dans un premier temps, le survoler pour n'en retenir que le résultat final qui, lui, s'intègre facilement dans la représentation complexe des fonctions sinusoïdales du temps.

Désignons par P_0 la pression statique dans le fluide supposé en équilibre. On provoque de petites variations de pression entraînant de petites variations de vitesse des "particules" de fluide au sens de la mécanique des fluides. Soit alors P la pression totale et p la surpression telle que $p \ll P_0$. La grandeur p sera considérée comme un infiniment petit du premier ordre et nous négligerons, dans les calculs ultérieurs, les infiniments petits d'ordre supérieur : c'est l'hypothèse des faibles signaux par la linéarisation du problème. On peut écrire $P = P_0 + p$. De même on désigne par \vec{v} la vitesse d'une particule de fluide considérée aussi comme un infiniment petit du premier ordre.

On appelle χ le coefficient de compressibilité du fluide pour la transformation envisagée (le plus souvent adiabatique car les échanges de chaleur ne peuvent se faire aux fréquences auxquelles on travaille)

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{Transformation}$$

En se limitant à des variations du premier ordre, la masse volumique μ du fluide peut s'écrire :

$$\mu = \mu_0 \cdot (1 + \chi p)$$

où μ_0 est la masse volumique du fluide à l'équilibre.

L'équation de conservation de la masse s'écrit de façon générale :

$$\operatorname{div}(\mu \vec{v}) + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$$

ce qui donne

$$\mu \operatorname{div} \vec{v} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} \mu + \chi \mu_0 \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

en ne conservant que les termes du premier ordre et en divisant par μ_0 il vient :

$$\operatorname{div} \vec{v} = -\chi \frac{\partial p}{\partial t}$$

L'équation d'EULER pour un fluide parfait est :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{grad}} \frac{v^2}{2} + \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{v} \wedge \vec{v} = \frac{\vec{f}_v}{\mu} - \frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{grad}} P$$

On néglige les termes du second ordre et on se rappelle que l'équation de l'équilibre statique se traduit par

$$\frac{\vec{f}_v}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\operatorname{grad}} P_0 = 0$$

de sorte qu'il ne reste que :

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}} p = -\mu_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

En combinant l'équation de conservation de la masse et l'équation d'EULER il vient

$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} p) = \mu_0 \chi \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

La divergence du gradient est l'opérateur du second ordre Laplacien scalaire noté Δ , on pose habituellement $\chi \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ où c a les dimensions d'une célérité et il reste finalement :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

qui est une équation classique de propagation.

On admet, très souvent, que le champ des vitesses est à rotationnel nul, ce qui est très bien vérifié en faibles signaux. Cela implique que le champ des vitesses dérive d'un potentiel scalaire qu'on appelle potentiel des vitesses Φ tel que $\vec{v} = \overrightarrow{\operatorname{grad}} \Phi$. Après deux lignes de calcul on retombe sur l'équation de propagation :

$$\Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$$

4.2 Modèle de la sphère pulsante

On se place dans un fluide infini et on prend comme source sonore une sphère dont le rayon varie sinusoidalement autour d'une position moyenne de rayon R avec une élongation $x = X_0 \cos \omega t$ avec $X_0 \ll R$. Le problème se traite en coordonnées sphériques et ne dépend que de la variable r distance du point à l'origine des coordonnées. Désignons par \vec{e}_r le vecteur unitaire du rayon vecteur, les expressions du gradient et de la divergence sont :

$$\vec{\text{grad}}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial r}\vec{e}_r \text{ et } \text{div}\vec{v} = 2\frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r}$$

ce qui donne

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}$$

l'équation de propagation devient alors :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0$$

Comme on est en régime sinusoidal permanent du temps on cherche une solution complexe de la forme

$$\Phi = \frac{A}{r} \cdot \exp[j(\omega t - kr)]$$

où A et k sont des constantes à déterminer.

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \cdot \Phi \quad \frac{\partial\Phi}{\partial r} = -\left(\frac{1}{r} + jk\right) \cdot \Phi$$

en reportant dans l'équation de propagation et en faisant les simplifications de calcul il reste

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

La valeur positive de k donne une onde qui s'éloigne de la source et qu'on appelle onde progressive. La superposition avec la valeur négative de k donnerait un système d'ondes stationnaires dont nous ne nous occupons pas pour l'instant. Nous gardons donc, jusqu'à ce qu'on en décide autrement, la valeur positive de k . La connaissance de la fonction Φ permet d'exprimer en tout point la valeur de la surpression p et celle de la vitesse, dont nous ne conservons que la seule composante radiale v .

$$p = -j\omega\mu_0 \cdot \Phi \quad v = -\left(jk + \frac{1}{r}\right) \cdot \Phi$$

4.3 Approximation des basses fréquences

Jusqu'à ce point du calcul nous n'avons pas fait intervenir les dimensions de la source. Supposons maintenant que le rayon R de la sphère source soit très petit devant la longueur d'onde λ du son émis soit $R \ll \lambda$. Comme $\lambda = 2\pi/k$ il vient $k.R \ll 1$. On peut écrire, sur la surface de la sphère, $Rv = -(1 + jkR)\Phi$ et, par un calcul d'approximation

$$\Phi = -R.v.(1 - jkR)$$

Sur la sphère de rayon R , l'onde émise modifie les propriétés de la surface Σ . On peut admettre qu'il existe une force de pression $f = p.\Sigma$ ce qui donne

$$f = p.\Sigma = j\omega\mu_0 R.(1 - jkR)\Sigma.v$$

Or $j\omega v$ est l'accélération "a" d'un point de la surface de la sphère, on peut donc écrire :

$$f = \mu_0 R \Sigma . a - k\omega\mu_0 R^2 \Sigma . v$$

On voit donc apparaître une masse (facteur de a) que nous appellerons "masse de rayonnement" $m_R = \mu_0 R \Sigma$ et une force de frottement fluide de type " $-h.v$ ". En tenant compte de ce que $\Sigma = 4\pi R^2$ et en ne conservant que la valeur de Σ dans les calculs il vient

$$m_R = \frac{\mu_0}{2\sqrt{\pi}} . \Sigma^{3/2} \quad h = \frac{\mu_0 \Sigma^2 \omega^2}{4\pi c}$$

on constate que la masse de rayonnement est indépendante de la pulsation, ce qui sera bien commode, en revanche la force de frottement fluide est très sensible à la valeur de la pulsation. Les calculs numériques que nous mènerons plus loin nous montreront, malgré tout, que, devant les frottements mécaniques, cette force est faible.

Il nous reste à déterminer la constante A du potentiel des vitesses. On suppose toujours la rayon R de la sphère petit devant la longueur d'onde et on désigne par v_0 la valeur maximale de la vitesse $v = v_0 . \exp(j\omega t)$. On négligera le terme jkR dans l'expression de Φ :

$$\Phi = -Rv_0 \exp(j\omega t) = \frac{A}{R} \exp(j\omega t) \quad A = -v_0 . R^2$$

La fonction Φ prend alors l'expression en un point à la distance $r > R$:

$$\Phi(r) = -\frac{R^2.v}{r} \exp(-jkr)$$

où v désigne toujours la vitesse en un point de la sphère source. La pression au point loin de la sphère source s'écrit alors :

$$p = -\mu_0 j\omega \Phi = \mu_0 . \frac{4\pi R^2}{4\pi r} j\omega v . \exp(-jkr)$$

4.4. MODÉLISATION DU RAYONNEMENT D'UNE ENCEINTE ACOUSTIQUE 49

Or $j\omega v$ est l'accélération d'un point de la sphère source et $4\pi R^2 a$ représente le flux d'accélération ϕ_a sortant de la surface de la source, de sorte que l'on peut écrire :

$$p = \frac{\mu_0 \phi_a}{4\pi r} \exp(-jkr)$$

Nous en retiendrons le résultat important suivant : la pression sonore en un point à la distance r de la source est inversement proportionnelle à r et proportionnelle au flux d'accélération sortant de la source.

Par ailleurs on peut faire le calcul de la célérité c dans le cas d'un gaz parfait. Nous avons déjà vu (2.3) que le coefficient de compressibilité adiabatique vaut $\chi = 1/\gamma P_0$. Pour une mole d'un gaz parfait, de masse molaire M , la masse volumique s'écrit M/V_0 . Par ailleurs l'équation des gaz parfaits donne $P_0 V_0 = R T_0$, soit $\chi \mu_0 = M/\gamma R T_0$ et

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$$

Pour une température de $20^\circ C$, la célérité du son dans l'air est de l'ordre de 340 m.s^{-1} .

4.4 Modélisation du rayonnement d'une enceinte acoustique

Nous nous placerons ici uniquement dans le cas des basses fréquences, en gros inférieures à 200 Hertz . Nous appellerons enceinte acoustique un volume clos rigide sur lequel on a fixé un ou plusieurs haut-parleurs et, éventuellement, un haut-parleur passif ou un évent de bass-reflex. A 100 Hertz la longueur d'onde du son dans l'air étant de l'ordre de $3,4 \text{ m}$, on admettra que les dimensions de l'enceinte sont petites devant la longueur d'onde, ce qui est bien vérifié en pratique. On fera donc l'hypothèse que pour le rayonnement dans un espace infini et dans l'air l'enceinte rayonne comme une sphère pulsante, même si seulement une partie de sa surface est en vibration.

Une vérification expérimentale en a été faite en salle anéchoïque avec un haut-parleur de 13 cm monté dans une enceinte close de volume 16 litres . Le microphone de mesure était placé à 1 m du centre du plan du haut-parleur successivement dans l'axe, à 90° de l'axe et à 180° de l'axe. Les courbes de réponse obtenues se superposent à une excellente précision jusqu'à 300 Hertz , après, bien sûr, les choses se gâtent mais on s'en doutait un peu. On peut remarquer que l'on a l'habitude de faire les mesures à 1 m du haut-parleur, c'est une sorte de norme communément admise dans ce domaine.

Le rayonnement se traduit alors par l'existence d'une pression efficace à 1 m du haut-parleur proportionnelle au flux d'accélération efficace :

$$P_{eff} = \mu_0 \cdot \Sigma \cdot \omega^2 \cdot X_{eff} / 4\pi$$

Le domaine de variation des pressions acoustiques étant très étendu on utilise aussi une échelle logarithmique en décibels acoustiques *dBA* en comparant la pression actuelle à une pression de référence correspondant au seuil d'audition de l'oreille humaine dans les meilleures conditions. Cela correspond à une pression efficace de $2 \cdot 10^{-5}$ Pascal, ce qui est très peu comparé à la pression atmosphérique normale ($1,013 \cdot 10^5$ Pascals). Le niveau en *dBA* sera alors :

$$N \text{ dBA} = 20 \cdot \log(P_{eff} / 2 \cdot 10^{-5})$$

On peut admettre que les mesures se font à une température de l'ordre de $20^\circ C$, sous la pression atmosphérique normale ce qui donne une masse volumique de l'air de $1,2 \text{ kg/m}^3$. Tous calculs faits la formule devient

$$N \text{ dBA} = 20 \cdot \log(4775 \cdot \Sigma \cdot \omega^2 X_{eff})$$

il y a lieu d'être très prudent dans l'application de cette formule : les grandeurs sont exprimées dans le système légal, Σ en m^2 et X_{eff} en m .

Donnons une application numérique de cette formule. Prenons le cas d'un haut-parleur de 21 cm de diamètre extérieur, le diamètre utile de la membrane est d'environ 16 cm, ce qui donne une surface de $2 \cdot 10^{-2} m^2$. Nous allons chercher quel doit être le déplacement pour obtenir 90 *dBA* à 1 m à une fréquence de 50 Hertz soit une pulsation de 314. On peut écrire, en passant à la fonction inverse du logarithme

$$10^{4,5} = 4775 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 314^2 \cdot X_{eff}$$

tous calculs faits on trouve $X_{eff} = 3,36 \cdot 10^{-3} m = 3,36 \text{ mm}$, et la valeur maximale de l'amplitude est $X_{max} = 4,75 \text{ mm}$. On constate que pour obtenir du niveau sonore aux basses fréquences il faut des déplacements conséquents de la membrane du haut-parleur. Dans le cas précédent pour une plaque de champ de 5 mm d'épaisseur il faut une bobine de 15 mm de longueur.

En fait, l'hypothèse du rayonnement en champ libre est une hypothèse d'école, choisie parce qu'elle donne les calculs les plus simples. En réalité les choses se passent moins bien : dans le cas d'une écoute domestique dans une pièce d'habitation les dimensions de la salle sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde du son émis, on aura donc des phénomènes d'ondes stationnaires qui perturberont le modèle avec une tendance à augmenter le niveau des graves. Dans le cas d'une sonorisation de plein air, on ne pourra pas négliger l'influence du sol qui ne pourra être quantifiée de façon sûre. Le modèle de la sphère pulsante (ou monopole acoustique) ne pourra prétendre

à représenter tout le rayonnement d'une enceinte acoustique, mais c'est le modèle le plus simple dont les résultats donnent une bonne approximation de ce qui se passe. C'est pour cette raison que nous continuerons à l'utiliser tout en connaissant ses limites.

Il est d'ailleurs illusoire de vouloir vérifier expérimentalement la validité de ce modèle car les conditions du champ libre sont pratiquement impossibles à réaliser au laboratoire pour des fréquences de 20 *Hertz* à 200 *Hertz*. Les meilleures chambres anéchoïques du monde sont très peu fiables en dessous de 100 *Hertz*. Pour absorber un son il faut une épaisseur de laine de verre supérieure à la longueur d'onde du son. Or à 100 *Hertz* la longueur d'onde est déjà de 3,40 *m* et à 20 *Hertz* de 17 *m*, on voit les difficultés à surmonter pour réaliser une chambre anéchoïque qui absorbe réellement les sons produits dans cette gamme de fréquences.

Le meilleur moyen de faire des mesures efficaces consisterait à lancer un ballon captif au dessus d'une forêt aux alentours de 1000 *m* d'altitude (en évitant un couloir aérien) et de fixer sur le câble l'enceinte à étudier munie de ses instruments de mesure et d'une liaison radio avec le sol. Il faudra travailler par temps sec car l'air sec absorbe plus le son que l'air légèrement humide. Tout le monde a constaté qu'on entend mieux le train dans le lointain quand il va pleuvoir que quand il fait soleil. Tout cela est hors de portée de l'amateur moyen et nous devons nous contenter du modèle ci-dessus pour avoir une idée du rayonnement d'une enceinte acoustique aux fréquences basses.

Chapitre 5

Etude de l'enceinte close

5.1 Modélisation de l'enceinte close

Nous avons vu que lorsqu'un haut-parleur, dont les dimensions sont faibles devant la longueur d'onde du son, était placé dans l'air, il brassait un peu de gaz dans son voisinage immédiat mais ne rayonnait pas à distance. On dit qu'il y a court-circuit acoustique entre l'avant et l'arrière de la membrane. Pour obtenir du rayonnement il faut donc supprimer ce court-circuit acoustique. La première idée consiste à placer le haut-parleur au centre d'un immense panneau plan (le baffle infini), mais cela pose quelques problèmes en particulier avec les surpressions statiques qui peuvent détruire le transducteur. On se tourne donc vers l'enceinte close qui enferme l'onde arrière dans un volume clos, dont les dimensions sont supposées faibles devant la longueur d'onde du son. La surpression acoustique y a alors la même valeur en tout point. Nous avons vu en **2.3** que le déplacement d'une membrane, jouant le rôle d'un piston ramenait une raideur supplémentaire k' dont la valeur, dans le cas d'une transformation adiabatique était :

$$k' = \gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma^2 / V_0$$

Par ailleurs le rayonnement, supposé isotrope, ramène sur la membrane une masse de rayonnement :

$$m_R = \frac{\mu_0}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \Sigma^{3/2}$$

cette masse devra être ajoutée à la masse de l'équipage mobile m et on posera $M = m + m_R$ pour écrire l'équation fondamentale de la dynamique. L'application numérique de la formule au cas du haut-parleur de 21 cm prédécut donne une masse de rayonnement de 0,96 g, ce qui est faible mais pas totalement négligeable. En revanche une petite erreur sur cette masse, due à l'imprécision du modèle, n'aura que de faibles conséquences sur la masse totale.

Ce même rayonnement provoque l'apparition d'une force de frottement fluide du type $f_f = -h'.dx/dt$ avec

$$h' = \frac{\mu_0 \cdot \Sigma^2 \cdot \omega^2}{4\pi c}$$

pour le haut-parleur précédent, à 100 *Hertz*, on trouve $h' = 0,04$. Quand on sait que pour un haut-parleur h tourne autour de l'unité, l'influence du rayonnement sera faible, mais nous montre malgré tout les limites du modèle en supposant h constant.

Dans les équations donnant le déplacement de la membrane il nous faudra remplacer m par M et k par $k + k'$. Pour ne pas alourdir l'écriture nous poserons toujours $\omega_0^2 = k/M$, en sachant que cette valeur est légèrement plus petite que la précédente. Par ailleurs nous poserons $k' = A.k$, où A est, en quelque sorte, la raideur normalisée de l'enceinte. Il existe un volume de l'enceinte tel que $k' = k$, ce volume est désigné par V_{AS} et il vaut :

$$V_{AS} = \gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma^2 / k$$

ce volume constitue une caractéristique du haut-parleur et on peut écrire $A = V_{AS}/V_0$.

Nous poserons toujours $2.S_T = H \cdot \omega_0 / k = H/M \cdot \omega_0$ avec la restriction vue plus haut. Nous conserverons $\nu = \omega/\omega_0$ et nous pourrions écrire l'accélération de la membrane, en amplitude complexe sous la forme :

$$(j\omega)^2 \cdot X = \frac{Bl \cdot U}{R \cdot M} \cdot \frac{(j\nu)^2}{(j\nu)^2 + 2.S_T \cdot j\nu + 1 + A}$$

Divisons haut et bas par $1 + A$ et posons $\nu' = \nu/\sqrt{1 + A}$ et $S = S_T/\sqrt{1 + A}$, il vient

$$(j\omega)^2 \cdot X = \frac{Bl \cdot U}{R \cdot M} \cdot \frac{(j\nu')^2}{(j\nu')^2 + 2.S \cdot j\nu' + 1}$$

cela va nous permettre de calculer le rayonnement de l'enceinte.

5.2 Fonction de transfert du niveau acoustique

Nous avons vu que la pression acoustique efficace était proportionnelle au flux d'accélération de la membrane sortant de l'enceinte. Cette accélération efficace a pour valeur :

$$A_{eff} = \frac{Bl \cdot U_{eff}}{R \cdot M} \cdot \frac{\nu'^2}{\sqrt{(1 - \nu'^2)^2 + 4.S^2 \cdot \nu'^2}}$$

soit en repassant à la formule donnant le niveau acoustique en *dB*A à 1 m

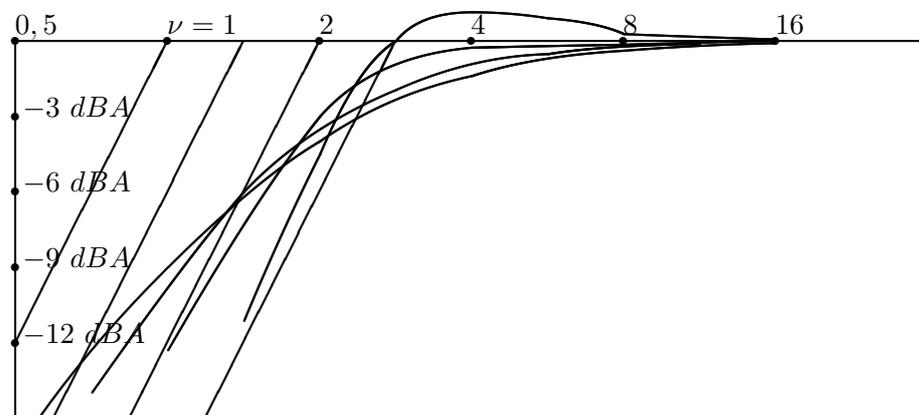
$$N \text{ dB}A = 20 \cdot \log 4775 \cdot \frac{\Sigma \cdot Bl}{R \cdot M} \cdot U_{eff} + 20 \cdot \log \frac{\nu'^2}{\sqrt{(1 - \nu'^2)^2 + 4.S^2 \cdot \nu'^2}}$$

On peut poser, comme caractéristique du haut-parleur, le terme

$$E = \frac{\Sigma.Bl}{R.M.}$$

que nous appellerons "efficacité intrinsèque" du haut-parleur. Sa valeur a la bonne idée d'être voisine de quelques unités, ce qui simplifie les calculs. Le deuxième terme dépend de la fréquence et on a la surprise de retrouver la fonction de transfert d'un filtre passe haut du second ordre. Le haut-parleur en enceinte close aura donc comme fonction de transfert de rayonnement celle d'un filtre passe haut du second ordre dont la fréquence charnière serait $f'_0 = f_0.\sqrt{1+A}$ et dont le facteur d'amortissement serait $S = S_T/\sqrt{1+A}$. On constate que ces valeurs dépendent de A , soit du volume de l'enceinte; on obtiendra donc diverses courbes de réponse suivant le volume de celle-ci. Quand $A \rightarrow 0$, $V_0 \rightarrow \infty$ et on retrouve les caractéristiques du haut-parleur en enceinte de volume infini, où il faut tenir compte de la masse de rayonnement dans le calcul de la fréquence de résonance.

Pour fixer les idées nous allons tracer les courbes de réponses d'un haut-parleur fictif tel que $S_T = \sqrt{2}$ pour diverses valeurs du volume V_0 exprimées en prenant comme unité de volume V_{AS} . Pour $S = S_T$, $V_0 \rightarrow \infty$, pour $S = 1$, $V_0 = V_{AS}$, pour $S = \sqrt{2}/2$, $V_0 = V_{AS}/3$ et pour $S = 0,5$, $V_0 = V_{AS}/7$.



On remarque que, pour des amortissement élevés, donc des volumes importants, le niveau de l'extrême grave est faible. Cela se produit pour les valeurs $S = \sqrt{2}$ et $S = 1$. Les fréquences de croisement des asymptotes donnent une potentialité de descendre bas en fréquence, mais l'amortissement s'y oppose. On verra plus loin que l'on peut compenser cet inconvénient en mettant un résonateur auxiliaire de type évent ou haut-parleur passif. Mais pour l'enceinte close les valeurs convenables pour le facteur d'amortissement restent comprises entre 0,5 et $\sqrt{2}/2$ (que nous prendrons égal à 0,7). Cette dernière valeur correspond au filtre de BUTTERWORTH et donne une fréquence de coupure à -3 dB égale à $2.f_0$. Pour $S = 0,5$ on

trouverait une fréquence de coupure de $2,18.f_0$, donc très voisine. Quand on sait que les bons haut-parleurs ont des S_T compris entre 1 et 1,5, les résultats précédents restent qualitativement valables et on obtiendra une bonne enceinte close avec un S compris entre 0,5 et 0,7, le volume étant une fraction du V_{AS} . Cela donne des enceintes peu encombrantes mais ne descendant pas très bas dans le grave.

Il est utile, ici, de faire une digression. La tête humaine a des dimensions plutôt plus faibles que celles des enceintes acoustiques. Pour des fréquences basses elle constitue donc un récepteur non directif et ne pourra pas définir d'où vient le son. Des études précises de psychoacoustique ont montré que la limite était de l'ordre de 150 à 200 *Hertz*. On pourra donc jusqu'à 150 *Hertz* utiliser une enceinte volumineuse dont le placement dans la pièce est arbitraire et, au dessus, prendre des enceintes plus petites pour restituer l'effet stéréophonique. Cette solution suppose des amplificateurs spécifiques à chaque enceinte, ce qui permet de mieux les adapter mais elle n'a pas la faveur des constructeurs et c'est dommage.

5.3 Impédance électrique du haut-parleur en enceinte close

Les calculs que nous avons fait pour le haut-parleur nu pourront être repris dans le cas du haut-parleur en enceinte close en modifiant quelques paramètres. Tout d'abord la masse de l'équipage mobile tiendra compte de la masse de rayonnement et on a déjà posé $M = m + m_R$, puis la raideur de l'enceinte s'ajoutera à celle du haut-parleur $K = k + k'$. Cela nous donnera une nouvelle pulsation de résonance de l'impédance $\omega'_0{}^2 = K/M$. Par ailleurs nous avons vu qu'il fallait ajouter au terme h de la force de frottement fluide un terme h' du au rayonnement et dépendant de la pulsation mais petit devant le précédent. Nous supposons que le domaine de fréquences est assez étroit pour que l'on puisse considérer que le terme h est à peu près constant et seulement légèrement plus grand que pour le haut-parleur nu. Nous nous placerons toujours dans l'hypothèse d'une fréquence assez basse pour pouvoir négliger l'influence de l'inductance de la bobine mobile.

Nous poserons, comme d'habitude, $R'_{MS} = B^2 l^2 / (h + h')$ et $\nu' = \omega / \omega'_0$. Puis $Q'_{MS} = M \cdot \omega'_0 / (h + h')$, ce qui nous permet d'écrire l'impédance sous la forme :

$$Z = R + \frac{R'_{MS}}{1 + j \cdot Q'_{MS} (\nu' - 1/\nu')}$$

pour $\nu' = 1$ soit $f = f'_0$ on a la résonance d'impédance correspondant à l'argument nul de celle-ci. Alors $Z'_m = R + R'_{MS}$, on pose toujours $Z'_m = r'_0 \cdot R$ ce qui donne $R'_{MS} = R \cdot (r'_0 - 1)$.

On recherchera les fréquences pour lesquelles $|Z| = \sqrt{R \cdot Z'_m}$, ce qui nous

5.3. IMPÉDANCE ÉLECTRIQUE DU HAUT-PARLEUR EN ENCEINTE CLOSE 57

permettra de déterminer

$$Q'_{MS} = \frac{f'_0}{f'_2 - f'_1} \cdot \sqrt{r'_0}$$

En faisant le rapport de R'_{MS} à Q'_{MS} on peut calculer :

$$B^2 l^2 = \frac{R \cdot (r'_0 - 1) \cdot M \cdot \omega'_0}{Q'_{MS}}$$

Nous pouvons remarquer qu'en faisant croître la fréquence nous obtiendrons la valeur ω'_3 de ω telle que l'argument est à nouveau nul. Nous tombons alors dans le domaine où l'inductance intervient et où la raideur devient à peu près négligeable, cela nous permettra d'avoir une détermination approchée de l'inductance propre de la bobine mobile :

$$L = \frac{R \cdot (r'_0 - 1) \cdot Q'_{MS}}{\omega'_0 \cdot (1 + Q'^2_{MS} \cdot \nu'^2_3)}$$

Chapitre 6

Détermination des paramètres du haut-parleur par l'étude expérimentale de l'impédance

6.1 Matériel nécessaire à cette étude

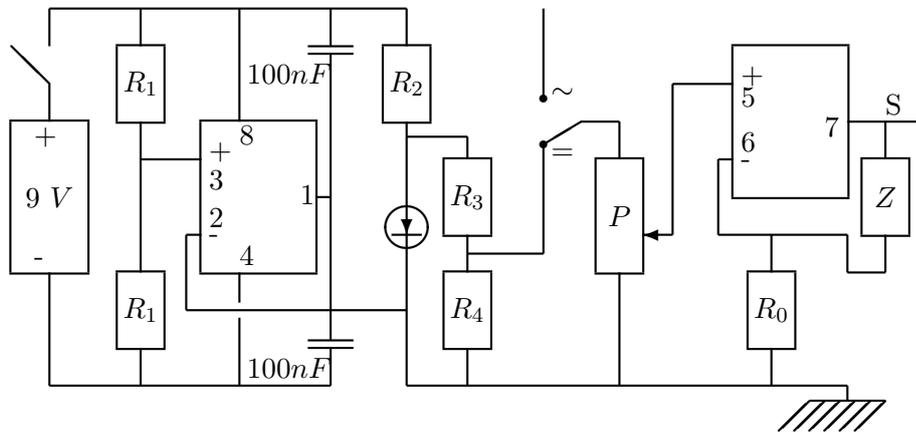
Il s'agit du matériel courant du laboratoire d'électronique des basses fréquences et de quelques accessoires. Tout d'abord on disposera d'un générateur de fonctions pouvant délivrer des signaux sinusoïdaux, un modèle bas de gamme sera largement suffisant. Un fréquencemètre avec la fonction périodemètre sera nécessaire pour mesurer avec une certaine précision les périodes de signaux sinusoïdaux, là encore point n'est besoin d'un appareil haut de gamme, un appareil à cinq digits suffira amplement. Il faudra simplement le faire chauffer quelques heures avant de commencer les mesures pour bien stabiliser sa base de temps. On aura aussi besoin d'un contrôleur 2000 points permettant de mesurer les tensions continues et sinusoïdales. Un oscilloscope standard à deux voies passant le continu permettra de déterminer par la méthode de LISSAJOUS les fréquences où l'argument de l'impédance est nul (l'ellipse se transforme en un segment de droite sur l'écran en mode X, Y).

Il faudra surtout fabriquer un boîtier de connexion à l'intérieur duquel on placera un adaptateur générateur de courant alimenté par pile. Décrivons d'abord cet adaptateur. Il utilise un double amplificateur opérationnel de type TL 072 à faible bruit. Pour éviter de mettre deux piles pour l'alimentation du montage, l'un de ces amplificateurs est monté en suiveur et son entrée + est à la moitié de la tension d'alimentation grâce à un pont diviseur à deux résistances égales à 22 *kilohms*. La sortie de cet amplificateur sera donc la masse pour l'autre amplificateur qui est monté en générateur

de courant classique. L'élément sensible de ce montage est la résistance de 10 Ohms qui devra être aussi stable que possible : un modèle dissipant 2 Watts ou même 5 Watts sera choisi pour cet usage. C'est cette résistance qui sera la référence pour les mesures de modules d'impédance. On peut remarquer que l'impédance dans laquelle on injecte le courant n'a pas de point à la masse, cela est sans importance pour l'application envisagée ici et il aurait fallu compliquer le montage avec des résistances de précision toujours chères pour obtenir un point à la masse.

Le générateur de fonctions et l'oscilloscope sont tous les deux référencés à la masse, en revanche le contrôleur, alimenté par pile, permet des mesures flottantes. Un commutateur à deux circuits et trois positions nous permettra de mesurer les tensions : aux bornes de la résistance, aux bornes de l'impédance et aux bornes de l'ensemble en série. Lorsque, sur l'écran de l'oscilloscope, on obtient un segment de droite, la tension aux bornes de l'ensemble est en phase avec la tension aux bornes de la résistance, on en déduit que la tension aux bornes de l'impédance est aussi en phase et c'est le seul résultat dont nous aurons besoin.

Un circuit auxiliaire à base d'une diode et de trois résistances permet de fournir une tension continue de l'ordre de 150 mV de façon à créer un courant pouvant aller jusqu'à 15 mA dans la résistance de 10 Ohms . Cela nous sera utile pour mesurer la résistance en continu de la bobine mobile. On utilise une diode électroluminescente pour cet usage, cela nous permet, en plus, de savoir si l'appareil est sous tension et économisera la pile.

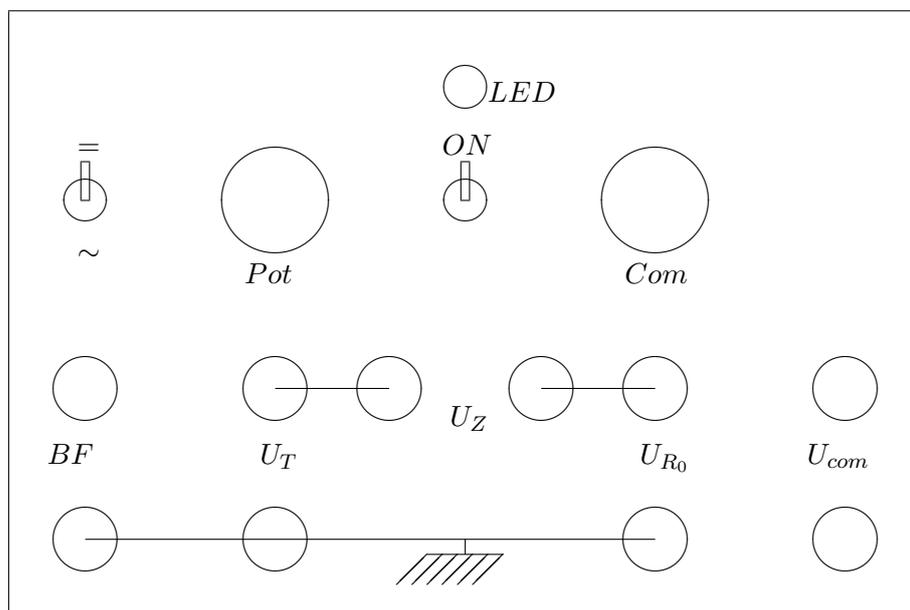


Il nous reste à donner les valeurs des éléments passifs du circuit. Les deux résistances R_1 font 22 kilohms . R_2 , avec 560 Ohms maintient un courant de 5 mA dans la diode ce qui est suffisant pour l'éclairer, surtout si on prend un modèle à haute luminosité, guère plus cher et nettement plus brillant. R_3 et R_4 constituent un pont diviseur d'environ $1/10$, soit $R_3 = 47\text{ kilohms}$ et $R_4 = 4,7\text{ kilohms}$. Le potentiomètre P est un modèle linéaire de 47 kilohms . L'inverseur permet de basculer de la tension continue du montage à la tension sinusoïdale fournie par le générateur de fonction. La

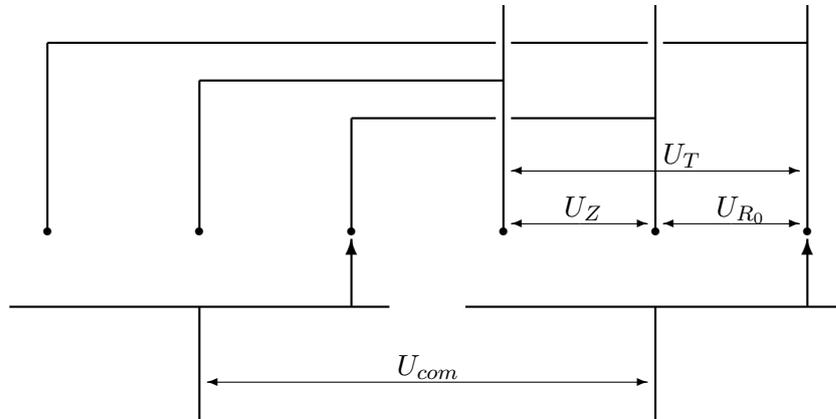
résistance R_0 est bien le modèle de 10 *Ohms* dont on a déjà parlé.

Le montage a été optimisé pour fournir un courant de sortie de 10 *mA*, largement suffisant pour les mesures en faibles signaux sur les haut-parleurs. Pour cela il faut régler la tension aux bornes de R_0 à 0,1 *V* en jouant sur le potentiomètre. La tension aux bornes de l'impédance pouvant atteindre 3 *V* on pourra mesurer des modules d'impédance jusqu'à 300 *Ohms*, ce qui est bien suffisant en pratique. Il est rare que l'on dépasse 200 *Ohms* et toutes les mesures pourront se faire sur le calibre 2 *V* du contrôleur.

Le montage pourra être réalisé sur un petit morceau de circuit imprimé en bandes au pas de 2,54 *mm* dont on découpera les bandes pour obtenir le résultat désiré. Le tout sera ensuite mis dans une boîte d'environ 150 × 90 × 60 *mm*, sur laquelle on fixera le potentiomètre, le commutateur et un certain nombre de douilles "banane" pour les connexions avec le reste du circuit.



Le branchement du commutateur se fera de la façon suivante :



On branchera le contrôleur aux bornes U_{com} , les deux entrées de l'oscilloscope aux bornes U_T et U_{R_0} et le haut-parleur aux bornes U_Z . La sortie du générateur de fonctions sera branchée aux bornes BF .

En courant continu, sur le calibre 200 mV , on règlera U_{R_0} à 100 mV et on lira la valeur de U_Z . On en déduit la résistance de la bobine mobile $R = R_0.U_Z/100$ en mesurant U_Z en mV .

6.2 Préparation du haut-parleur pour les mesures

Il faut noter, tout d'abord, que l'étude de l'impédance, dans le modèle standard déjà vu, permet de déterminer la valeur de la fréquence de résonance de l'impédance et la valeur de " Q_{MS} ". Nous ne pourrions donc pas avoir la valeur de la masse de l'équipage mobile et la raideur de la suspension. Pour cela il nous faut mesurer, avec une balance, une masse. Comme il n'est pas question de découper l'équipage mobile pour le peser et, ainsi, détruire le haut-parleur, nous allons employer une méthode de comparaison. On colle sur la membrane, aussi près que possible de la bobine mobile, une masse aimantée connue M_0 et on mesure la nouvelle fréquence de résonance de l'impédance, ou plutôt la période correspondante T'_0 à l'aide du périodemètre. Des relations :

$$\omega_0^2 = k/m \quad \text{et} \quad \omega_0'^2 = k/(m + M_0)$$

on tire

$$(m + M_0)/m = (T'_0/T_0)^2 \quad \text{soit} \quad m = \frac{M_0}{\frac{T_0'^2}{T_0^2} - 1}$$

et $k = m.\omega_0^2$.

On utilise, comme masse additionnelle, un gros fil de plomb ou de cuivre, tordu en forme de trois quarts de cercle de diamètre à peine supérieur à celui de la bobine mobile et que l'on fixera sur la face interne de la membrane à l'aide de trois points de colle cellulosique (à l'exclusion de toute autre), deux

aux extrémités du fil et un au milieu. On laissera sécher au moins une nuit. Le travail sur la face interne de la membrane permet de maintenir nette la partie visible.

La masse à coller dépend de la masse de l'équipage mobile à mesurer. On peut donner comme ordres de grandeur : pour un 13 cm de 10 à 15 g, pour un 17 cm de 15 à 20 g, pour un 21 cm de 20 à 30 g, pour un 25 cm de 25 à 35 g. Ces valeurs sont données à titre indicatif et peuvent dépendre des sources locales d'approvisionnement. Par exemple pour le plomb on peut découper de gros fils dans des chutes de tuyau de plomb à demander à son plombier préféré. Si on ne dispose pas de balance assez précise (au moins au décigramme près) on pourra faire peser ses masses additionnelles chez le pharmacien, ou demander à un laboratoire de lycée de le faire pour vous.

Pendant que la colle sèche, on préparera une enceinte close de volume adapté au haut-parleur à mesurer. On choisira du panneau de particule de 19 mm d'épaisseur qui est le plus courant pour ce genre d'application. On se rapprochera de la forme d'un cube et le volume sera : de l'ordre de 8 à 10 litres pour un 13 cm, de 10 à 20 litres pour un 17 cm, de 30 à 40 litres pour un 21 cm, de 50 à 70 litres pour un 25 cm, de 100 à 150 litres pour un 31 cm. La technique du cloué-collé sera largement suffisante pour cet usage avec une bonne colle à bois vinylique dont on enduit bien les deux faces à coller. La boîte ainsi réalisée sera, pour l'instant, fermée. A l'aide d'une scie sauteuse on découpe un trou circulaire au diamètre du haut-parleur étudié de telle sorte que l'on puisse fixer le haut-parleur avec l'aimant (et les connexions) à l'extérieur. Cette façon de fixer est le contraire d'une fixation normale en enceinte où la membrane est vue de l'avant, mais cela permet des mesures plus faciles. En particulier il faut calculer au cm^3 près le volume intérieur de l'enceinte en tenant compte du volume du trou et du volume d'air contenu à l'intérieur de la membrane. Nous laissons au lecteur le soin de rafraîchir ses connaissances en géométrie (un bon dictionnaire suffit à retrouver les formules à utiliser).

Pour la fixation du haut-parleur on vérifiera que le saladier a bien sur son pourtour un joint d'étanchéité, dans le cas contraire il faudra en faire un avec du joint mousse utilisé pour éviter les courants d'air dans les huisseries. L'enceinte et le haut-parleur doivent former un ensemble particulièrement clos, toute fuite perturbera les mesures. Si la boîte ne doit servir qu'un nombre limité de fois il est possible de fixer le haut-parleur à l'aide de vis spéciales pour aggloméré de bois. Si on désire une utilisation plus fréquente, en particulier pour des manipulations à l'usage d'étudiants, il est recommandé de se procurer des systèmes de fixation spéciaux pour haut-parleur qui utilisent des vis à métaux avec écrous à insertion dans le bois permettant un nombre important de vissages et dévissages. De plus les trous des vis sont plus éloignés du trou du haut-parleur, ce qui évite au bois d'éclater. Si on peut, on choisira des vis avec tête à six pans creux, plutôt que des têtes cruciformes, elles sont plus commodes pour les vissages et dévissages

répétés et pour la mise en place de l'écrou à insérer.

6.3 Déroulement des mesures

Les mesures se feront à courant de mesure constant et fixé à 10 mA . En effet le modèle linéaire n'est qu'approché et en particulier la fréquence de résonance de l'impédance dépend du courant injecté. Le transducteur, avec la masse additionnelle collée sur la membrane, sera, dans un premier temps, fixé de telle façon que son axe de révolution soit horizontal pour éviter un décalage de la bobine dans l'entrefer.

En courant continu, on réglera d'abord $U_{R_0} = 100 \text{ mV}$ et on mesurera U_Z en mV sur le calibre 200 mV , ce qui permettra de calculer la résistance de la bobine mobile $R = R_0 \cdot U_Z / 100$. On sait que la résistance d'un conducteur est sensible à la température, donc au courant qui le traverse, et en fixant cette valeur on est sûr de travailler toujours dans les mêmes conditions.

Ensuite on se place en régime sinusoïdal permanent et on fait croître la fréquence à partir de 20 Hertz . On fixe toujours $U_{R_0} = 100 \text{ mV}$ sur le calibre 2 V sinusoïdal cette fois. On note la première période d'annulation de l'argument (segment de droite sur l'écran de l'oscilloscope) T'_0 , on relève la valeur U'_Z correspondante, puis la seconde permettant la mesure de l'inductance T'_3 , la valeur de la tension dans ce dernier cas étant peu importante on pourra se dispenser de la noter. On détermine alors la valeur $Z'_m = R_0 \cdot U'_Z / 0,1$, les mesures étant faites en Volts cette fois. On calcule ainsi $|Z'| = \sqrt{Z'_m \cdot R}$ et la tension correspondante $0,1 \cdot |Z'| / R_0$. On cherchera les deux périodes donnant cette tension $T'_1 > T'_2$ et on calculera $r'_0 = Z'_m / R$. On en déduira la valeur de

$$Q'_{MS} = \frac{T'_0}{T'_1 - T'_2} \sqrt{r'_0}$$

On fixe ensuite le haut-parleur sur l'enceinte en prenant la précaution de maintenir l'axe de révolution horizontal. On recommence les mêmes mesures en notant T'''_0 la période de résonance de l'impédance, U'''_Z la tension à la résonance et on déterminera de même Q'''_{MS} . On mesure aussi T'''_3 .

Ensuite, à l'aide d'une lame de rasoir, on détache la masse additionnelle avec précaution et on recommence les mesures. On mesure T''_0 , période de résonance de l'impédance et U''_Z puis on détermine aussi Q''_{MS} . On mesure aussi T''_3 .

On détache alors le haut-parleur de l'enceinte et on le fixe, nu, avec son axe bien horizontal. On mesure toujours T_0 , période de résonance de l'impédance, U_Z et on calcule Q_{MS} . On mesure aussi T_3 .

On a alors en main les éléments pour calculer :

$$m = \frac{M_0}{\frac{T_0'^2}{T_0^2} - 1} \quad \text{et} \quad k = m \cdot \omega_0^2$$

puis on passe à

$$M = m + m_R = \frac{M_0}{\frac{T_0''^2}{T_0''^2} - 1} \quad k + k' = M.\omega_0^2$$

On en déduit la valeur de k' puis celle de $V_{AS} = V_0.k'/k$. On peut au passage calculer la surface active de la membrane

$$\Sigma = \sqrt{\frac{k'.V_0}{\gamma.P_0}}$$

et vérifier si l'expression de la masse de rayonnement correspond à peu près au modèle.

6.4 Exploitation des résultats de mesure

Le haut-parleur n'est jamais utilisé nu (il ne rayonne pas), il est toujours dans une enceinte, il nous faut donc tenir compte dans sa fréquence de résonance de la masse de rayonnement. Nous allons donc définir les paramètres d'un haut-parleur placé dans une enceinte close de volume infini pour tenir compte de cet effet. Nous définirons donc une pulsation de résonance $\omega_R = \sqrt{k/M}$ légèrement plus petite que ω_0 et la fréquence correspondante f_R . Le Q_{MS} correspondant à ω_0 a pour valeur $m.\omega_0/h = \sqrt{k.m/h}$. La valeur corrigé du Q_{MS} sera donc multipliée par $\sqrt{M/m}$. En tenant compte de $S_M = 1/2.Q_{MS}$ et $S_E = (r_0 - 1).S_M$ on obtient $S_T = S_M + S_E = r_0.S_M$, ces valeurs étant calculées pour le haut-parleur nu. Pour obtenir la valeur corrigée de la masse de rayonnement on multiplie par $\sqrt{m/M}$ et nous obtiendrons le S_T corrigé que nous désignerons de la même façon pour ne pas compliquer les choses

$$S_T = r_0.S_M.\sqrt{m/M}$$

c'est cette valeur qui servira dans le calcul des enceintes acoustiques.

Pour chacune des séries de mesures précédentes nous avons déterminé une masse de l'équipage mobile, nous pourrons donc calculer le produit Bl par la relation générale

$$B^2l^2 = \frac{R.(r_0 - 1).m.\omega_0}{Q_{MS}}$$

nous disposerons donc de quatre valeurs dont peut faire la moyenne et voir si elles sont compatibles.

De plus nous avons déterminé, à chaque fois, la période d'annulation de l'argument correspondant à l'influence de l'inductance. En désignant de façon générale par $\nu_3 = T_0/T_3$ la fréquence normalisée correspondante on a

$$L = \frac{R.(r_0 - 1).Q_{MS}}{\omega_0.(1 + Q_{MS}^2.\nu_3^2)}$$

on a donc ainsi quatre valeurs de l'inductance dont on peut faire la moyenne et s'en servir ultérieurement.

Pour définir l'efficacité intrinsèque du haut-parleur on pourra calculer la quantité

$$E = \frac{\Sigma.Bl}{R.M}$$

en choisissant les unités du système légal.

6.5 Exemple de mesures sur un haut-parleur

Nous avons choisi le 13 MVA de DAVIS ACOUSTICS, c'est un transducteur de 13 cm de diamètre extérieur avec un châssis en aluminium moulé très rigide. La membrane est en cellulose traitée. La masse additionnelle collée sur la membrane est de 11,5 g, c'est un fil de plomb découpé dans un tuyau. Nous traiterons d'abord les calculs liés à la seule impédance avant de passer aux interactions.

En courant continu avec une tension $U_R = 0,1 V$ on a relevé $U_Z = 0,0638 V$ ce qui donne une résistance $R = 6,38 Ohms$. On conservera trois chiffres significatifs pour les calculs tout en sachant que la précision des mesures est plus faible.

Pour le haut-parleur nu avec une surcharge de 11,5 g on mesure une période de résonance $T'_0 = 24,25 ms$ et une tension $U'_Z = 0,365 V$, ce qui donne $Z'_m = 36,5 Ohms$, $r'_0 = 5,72$, $\sqrt{R.Z'_m} = 15,3 Ohms$ et les périodes pour lesquelles la tension $U' = 0,153 V$ sont $T'_1 = 34,685 ms$ et $T'_2 = 16,628 ms$. On en déduit la valeur du coefficient de surtension mécanique $Q'_{MS} = 3,21$. Par ailleurs la période donnant la deuxième annulation de l'argument de l'impédance est $T'_3 = 3,90 ms$ et on calcule une inductance propre $L = 0,93 mH$.

Le même haut-parleur avec la même surcharge, placé dans une enceinte de volume 4,7 litres a donné les résultats suivants : $T'''_0 = 15,446 ms$, $U'''_Z = 0,292 V$, $Z'''_m = 29,2 Ohms$, $r'''_0 = 4,58$, $\sqrt{R.Z'''_m} = 13,7 Ohms$, $T'''_1 = 20,102 ms$, $T'''_2 = 11,772 ms$ et $T'''_3 = 3,487 ms$. On en déduit $Q'''_{MS} = 3,97$ et $L = 0,71 mH$.

On détache ensuite la surcharge et on laisse le haut-parleur dans la même enceinte, on obtient alors : $T''_0 = 10,204 ms$, $U''_Z = 0,389 V$, $Z''_m = 38,9 Ohms$, $r''_0 = 6,10$, $\sqrt{R.Z''_m} = 15,8 Ohms$, $T''_1 = 14,463 ms$, $T''_2 = 7,196 ms$, $T''_3 = 2,065 ms$, d'où on tire $Q''_{MS} = 3,47$ et $L = 0,62 mH$.

Puis on enlève l'enceinte et on a : $T_0 = 15,402 ms$, $U_Z = 0,403 V$, $Z_m = 40,3 Ohms$, $r_0 = 6,32$, $\sqrt{R.Z_m} = 16 Ohms$, $T_1 = 25,77 ms$, $T_2 = 9,294 ms$, $T_3 = 2,148 ms$. Le calcul donne alors $Q_{MS} = 2,35$ et $L = 0,68 mH$.

On constate tout d'abord une certaine dispersion des valeurs de l'inductance propre de la bobine. Il n'y a pas lieu de s'en étonner car nous avons choisi un modèle simplifié et que les mesures permettant de déterminer l'an-

nulation de l'argument de l'impédance sont moins précises pour un minimum assez plat que pour une résonance aiguë. Cette valeur n'est pas fondamentale comme caractéristique, elle ne sert que si on veut réaliser un circuit de BOUCHEROT pour linéariser l'impédance aux hautes fréquences du haut-parleur et cela se fait très rarement.

On peut se lancer alors dans les calculs de masse d'équipage mobile et de raideur de suspension. Pour le haut-parleur nu on trouve $m = 7,8 \text{ g}$ et $k = 1300 \text{ N.m}^{-1}$; pour le haut-parleur dans l'enceinte il vient $M = 8,9 \text{ g}$ et $k + k' = 3375 \text{ N.m}^{-1}$ soit $k' = 2075 \text{ N.m}^{-1}$ et $V_{AS} = 7,5 \text{ litres}$.

La connaissance des masses permet de calculer les diverses valeurs du produit Bl et on trouve dans l'ordre des mesures $Bl = 6,8 \text{ T.m}$, $Bl = 6,9 \text{ T.m}$, $Bl = 7,1 \text{ T.m}$ et $Bl = 6,8 \text{ T.m}$. On a ici un bon groupement de valeurs et on pourra prendre $Bl = 6,9 \text{ T.m}$. La détermination de la raideur de l'enceinte et la connaissance de son volume permet de calculer la surface de rayonnement de la membrane et on trouve $\Sigma = 83,5 \text{ cm}^2$ soit un diamètre de $10,3 \text{ cm}$ ce qui est tout à fait cohérent. On en déduit alors une efficacité intrinsèque E de valeur très proche de l'unité. Il nous reste à calculer le coefficient d'amortissement total S_T pour le haut-parleur ramené à l'enceinte close et on trouve $S_T = 1,26$ pour une fréquence de résonance $f_0 = 61 \text{ Hertz}$ dans une enceinte de volume infini. Le coefficient d'amortissement trouvé classe le modèle mesuré dans la catégorie des bons transducteurs.

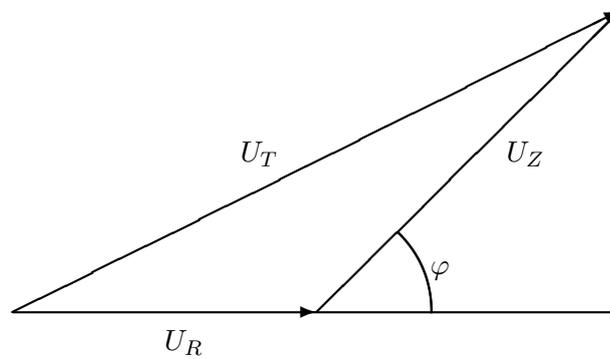
Le lecteur curieux et travailleur pourra, à partir des résultats de mesure donnés et des formules indiquées refaire les calculs pour s'entraîner avant de faire lui-même des mesures sur les haut-parleurs de son choix.

On peut profiter des mesures faites pour contrôler avec quelle précision la relation générale $T_0 = \sqrt{T_1.T_2}$ se vérifie. En prenant les résultats dans l'ordre on a $T'_0 = 24,25 \text{ ms}$ et $\sqrt{T'_1.T'_2} = 24,02 \text{ ms}$, soit un écart inférieur à 1%. Puis $T'''_0 = 15,446 \text{ ms}$ et $\sqrt{T'''_1.T'''_2} = 15,38 \text{ ms}$, soit un écart de 0,4%. Ensuite $T''_0 = 10,204 \text{ ms}$ et $\sqrt{T''_1.T''_2} = 10,20$, soit un écart négligeable. Enfin $T_0 = 15,412 \text{ ms}$ et $\sqrt{T_1.T_2} = 15,47 \text{ ms}$, soit encore un écart de 0,4%. On voit donc que, compte tenu des inévitables incertitudes de mesure, la formule est bien vérifiée et conforte le modèle choisi.

En revanche il existe un écart entre la masse de l'équipage mobile du haut-parleur nu et celle du haut-parleur dans l'enceinte que la masse de rayonnement du modèle de la sphère pulsante ne permet pas d'expliquer : on trouve en effet $m_R = 0,3 \text{ g}$. Cela est sans doute du au fait que les mesures ne sont pas faites en champ libre dans un espace infini, mais dans un laboratoire de dimensions finies dont les modes de vibration interagissent avec l'enceinte. En prenant la valeur trouvée dans ce cas on se rapproche des conditions réelles d'écoute et on ne fait pas une trop grosse erreur.

6.6 Vérification du cercle de KENNELLY

Cette vérification peut constituer une manipulation d'électroacoustique pour tester la validité du modèle standard. Pour cela il faut déterminer le module de l'impédance $|Z|$ et son $\cos \varphi$. On dispose grâce au montage réalisé de la mesure de trois tensions efficaces : l'une aux bornes de l'impédance, l'autre aux bornes de la résistance de référence et la dernière aux bornes de l'ensemble. On pourra donc faire un calcul analogue à celui de la méthode des trois voltmètres qui permettait de mesurer la puissance consommée dans une installation électrique. A cet effet on trace le diagramme de FRESNEL des trois tensions et on applique une relation simple dans le triangle obtenu.

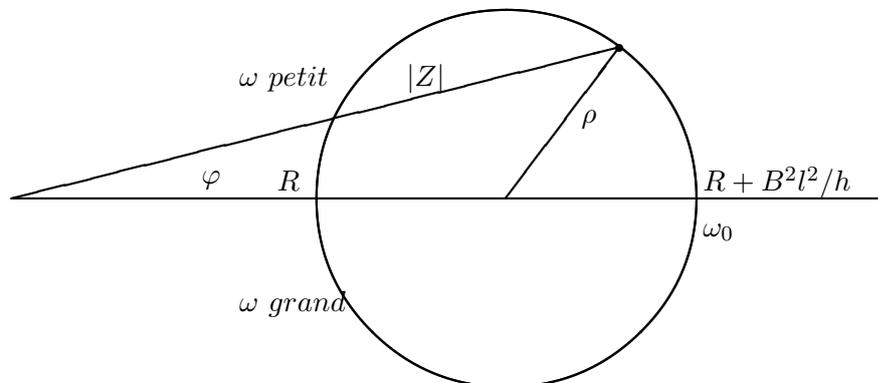


On peut alors écrire :

$$U_T^2 = U_R^2 + U_Z^2 + 2.U_R.U_Z.\cos \varphi$$

d'où la valeur de $\cos \varphi$.

On reprend maintenant la figure du cercle de KENNELLY et on met en évidence le rayon ρ du cercle en l'exprimant à l'aide de la même relation dans les triangles.



On connaît R la résistance en continu de la bobine mobile et on a déterminé le maximum du module de l'impédance Z_m par la méthode de LISSAJOUS, le centre du cercle est alors à l'abscisse $(R + Z_m)/2$ et on peut écrire

$$\rho^2 = \left[\frac{R + Z_m}{2} \right]^2 + |Z|^2 - 2 \cdot \frac{R + Z_m}{2} \cdot |Z| \cdot \cos \varphi$$

Posons, pour simplifier l'écriture, $(R + Z_m)/2 = Z_0$, valeur que l'on peut calculer. On a aussi $|Z| = R_0 \cdot U_Z / U_R$, ce qui nous permet de calculer la valeur du carré du rayon.

$$\rho^2 = Z_0^2 + R_0^2 \cdot \frac{U_Z^2}{U_R^2} - Z_0 \cdot R_0 \cdot \frac{U_T^2 - U_R^2 - U_Z^2}{U_R^2}$$

On peut faire environ une vingtaine de mesures de 5 *Hertz* en 5 *Hertz* en évitant la fréquence de résonance et utiliser un tableur pour les traiter. Avec le haut-parleur déjà utilisé on a obtenu le tableau suivant :

f	U_R	U_Z	U_T	ρ
20	0,100	0,084	0,177	16,55
25	0,100	0,096	0,186	16,53
30	0,100	0,111	0,198	16,46
35	0,100	0,134	0,217	16,43
40	0,100	0,159	0,240	16,34
45	0,100	0,195	0,276	16,22
50	0,100	0,243	0,326	16,15
55	0,100	0,308	0,397	16,38
60	0,100	0,356	0,451	16,47
70	0,100	0,390	0,488	17,06
75	0,100	0,347	0,439	17,17
80	0,100	0,304	0,391	17,19
85	0,100	0,265	0,348	17,25
90	0,100	0,232	0,313	17,04
95	0,100	0,206	0,285	17,09
100	0,100	0,185	0,264	16,94
105	0,100	0,171	0,250	16,87
110	0,100	0,154	0,234	16,89
115	0,100	0,145	0,225	16,84
120	0,100	0,136	0,218	16,82

On trouve une valeur moyenne du rayon de 16,74 *Ohms* qu'il faut comparer à $(R + Z_m)/2 = 16,88$ *Ohms*, l'écart constaté est faible. On remarque que les valeurs les plus éloignées de la bonne valeur se situent en dessous de la résonance dans le domaine où on est en contrôle de raideur, cela nous permet de penser que le modèle linéaire pour la suspension est assez approché et nous en aurons une confirmation plus loin. On trouve un écart-type de

0,34 *Ohms*, ce qui donne une incertitude maximale de l'ordre de 6%, on voit bien ici les limites du modèle.

Chapitre 7

Quelques applications.

7.1 Optimisation de l'efficacité intrinsèque.

Nous nous proposons de rechercher le meilleur couplage entre la bobine mobile et la membrane pour obtenir l'efficacité intrinsèque maximale. Pour cela nous supposons connue la masse M_m de la membrane, sa surface Σ et le champ magnétique dans l'entrefer B de l'ordre du *Tesla*. Nous englobons bien sûr dans la masse de la membrane la masse de rayonnement et celle du support de la bobine mobile, il ne nous reste donc comme masse de la bobine mobile que celle du fil la constituant. Pour simplifier au maximum le problème nous supposerons que la totalité du fil plonge dans le champ magnétique, on dit que l'on a une bobine courte. Pour obtenir des amplitudes importantes cela suppose que l'entrefer soit plus profond que la hauteur de la bobine du double de l'amplitude désirée. Une autre caractéristique fixée du haut-parleur est son impédance nominale qui donne en gros une résistance de la bobine mobile de 80% de celle-ci et fixe ainsi la valeur de R .

Désignons par ρ la résistivité du métal constituant la bobine mobile, par μ sa masse volumique, par l la longueur de fil et par s la section de ce fil. La résistance a pour valeur $R = \rho.l/s$ et la masse $M_b = \mu.l.s$; l'efficacité intrinsèque s'écrit alors :

$$E = \frac{\Sigma.B.l}{R.M} = \frac{\Sigma.B.l}{R.(\mu.l.s + M_m)}$$

avec $s = \rho.l/R$, il vient

$$E = \frac{\Sigma.B.l}{R.(\mu.\rho.l^2/R + M_m)} = \frac{\Sigma.B}{R.(\rho.\mu.l/R + M_m/l)}$$

La seule variable qui subsiste dans cette expression est l et elle apparaît au dénominateur dans une somme de deux termes dont le produit est constant. On sait, d'après les rappels mathématiques, que cette somme est minimale

lorsque les deux termes sont égaux et l'efficacité intrinsèque sera donc maximale lorsque cette condition sera réalisée, soit

$$\rho \cdot \mu l / R = M_m / l$$

Plus simplement on peut écrire

$$M_b = M_m$$

On obtient ainsi un résultat simple à énoncer : l'efficacité intrinsèque est maximale quand la masse de la bobine mobile est égale à la masse de la membrane.

Désignons par l_0 la longueur optimale du fil de la bobine mobile, avec la relation précédente on a

$$l_0^2 = R \cdot M_m / \mu \cdot \rho$$

et en reportant dans E

$$E_{max} = \frac{\Sigma \cdot B}{2\sqrt{\mu \cdot \rho \cdot R \cdot M_m}}$$

Si on se rappelle que le niveau en dB dans la bande passante vaut $N \text{ dB} = 20 \cdot \log(4775 \cdot E \cdot U_{eff})$, le terme U_{eff}/\sqrt{R} représente la racine carrée de la puissance injectée dans le haut-parleur. On voit ainsi que le rendement sera d'autant plus grand que le produit $\mu \cdot \rho$ du métal sera plus faible pour une puissance donnée. La masse de la membrane devra être aussi faible que possible compte tenu des impératifs de rigidité pour qu'elle vibre en piston. Les deux métaux utilisés pour la réalisation des bobines mobiles sont l'aluminium et le cuivre. Donnons les valeurs respectives de leur masse volumique, de leur résistivité et du produit des deux :

Aluminium	$\mu = 2,70 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 2,80 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$	$\mu \cdot \rho = 7,56 \cdot 10^{-5}$
Cuivre	$\mu = 8,92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 1,73 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$	$\mu \cdot \rho = 14,82 \cdot 10^{-5}$

On voit immédiatement que le métal le plus favorable dans ce cas est l'aluminium suivi d'assez loin par le cuivre. Avec l'aluminium on gagne 3 dB mais c'est un métal difficile à souder et le volume occupé par la bobine est plus important, ce qui augmente le volume des pièces polaires. Seuls un petit nombre de haut-parleurs "haut de gamme" utilisent des bobines mobiles en fil d'aluminium, les autres se contentent parfois de support de bobine en feuille d'aluminium qui dissipe mieux la chaleur.

7.2 Exemple d'application sur un haut-parleur de grave

Pour se fixer les idées, fabriquons par la pensée un haut-parleur de grave de 21 cm . Il s'agit bien entendu du diamètre du saladier, le diamètre de la

7.2. EXEMPLE D'APPLICATION SUR UN HAUT-PARLEUR DE GRAVE 73

membrane étant de l'ordre de 16 cm ce qui donne une surface $\Sigma = 200\text{ cm}^2 = 2.10^{-2}\text{ m}^2$. A propos de l'unité de mesure utilisée pour les haut-parleurs on peut noter que l'on a conservé les habitudes anglo-saxonnes et que le pouce règne en maître. Un haut-parleur de 21 cm est en fait un haut-parleur de 8 pouces , une bobine de 25 mm de diamètre est une bobine de 1 pouce . Prenons comme résistance de la bobine mobile $R = 4\ \Omega$ et comme masse de la membrane $M = 8\text{ g} = 8.10^{-3}\text{ kg}$ ce qui est dans les limites du possible avec une masse de rayonnement de l'ordre du gramme. La valeur du champ magnétique dans l'entrefer vaudra $B = 1,2\text{ Tesla}$. Avec ces valeurs numériques et dans le cas de l'aluminium on trouve $E_{max} = 7,72$ en appliquant la formule du paragraphe précédent. Il est d'usage de donner le niveau acoustique à 1 m dans l'axe du haut-parleur pour une puissance nominale appliquée de 1 W , soit ici une tension efficace $U_{eff} = 2\text{ V}$, ce qui donne : $N_0dB = 20. \log(4775.7, 72.2) = 97,4$. un tel rendement est un très bon chiffre rarement atteint par un haut-parleur de ce diamètre. Voyons le prix à payer pour la réalisation de la bobine mobile. Prenons comme métal l'aluminium, avec la formule du paragraphe précédent on trouve $l_0 = 20,6\text{ m}$, ce qui est beaucoup ; le diamètre du fil est alors de $0,43\text{ mm}$. Il nous faudra prendre une bobine d'au moins 50 mm de diamètre. On devra alors bobiner 130 spires en deux couches de 65 spires . La bobine aura une longueur de 28 mm , à quoi on rajoutera une longueur de 10 mm pour avoir un débattement de 5 mm , ce qui donne une épaisseur de plaque de champ de 38 mm . Cela commence à être extrêmement important. Le flux dans l'entrefer vaudra $7,2.10^{-3}\text{ Weber}$ ce qui est énorme. On aura déjà quelques difficultés pour réaliser un tel transducteur.

Voyons maintenant quelle courbe de réponse on peut espérer obtenir d'un tel engin. Nous prendrons comme raideur de la suspension $k = 1000\text{ N.m}^{-1}$ et comme raideur ramenée par l'enceinte $k' = k$ soit $V = V_{AS}$. Avec $M = 16.10^{-3}\text{ kg}$ et $K = k + k' = 2000$ on obtient une fréquence de résonance de 56 Hz ce qui est très possible. Pour calculer le coefficient d'amortissement $S = \frac{h+B^2.l^2/R}{2\sqrt{K.M}}$, prenons $h = 1$ ce qui donne $S = 9,6$. Cette valeur est très grande et donne un amortissement trop important. L'enceinte ne pourra pas fonctionner aux basses fréquences. On voit donc que l'optimisation d'un seul terme ne permet pas de conclure sur le fonctionnement global de l'enceinte. Il n'y a aucun intérêt à optimiser le terme E par la méthode précédente dans le cas d'un haut-parleur de grave, il faudra plutôt chercher à obtenir une valeur de S convenable.

En revanche on peut espérer que la méthode précédente donne des résultats convenables avec des masses de membrane beaucoup plus faibles, c'est à dire avec des haut-parleurs de médium ou d'aigu.

7.3 Application à un haut-parleur d'aigu

Nous allons envisager le cas d'un haut-parleur à dôme, dont la membrane a la forme d'une demie sphère de rayon r (à ne pas confondre avec la résistance R de la bobine mobile) faite le plus souvent d'un tissu enduit et dont le bord est moulé pour former la suspension périphérique. Dans ce cas il y a une seule suspension assez raide car les déplacements seront très faibles. La bobine mobile a le même rayon que la demie sphère et est collée sur son bord. Elle est du type bobine courte et la culasse a la même forme que pour un haut-parleur de grave. Le haut-parleur est fixé sur la face avant de l'enceinte et, cette fois, le modèle de la sphère pulsante ne pourra pas s'appliquer. On prendra comme un pis-aller le modèle du piston plat dans un plan infini qui se rapproche le plus de la réalité. La masse de rayonnement, dans le cas où la dimension du piston est faible devant la longueur d'onde dans l'air, vaut $\frac{8}{3}\mu_0.r^3$. Prenons le cas d'un tweeter à dôme de 26 mm , sa masse de rayonnement sera de 7 mg que nous pourrions négliger devant la masse de la membrane.

Pour fixer les idées nous prendrons une membrane de masse $M_m = 0,5\text{ g}$. Avec une bobine en cuivre, la masse du fil de celle-ci sera de $0,5\text{ g}$. Si s est la section du fil et l sa longueur optimisée, on aura

$$l = R.M_m/\mu.\rho = 5,2\text{ m}$$

et $s = 1,08.10^{-8}\text{ m}^2$ soit un diamètre $d = 0,117\text{ mm}$, on pourra prendre $0,12\text{ mm}$, qui est une dimension courante. Avec ces valeurs numériques on devra bobiner deux couches de 32 spires chacune, ce qui donne une épaisseur de la plaque de champ de l'ordre de 4 mm , valeur convenable. Si on suppose que le champ magnétique dans l'entrefer est $B = 1,2\text{ Tesla}$ on aboutit à une valeur de l'efficacité intrinsèque optimale de 4,13 et un niveau acoustique à un mètre de 95 dB pour un Watt appliqué, dans le modèle de la sphère pulsante. Ce dernier résultat semble assez optimiste car on trouve le plus souvent 92 dB .

Essayons maintenant d'apprécier le coefficient d'amortissement. Le haut-parleur à dôme constitue une enceinte close dont le volume est celui de la demie sphère de rayon r , soit $\frac{2}{3}\pi r^3$. La surface vibrante en translation est celle du cercle de rayon r , soit $\Sigma = \pi r^2$. La raideur de l'enceinte sera donc $k' = \gamma.P_0 \frac{\Sigma^2}{V} = \gamma.P_0 \frac{3.\pi}{2}r$. ce qui donne comme valeur numérique 8500 N.m^{-1} . Prenons pour hypothèse que la raideur de la suspension soit du même ordre de grandeur, on trouve comme fréquence de résonance 650 Herz et comme coefficient d'amortissement $S = 0,71$. On tombe sur un filtre de Butterworth, ce qui est particulièrement heureux. On voit donc que le calcul fait au paragraphe précédent peut s'appliquer au cas des haut-parleurs d'aigu et aussi des médiums à dôme, il n'a donc pas été fait en pure perte.

7.4 Etude de l'élongation de l'équipage mobile

On vient de voir qu'il existait deux configurations de bobine mobile : la bobine courte qui est toute entière dans l'entrefer et qui est surtout utilisée pour les haut-parleurs de médium et d'aigu, et la bobine longue dont l'enroulement déborde assez de l'entrefer pour assurer une élongation importante à l'équipage mobile (ensemble de la bobine mobile et de la membrane). Si la bobine mobile sort de l'entrefer on ne pourra plus assurer la linéarité du modèle : c'est la première des causes de non-linéarité de fonctionnement du haut-parleur. Supposons que la bobine mobile ait une longueur L (attention ce n'est pas la longueur de fil que nous avons désigné par l) et que l'épaisseur de l'entrefer soit e , l'élongation maximale d'un côté sera $X_{max} = (L - e)/2$. C'est la limite de fonctionnement linéaire du haut-parleur : au-delà le haut-parleur peut "talonner".

Reprenons une des formules démontrées au paragraphe 5.1

$$(j\omega)^2 \cdot X = \frac{Bl.U}{R.M} \cdot \frac{(j\nu)^2}{(j\nu)^2 + 2.S_T.j\nu + 1 + A}$$

Divisons de deux côtés par $\omega_0^2 = k/M$ et simplifions par $(j\nu)^2$ il vient

$$X = \frac{Bl.U}{k.R.(1 + A)} \cdot \frac{1}{(j\nu')^2 + 2.S.j\nu' + 1}$$

en gardant les notations utilisées dans ce même paragraphe. En repassant aux valeurs réelles il vient

$$X_{max} = \frac{Bl.U_{eff}\sqrt{2}}{k.R.(1 + A)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \nu'^2)^2 + 4.S^2.\nu'^2}}$$

La puissance nominale que pourra supporter le haut-parleur vaut $P_{max} = \frac{U_{eff}^2}{R}$ en confondant l'impédance nominale avec la résistance de la bobine, ce qui entraîne une erreur faible. De toutes les façons le calcul que nous faisons n'est qu'approché. On trouve alors

$$P_{max} = \frac{k^2.R.(1 + A)^2.X_{max}^2}{2.B^2l^2} [(1 - \nu'^2)^2 + 4.S^2.\nu'^2]$$

Il est facile de voir que pour $S > 0,7$ le terme entre crochets n'a d'autre minimum que 1 et que la valeur minimale que peut prendre la puissance appliquée au haut-parleur est alors

$$P_{max} = \frac{k^2.R.(1 + A)^2.X_{max}^2}{2.B^2l^2}$$

Cette puissance augmente avec la fréquence et un autre phénomène physique va intervenir pour limiter la puissance appliquée : c'est la limite de la

puissance thermique que peut dissiper la bobine mobile. C'est la puissance maximale indiquée dans les caractéristiques des constructeurs.

Prenons le cas de valeurs courantes pour un haut-parleur et faisons l'application numérique correspondante : $k = 1000$ $X_{max} = 5.10^{-3} m$ $A = 1$ $Bl = 6 T.m$ $R = 8 \Omega$. On trouve $P_{max} = 11 W$. Ce qui est inférieur à la puissance thermique limite qui pourrait être de l'ordre de $80 W$. On constate malgré tout qu'il y a pratiquement un ordre de grandeur entre ces deux chiffres et qu'il faut éviter de trop forcer sur le bouton de grave si on ne veut pas déformer le son.

Les calculs précédents nous ont montré au passage que pour une tension efficace de valeur constante et de fréquence variable l'amplitude maximale de l'élongation se comportait comme le résultat d'un filtre passe-bas et qu'au-delà de la fréquence de résonance l'amplitude devenait très faible. Si on fait fonctionner le haut-parleur seulement au dessus de sa fréquence de résonance, ce qui est le cas pour les haut-parleurs de médium ou d'aigu, l'élongation sera très faible et on pourra utiliser une bobine courte.

Pour des valeurs de la fréquence inférieures à la fréquence de résonance de l'enceinte on voit que l'élongation de l'équipage mobile est, en gros, proportionnelle à la tension appliquée : on dit que l'on a un contrôle par la raideur de l'enceinte. Pour des valeurs supérieures à la fréquence de résonance, c'est l'accélération de l'équipage mobile qui est proportionnelle à la tension appliquée : on dit que l'on a un contrôle par la masse de l'équipage mobile (la force est proportionnelle à l'accélération).

7.5 Etude de la non-linéarité de la suspension de la membrane

Nous venons de voir que si l'élongation de la membrane devenait trop importante il apparaissait une non-linéarité due au fait que la bobine ne se trouvait plus dans un champ uniforme. On peut observer une non-linéarité plus subtile liée à la variation de la fréquence de résonance de l'impédance. Précisons le phénomène : à l'aide du générateur de courant constant injectons un courant dans la bobine mobile du haut-parleur et étudions la figure de LISSAJOUS représentant sur l'écran de l'oscilloscope la tension en fonction de l'intensité comme pour la mesure des caractéristiques d'un haut-parleur. Déterminons pour un courant de valeur efficace donnée la valeur de la fréquence pour laquelle on obtient sur l'écran un segment de droite : c'est la fréquence de résonance de l'impédance.

Faisons varier la valeur de l'intensité efficace et recommençons l'expérience : on obtient un nouveau segment de droite pour une valeur légèrement différente de la fréquence. Alors que la relation entre la tension aux bornes de la bobine et le courant qui la traverse est parfaitement linéaire expérimentalement, la fréquence de résonance a légèrement varié. Cela implique une non-linéarité

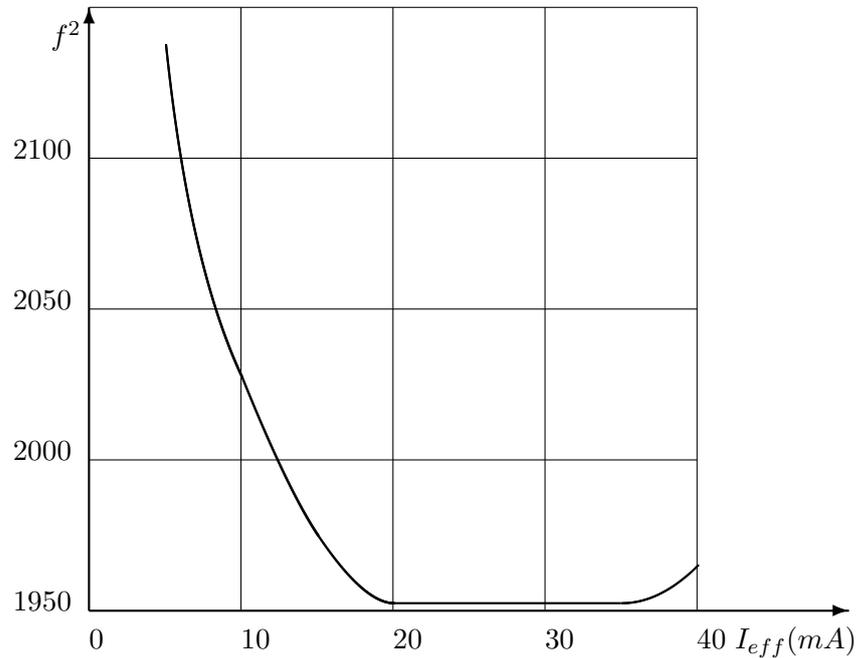
7.5. ETUDE DE LA NON-LINÉARITÉ DE LA SUSPENSION DE LA MEMBRANE 77

dans les équations. Mais si on ajoutait, par exemple un terme en x^2 du type $-k.x - \epsilon.x^2$ dans l'équation différentielle du mouvement, on introduirait dans le résultat du régime sinusoïdal permanent des termes de fréquences double, triple etc... qui détruiraient le segment de droite. L'expérience se fait, néanmoins, en régime sinusoïdal permanent et on peut faire l'hypothèse que le déplacement imposé de la membrane provoque dans la suspension une élévation de température due à un phénomène d'hystérésis non-linéaire et, par là même, une modification de la valeur de la raideur. On peut admettre que la valeur de la raideur, pour un courant sinusoïdal de valeur maximale I_{max} donnée est du type $k(I_{max})$ (k fonction de I_{max}). Ce qui fait que le carré de la pulsation de résonance (ainsi que le carré de la fréquence de résonance) dépend de I_{max} ($\omega_0^2 = k/M$). Comme on est loin du domaine relativiste on peut supposer que la masse de la membrane reste constante.

Pour fixer les idées réalisons une expérience avec un générateur de courant qui permet d'injecter jusqu'à 40 mA en faisant varier l'intensité de 5 en 5 mA. Le haut-parleur utilisé est un modèle de 21 cm de bonne qualité. On mesure la tension efficace U_1 au bornes de la résistance de 10 Ω , la tension efficace U_2 aux bornes du haut-parleur et on règle la fréquence de façon à observer un segment de droite sur l'écran de l'oscilloscope. Il est plus facile de mesurer avec précision la période de cette tension car on tombe dans les millisecondes et le fréquencemètre, utilisé en périodemètre, donne une précision de 5 chiffres largement suffisante. A partir de la période on calcule le carré de la fréquence et le tableau suivant donne les résultats obtenus.

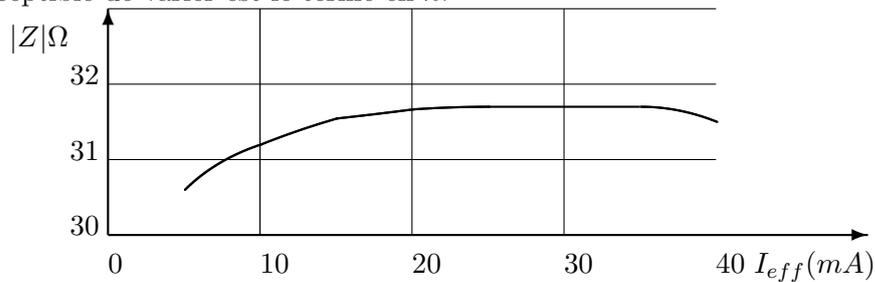
U_1	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
U_2	0,153	0,312	0,471	0,631	0,792	0,951	1,11	1,258
T ms	21,63	22,22	22,5	22,63	22,63	22,63	22,63	22,56
f^2	2137	2026	1976	1952	1952	1952	1952	1966
$ Z $	30,6	31,2	31,4	31,5	31,7	31,7	31,7	31,5

On constate que la fréquence diminue d'abord, puis se stabilise à une valeur à peu près fixe, aux erreurs de mesure près, puis tend à augmenter de nouveau et, là, on est limité par les performances du générateur de courant. On constate donc que la loi (si loi il y a) est loin d'être simple et ne permet pas une représentation mathématique facile.



L'incertitude relative sur la valeur de k est de l'ordre de $(2137 - 1952)/1952$ soit 9,5 % ce qui doit nous inciter à une grande prudence quant à la linéarité du modèle utilisé dans ce livre.

Le module de l'impédance varie lui aussi mais dans une proportion moindre, or il ne contient pas de terme en k ; vue la faible valeur du courant utilisé on est dans le domaine de linéarité du produit Bl , la bobine ne s'échauffe pratiquement pas et sa résistance est constante : le seul terme susceptible de varier est le terme en h .

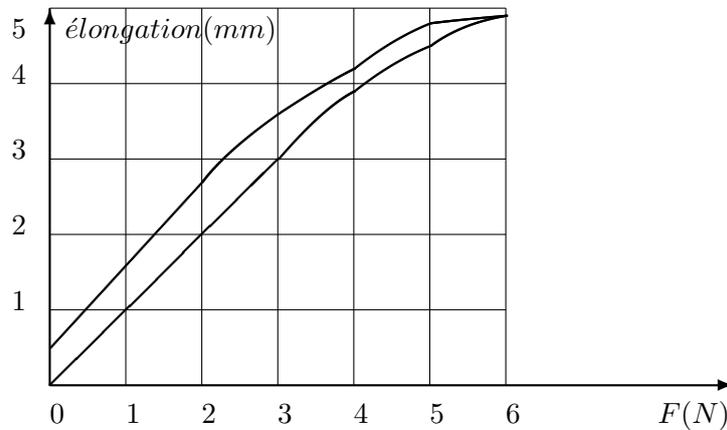


On peut penser que la suspension, n'étant pas un ressort parfait, produit un effet viscoélastique amenant une force de frottement fluide qui s'ajoute aux autres forces du même type et qui varie avec le déplacement.

Il est possible que lors du déplacement de la membrane la température de la suspension varie et modifie les propriétés viscoélastiques des matériaux la constituant. Une étude statique du déplacement de la membrane en fonction de la force appliquée a en effet montré un phénomène d'hystérésis très net : le déplacement n'est pas le même quand la force augmente et quand

7.6. INFLUENCE DE L'INDUCTANCE PROPRE DE LA BOBINE MOBILE 79

elle diminue.



On peut supposer qu'en faisant des mesures à valeur efficace du courant constante la valeur de k ne varie pas trop, mais on n'en est pas sûr. Cela peut expliquer en particulier les écarts au modèle dans le calcul du cercle de KENNELY. Pour diminuer les risques d'erreur dans les mesures des paramètres du haut-parleur, il serait bon de rechercher la valeur du courant correspondant à la partie plate de la courbe et de faire la mesure pour cette valeur. Ainsi on espère minimiser les erreurs. Une étude plus fine de ce phénomène peut justifier un article scientifique sur le sujet.

7.6 Influence de l'inductance propre de la bobine mobile

Nous avons jusqu'à maintenant négligé le terme en $L\omega$ devant le terme en R en nous plaçant autour de la fréquence de résonance de l'impédance. Or le haut-parleur fonctionne surtout pour des fréquences supérieures, il est alors en contrôle de masse et l'accélération de l'équipage mobile est proportionnelle à la tension appliquée dans l'hypothèse précédente. La fréquence étant plus élevée on ne pourra plus négliger l'influence de l'inductance propre de la bobine mobile, en revanche on pourra négliger l'influence de la raideur de la suspension.

Passons tout de suite en amplitude complexe pour écrire l'équation du mouvement :

$$M.(j\omega)^2.X + h.j\omega.X + k.(1 + A)X = Bl.I$$

L'équation électrique s'écrit alors :

$$U = R.I + jL\omega.I + Bl.j\omega.X$$

Nous sommes à des fréquences suffisamment élevées pour pouvoir négliger les termes constants et en ω devant les termes en ω^2 , l'équation du mouvement se réduit alors à :

$$M.(j\omega)^2.X = Bl.I$$

L'équation électrique peut s'écrire :

$$I = \frac{U - Bl.j\omega.X}{R + j.L\omega}$$

ce qui donne

$$M.(j\omega)^2.X = \frac{Bl.U}{R + j.L\omega} - \frac{B^2l^2.j\omega.X}{R + j.L\omega}$$

Le dernier terme est négligeable devant les deux autres, il reste finalement comme flux d'accélération

$$\Sigma.(j\omega)^2.X = \frac{\Sigma.Bl.U}{R.M} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}.\omega}$$

On reconnaît l'efficacité intrinsèque

$$E = \frac{\Sigma.Bl}{R.M}$$

et la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre de pulsation de coupure $\omega_1 = R/L$. Au delà de cette pulsation on a une décroissance de la courbe de réponse à -6 dB/octave .

Prenons un exemple numérique : l'inductance propre de la bobine est souvent de l'ordre de $0,5 \text{ mH}$, prenons pour résistance 8Ω , la fréquence de coupure est de l'ordre de 2500 Herz . Or les courbes de réponse peuvent monter au dessus de cette valeur et le modèle choisi n'est plus valable à ces fréquences. Supposer le piston rigide n'est valable que jusqu'à quelques centaines de *Herz*, par la suite la membrane se déforme et donne des modes de vibration qui permettent d'étendre la courbe de réponse. C'est ce qui fait que le son de différents haut-parleurs n'est pas le même ainsi que le son de différents violons. Le calcul que nous venons de faire nous montre les limites du modèle choisi.

Chapitre 8

Filtres pour enceintes acoustiques

8.1 Introduction

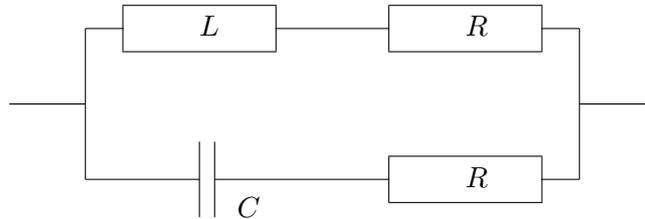
L'auteur aurait bien voulu réduire ce chapitre à sa plus simple expression, mais il est obligé de le développer pour combattre certaines idées reçues et proposer des solutions novatrices. Précisons d'abord la modélisation classique des filtres pour enceintes acoustiques. On fait l'hypothèse que l'impédance du haut-parleur dans son enceinte se réduit à sa résistance R et on calcule le filtre avec une combinaison de bobines et de condensateurs suivant qu'on le désire passe-haut ou passe-bas. On pourra relire avec profit les paragraphes **2.9** à **2.11** à ce sujet pour les filtres passe-haut et en remplaçant le condensateur par la bobine et réciproquement pour les filtres passe-bas (le lecteur passionné pourra dans ce dernier cas refaire les calculs de la fonction de transfert).

Tout cela est bien beau mais est totalement faux : l'impédance d'un haut-parleur ne peut en aucune façon être considérée comme constante et égale à R . Reprenons les choses par le début : envisageons une enceinte close pour simplifier, cela peut être le cas d'une enceinte pour haut-parleur de grave, ou de medium ou d'aigu. Les haut-parleurs de medium, en particulier les mediums à dôme, sont clos en fabrication de même que les tweeters. C'est seulement pour ces derniers que l'on a besoin d'un filtre passe-haut. Dans tous les autres cas on peut avoir besoin d'un filtre passe-bas pour délimiter la bande passante du transducteur. Au voisinage de la fréquence de résonance l'impédance est représentée, dans le plan complexe, par le cercle de KENNELLY : elle varie fortement en norme et en argument ; tout ce que l'on peut faire comme approximation dans cette zone est de négliger l'influence de l'inductance propre de la bobine mobile, mais il faut conserver tous les autres termes. Pour des fréquences bien au dessus de la résonance l'impédance peut se modéliser comme un dipôle de résistance R légèrement

croissante avec la fréquence en série avec une bobine d'inductance propre L , on pourra alors faire l'hypothèse d'une résistance constante. Cela est rendu possible par le fait que les éléments passifs disponibles pour réaliser les filtres électriques sont fournis avec une certaine précision (5% en général) sinon cela coûte trop cher et donc qu'on n'a pas besoin d'un calcul trop strict.

8.2 Le circuit de BOUCHEROT

Dans ce dernier cas : fréquence élevée, dipôle assimilable à une résistance R en série avec une bobine d'inductance propre L on peut se ramener au cas de la résistance R seule en mettant en parallèle sur le dipôle précédent un dipôle constitué d'une résistance R en série avec un condensateur de capacité C convenablement calculé : c'est le circuit de BOUCHEROT.



Comme nous avons des circuits en parallèle, nous calculerons les admittances. L'admittance de la bobine est $1/(R + j.L\omega)$, celle du circuit capacitif est $1/(R + 1/j.C\omega)$. L'admittance totale sera donc

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{L\omega}{R}} + \frac{1}{R} \cdot \frac{j.R.C\omega}{1 + j.R.C\omega}$$

Pour obtenir le résultat souhaité (admittance totale égale à $1/R$), il suffit que

$$1 + j \cdot \frac{L\omega}{R} = 1 + j.R.C\omega$$

soit

$$L = R^2.C$$

ce qui permet le calcul de la capacité du condensateur.

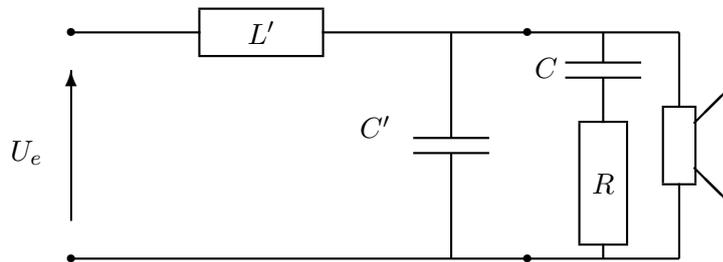
Par exemple , dans la série des résistances à 5% de puissance dissipée $5 W$ on trouve les valeurs $6,8 \Omega$ et $8,2 \Omega$; on pourra prendre la dernière valeur pour des haut-parleurs d'impédance nominale 8Ω . Les constructeurs sérieux indiquent dans les caractéristiques de leurs produits la valeur de l'inductance propre de la bobine, comme on fait un calcul approché cela sera largement suffisant. Par exemple pour un haut-parleur de medium on trouve souvent des valeurs de l'ordre de $0,1 mH$, ce qui avec $8,2 \Omega$ donne $C = 1,5 \mu F$.

8.3. FILTRE PASSE-BAS POUR HAUT-PARLEUR DE GRAVE OU DE MÉDIUM 83

On peut avoir intérêt à utiliser un tel circuit aussi pour des tweeters qui n'ont pas à être coupés par un filtre passe-bas. Mais aux fréquences supersoniques l'impédance du tweeter augmente fortement et cela peut perturber l'amplificateur qui l'alimente en provoquant des oscillations parasites. Avec un circuit de BOUCHEROT l'impédance du tweeter aux fréquences élevées reste à peu près résistive ce qui assure un meilleur fonctionnement à l'amplificateur.

8.3 Filtre passe-bas pour haut-parleur de grave ou de médium

On suppose que l'on a déterminé le circuit de BOUCHEROT pour le haut-parleur en question. Aux fréquences élevées l'impédance est assimilable à celle d'une résistance R . On se contentera de donner le cas d'un filtre passe-bas du second ordre de type BUTTERWORTH qui est le plus utilisé. On place en parallèle sur l'ensemble haut-parleur plus circuit de BOUCHEROT un condensateur de capacité C' et en série avec le tout une bobine d'inductance propre L' dont on supposera la résistance négligeable (elle pourra être de l'ordre de $R/10$ ou moins).



L'ensemble R et C' en parallèle a pour impédance $\frac{R}{1+j.R.C'\omega}$, la bobine a pour impédance $j.L'\omega$; la fonction de transfert du filtre sera alors :

$$\frac{\frac{R}{1+j.R.C'\omega}}{j.L'\omega + \frac{R}{1+j.R.C'\omega}} = \frac{1}{1 + \frac{j.L'\omega}{R} - L'.C'.\omega^2}$$

ce qui donne en passant à la norme :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + L'^2.C'^2.\omega^4 - 2.L'.C'.\omega^2 + \frac{L'^2.\omega^2}{R^2}}}$$

Pour obtenir un BUTTERWORTH d'ordre 2 on ne doit pas avoir de termes en ω^2 sous le radical, ce qui donne :

$$L' = 2.R^2.C'$$

La pulsation de coupure à -3 dB est donnée par $L'.C'.\omega_0^2 = 1$.

A titre d'exemple calculons le filtre pour le haut-parleur de medium du paragraphe précédent et pour une fréquence de coupure de 4000 Hertz. On a $L'.C' = 1,58.10^{-9}$ et $\frac{L'}{C'} = 128$ ce qui donne $L' = 0,45$ mH et $C' = 3,5$ μ F, valeurs tout à fait convenables.

Mais il faut éviter de transposer le cas précédent au cas du filtre passe-haut de même nature car on se trouve alors dans le voisinage de la résonance du haut-parleur et l'impédance varie fortement.

8.4 Enceinte close en série avec un condensateur de capacité C

Le calcul classique consiste à dire que l'on a un filtre $R - C$ du premier ordre dont la pulsation de coupure est donnée par $R.C.\omega_0 = 1$, or cela est totalement faux car l'ensemble du condensateur et du haut-parleur dans l'enceinte constitue un filtre passe-haut à 18 dB/octave. Ce résultat n'a jamais figuré dans aucun papier sur le sujet, chacun se contentant de reproduire l'erreur du voisin. Et pourtant il suffit de tracer la courbe de réponse d'un tweeter en série avec un condensateur pour trouver la bonne courbe.

Nous allons nous placer dans l'hypothèse des basses fréquences où l'on peut négliger l'influence de l'inductance propre de la bobine mobile devant la résistance et l'impédance du condensateur. Nous supposons que le haut-parleur est placé dans une enceinte close, cela peut être un medium clos ou un tweeter. Les notations utilisées sont celles que l'on a déjà vues. Nous passons tout de suite en amplitude complexe et nous écrivons l'équation de la dynamique sous la forme :

$$[(j\omega)^2.M + h.j\omega + k.(1 + A)].X = Bl.I$$

puis l'équation électrique

$$U = (R + \frac{1}{j.C\omega}).I + Bl.j\omega.X$$

On tire I de la première équation et on reporte dans la seconde, il vient

$$U = (R + \frac{1}{j.C\omega}).[(j\omega)^2.M + h.j\omega + k.(1 + A)].\frac{X}{Bl} + Bl.j\omega.X$$

soit en multipliant des deux côtés par $\frac{Bl}{R.M}$

$$\frac{U.Bl}{R.M} = (1 + \frac{1}{j.R.C\omega}).[(j\omega)^2 + \frac{h}{M}.j\omega + \frac{k}{M}.(1 + A)].X + \frac{B^2l^2}{R.M}.j\omega.X$$

et, en mettant $(j\omega)^2.X$ en facteur,

$$\frac{U.Bl}{R.M} = (1 + \frac{1}{j.R.C\omega}).(1 + \frac{h + \frac{B^2l^2}{R}}{M} \cdot \frac{1}{j\omega} + \frac{k}{M} \cdot \frac{1 + A}{(j\omega)^2})(j\omega)^2.X$$

Nous poserons, comme d'habitude

$$h + \frac{B^2 l^2}{R} = H \quad \frac{H}{M} = 2.S_T.\omega_0 \quad \frac{k}{M} = \omega_0^2 \quad \omega_2 = \frac{1}{R.C}$$

Nous calculons maintenant le flux d'accélération en multipliant par Σ , surface de la membrane

$$\Sigma.(j\omega)^2.X = U.\frac{\Sigma.Bl}{R.M} \cdot \frac{1}{[1 + \frac{\omega_2}{j\omega}].[1 + 2.S_T.\frac{\omega_0}{j\omega} + (1 + A).\frac{\omega_0}{j\omega}]^2}$$

Nous retrouvons l'efficacité intrinsèque du haut-parleur :

$$E = \frac{\Sigma.Bl}{R.M}$$

Dans les termes dépendant de la pulsation l'un est la fonction de transfert (filtre passe-haut) du haut-parleur et l'autre est la fonction de transfert (filtre passe-haut du premier ordre) du circuit série $R C$. Si ω_2 était très grand devant ω_0 le filtre du premier ordre serait prépondérant devant le filtre du second ordre et on retrouverait le résultat classique et faux, car il serait bien inutile d'acheter très cher un haut-parleur pour n'utiliser qu'une toute petite partie de sa courbe de réponse, d'autant que, dans ce cas on ne pourrait plus négliger l'influence de l'inductance propre de la bobine. Le rapport de ω_2 à ω_0 ne peut pas dépasser une à deux octaves et les courbes sont assez voisines pour que l'asymptote résultante soit à 18 dB/octave , ce qui est largement suffisant en pratique.

Le calcul précédent s'applique bien au cas du filtrage des tweeters, il suffit de mettre un condensateur en série avec le tweeter pour obtenir un bon filtrage. Avec un haut-parleur d'impédance nominale 8Ω une valeur comprise entre 1 et $2,2 \mu F$ convient parfaitement. Il s'agit, bien évidemment, de tweeters à bobine mobile, pour les tweeters piézoélectriques le calcul est différent et nous en parlerons plus loin.

8.5 Filtres pour enceinte et puissance dissipée

Le domaine des fréquences audibles pour une oreille d'une vingtaine d'année est de l'ordre de 20 Hertz à 20 kiloHertz , soit 3 décades ce qui n'est pas rien. A titre de comparaison le domaine de sensibilité de l'œil, exprimé en longueur d'onde de la lumière dans le vide, est de $0,4$ à $0,8 \mu m$, soit une octave. L'ouïe est un de nos sens les plus affinés et il est dommage qu'on le détruise en écoutant de la musique à des niveaux trop importants. Malheureusement il existe une tendance qui fait fabriquer des enceintes faisant beaucoup de bruit, à défaut de bonne musique. De la sorte un seul haut-parleur ne peut pas couvrir toute la bande passante de l'oreille et une enceinte acoustique comprend, au minimum, deux haut-parleurs et souvent plus.

Envisageons le cas le plus simple de deux transducteurs. On a un grave-medium et un tweeter. Le grave-medium va encaisser la plus grande partie de la puissance jusqu'à 2 à 3 kHz et le tweeter le peu qui reste au delà. La puissance maximale que peut supporter une enceinte acoustique est spécifiée par une norme. En gros on injecte un bruit blanc filtré, dans le domaine grave par un filtre à 6 $dB/octave$ passe-haut de fréquence de coupure à $-3 dB$ de 50 Hz et dans le domaine supérieur par un filtre passe-bas à $-12 dB/octave$ de fréquence de coupure à $-5 dB$ de 500 Hz . La puissance maximale est dissipée aux alentours de 150 Hz .

Le haut-parleur de grave dissipera ainsi une puissance plus faible dans l'extrême grave où la puissance est limitée par le débattement de l'équipage mobile comme vu au 7.4. Dans le domaine du medium c'est la puissance thermique limite dissipée dans la bobine mobile qui fixera la limite. Le tweeter, quant à lui, recevra ainsi une puissance très faible et ne risquera pas de griller selon les normes. En effet la bobine mobile d'un tweeter est plus petite et dissipe une puissance moindre. Malheureusement l'enceinte est alimentée par un amplificateur qui est capable de fournir la puissance limite supportée. Si la musique contient un fort niveau d'aigu, ce qui se produit souvent avec de la musique électronique le tweeter ne supportera pas cette surcharge et grillera. C'est pour cette raison, entre autres, que l'on utilise plutôt des tweeters piézoélectriques qui sont plus robustes mais fournissent un son de moins bonne qualité dans les enceintes de sonorisation.

Les filtres pour enceinte doivent absorber le moins possible d'énergie pour ne pas perturber le fonctionnement. En particulier il ne faut pas négocier sur la qualité des condensateurs : les électrochimiques sont à proscrire absolument. La tension de service doit être choisie suffisamment élevée pour ne faire courir aucun risque à l'élément. Pour les bobines il faut choisir du fil de diamètre suffisant pour que la résistance résiduelle soit inférieure, au moins, au dixième de l'impédance nominale. Par ailleurs on évitera les noyaux magnétiques qui amènent des pertes de puissance. D'après ce que nous avons déjà vu il est inutile de mettre un filtre passe-haut du second ordre sur un haut-parleur de medium, un simple condensateur suffit. Le filtre passe-bas pourra être du second ordre avec un circuit de BOUCHEROT pour lisser l'impédance du haut-parleur aux fréquences élevées.

On voit que la réalisation d'une enceinte acoustique alimentée par un seul amplificateur pose des problèmes pas toujours faciles à résoudre. L'auteur conseille, ce que les fabricants ne font pratiquement jamais, de faire des enceintes amplifiées avec un amplificateur par type de haut-parleur. Le medium-grave étant alimenté par un amplificateur de forte puissance et le tweeter par un amplificateur de puissance plus faible qu'il est capable de supporter. Le filtrage se fait avant les amplificateurs et ne pose aucun problème car on travaille alors avec de faibles signaux et des impédances purement résistives. Les filtres de toute sorte, à base d'amplificateurs opérationnels, sont bien connus et ne posent aucune difficulté. En revanche, pour assurer

8.6. FONCTION DE TRANSFERT DE DEUX FILTRES BUTTERWORTH D'ORDRE DEUX⁸⁷

une bonne stabilité aux fréquences élevées pour les amplificateurs de puissance, il sera bon de mettre en parallèle sur chaque haut-parleur le circuit de BOUCHEROT adapté; cela ne coûte que quelques Francs (de l'ordre de un euro) et évite les accrochages en haute fréquence néfastes pour la qualité du son et la durée de vie des haut-parleurs.

Cette solution impose d'avoir un préamplificateur séparé, mais le problème de la liaison de l'amplificateur de puissance avec les enceintes par des cables de fort diamètre est résolu puisque l'on a seulement quelques décimètres à franchir. Le reste du signal se transmet à faible puissance par du cable blindé normal. Les puristes pourront même utiliser une liaison balancée pour éviter de capter les parasites de la ligne. On trouve dans le commerce des amplificateurs de puissance intégrés pour des puissances comprises entre 10 et 100 W de très bonne qualité et d'un prix très raisonnable pour que la réalisation d'une enceinte multiamplifiée ne soit pas un gouffre financier. En plus on peut choisir des haut-parleurs qui n'ont pas le même rendement puisqu'on peut les égaliser électroniquement, ainsi on pourra marier des haut-parleurs au son de bonne qualité sans contrainte.

Certaines enceintes haut- de gamme du commerce sont vendues "prêtes pour la biamplification". En fait le filtre pour le grave-médium a une entrée séparée du filtre pour le tweeter. Les deux pouvant être mis en parallèle dans le cas d'un seul amplificateur. Cette méthode est à proscrire car il y a toujours entre le haut-parleur et l'amplificateur un filtre passif cher et dont l'efficacité est sujette à caution. Il vaut mieux utiliser un filtre actif avant les deux amplificateurs montés sur l'enceinte.

8.6 Fonction de transfert de deux filtres BUTTERWORTH d'ordre deux

Nous allons voir ici comment assurer par des filtres actifs la séparation des signaux vers les amplificateurs alimentant les haut-parleurs spécialisés. Nous aurons besoin d'un filtre passe-bas pour le grave-médium et d'un passe-haut pour le tweeter. Nous supposons que l'on a réalisé l'égalisation des rendements dans la bande passante de chaque haut-parleur à l'aide d'un potentiomètre, ce que l'on peut difficilement faire avec un filtre passif. On pourra ainsi choisir des haut-parleurs avec des rendements différents mais dont les caractéristiques sont excellentes pour l'application désirée.

Nous admettrons, pour simplifier, que les filtres envisagés ont un gain unité dans leur bande passante. Le filtre BUTTERWORTH passe-haut d'ordre deux a pour fonction de transfert

$$\frac{(j \cdot \frac{f}{f_1})^2}{(j \cdot \frac{f}{f_1})^2 + j \cdot \sqrt{2} \frac{f}{f_1} + 1}$$

où f_1 est la fréquence de coupure à -3 dB du filtre.

Le filtre BUTTERWORTH passe-bas d'ordre deux a pour fonction de transfert

$$\frac{1}{(j \cdot \frac{f}{f_2})^2 + j \cdot \sqrt{2} \frac{f}{f_2} + 1}$$

On ajoute les deux fonctions de transfert pour avoir la fonction de transfert totale des deux haut-parleurs et rechercher comment faire pour avoir une courbe aussi plate que possible. Les deux courbes de réponse se coupent pour une fréquence de croisement que nous appellerons f_0 , en échelle logarithmique ces courbes sont symétriques par rapport à cette fréquence et on pourra poser $f_1 = f_0/\alpha$ et $f_2 = \alpha \cdot f_0$ et nous choisirons $\alpha > 1$. De plus nous utiliserons les fréquences normalisées par f_0 et écrirons $\nu = f/f_0$. Je demande au lecteur toute son indulgence mais il nous faut écrire et faire les calculs pour en tirer une conclusion valable. Faisons la somme des deux fonctions de transfert en fréquence réduite :

$$\begin{aligned} & \frac{-\alpha^2 \nu^2}{1 - \alpha^2 \nu^2 + j\sqrt{2}\alpha\nu} + \frac{1}{1 - \frac{\nu^2}{\alpha^2} + j\sqrt{2}\frac{\nu}{\alpha}} \\ & \frac{-\alpha^2 \nu^2 \cdot (1 - \frac{\nu^2}{\alpha^2} + j\sqrt{2}\frac{\nu}{\alpha}) + 1 - \alpha^2 \nu^2 + j\sqrt{2}\alpha\nu}{(1 - \alpha^2 \nu^2 + j\sqrt{2}\alpha\nu)(1 - \frac{\nu^2}{\alpha^2} + j\sqrt{2}\frac{\nu}{\alpha})} \\ & \frac{1 - 2\alpha^2 \nu^2 + \nu^4 + j\sqrt{2}\alpha\nu(1 - \nu^2)}{(1 - \alpha^2 \nu^2)(1 - \frac{\nu^2}{\alpha^2}) - 2\nu^2 + j\sqrt{2}\alpha\nu(1 - \frac{\nu^2}{\alpha^2}) + j\sqrt{2}\frac{\nu}{\alpha}(1 - \alpha^2 \nu^2)} \end{aligned}$$

ce qui donne enfin :

$$\frac{1 - 2\alpha^2 \nu^2 + \nu^4 + j\sqrt{2}\alpha\nu(1 - \nu^2)}{1 + \nu^4 - \nu^2(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + 2) + j\sqrt{2}\nu(\alpha + \frac{1}{\alpha})(1 - \nu^2)}$$

On constate qu'à la fréquence de croisement $\nu = 1$ les termes imaginaires s'annulent au numérateur et au dénominateur, il reste :

$$\frac{2 - 2\alpha^2}{-(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2})} = \frac{2\alpha^2 \cdot (\alpha^2 - 1)}{1 + \alpha^2}$$

On remarque que si $\alpha = 1$ la fonction de transfert s'annule pour la fréquence de croisement le rayonnement de l'enceinte est alors nul. C'est ce qui se passe quand les fréquences de coupure des deux filtres sont égales. Il faut donc éviter ce cas. On peut relier ce cas à celui des filtres passifs où l'on conseille de permuter les fils du tweeter pour rétablir le bon rayonnement, mais cela n'est valable que pour la fréquence de coupure et au delà on se retrouve avec un tweeter rayonnant à l'envers.

De plus si $\alpha < 1$ la fonction de transfert est négative ce qui implique un déphasage de 180° . Le seul cas valable est $\alpha > 1$ que nous avons choisi dès

8.7. RÉALISATION DU FILTRE ACTIF PASSE-BAS BUTTERWORTH D'ORDRE DEUX.89

le départ. On peut chercher la valeur de α qui donne la valeur unité à la fonction de transfert pour avoir une courbe assez plate. On a

$$2.\alpha^2.(\alpha^2 - 1) = \alpha^2 + 1$$

$$2.\alpha^4 - 3.\alpha^2 - 1 = 0$$

équation bicarrée avec une racine positive :

$$\alpha^2 = \frac{3 + \sqrt{9 + 8}}{4} = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} = 1,78$$

Ce qui donne une valeur $\alpha = 1,33$. On peut penser qu'il y aura une petite ondulation positive de part et d'autre de la fréquence de croisement. Le calcul de cette ondulation est assez délicat et nous avons fait assez de calculs pour ce cas. On peut se poser la question de la valeur de α si on prend une valeur de la fonction de transfert à la fréquence de croisement légèrement inférieure à l'unité β .

$$2.\alpha^2.(\alpha^2 - 1) = \beta.(1 + \alpha^2)$$

$$2.\alpha^4 - (2 + \beta).\alpha^2 - \beta = 0$$

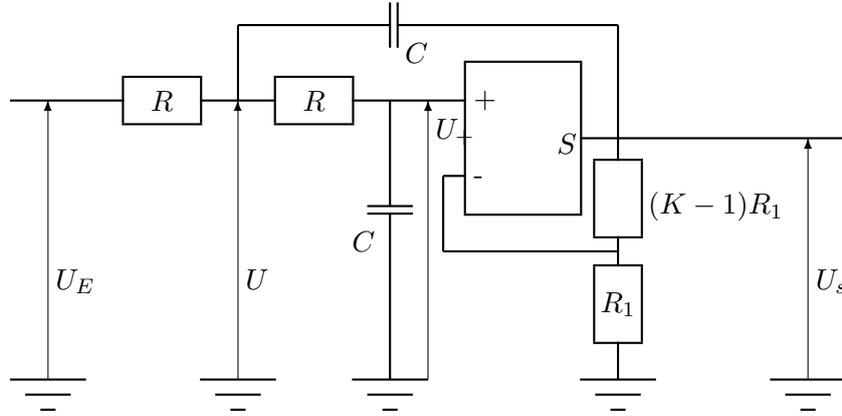
la solution positive est

$$\alpha^2 = \frac{2 + \beta + \sqrt{(2 + \beta)^2 + 8.\beta}}{4}$$

Le calcul avec $\beta = 0,9$ donne $\alpha = 1,30$ et un gain de $-0,9 \text{ dB}$. On voit que la valeur de α est assez pointue. Comme les hypothèses faites pour le calcul ne sont pas nécessairement satisfaites il vaut mieux prévoir la possibilité de faire varier α à l'aide d'un potentiomètre double sur l'un des filtres.

8.7 Réalisation du filtre actif passe-bas BUTTERWORTH d'ordre deux.

Pour éviter l'emploi de bobines chères et possédant une résistance série, nous utiliserons des amplificateurs opérationnels avec des résistances et des condensateurs de bonne qualité (les électrochimiques sont à réserver pour les alimentations). Nous commencerons par le filtre passe-bas dont la fonction de transfert est la plus simple à écrire.



Entre la sortie et l'entrée "-" nous avons un diviseur potentiométrique à résistances tel que :

$$\frac{U_-}{U_S} = \frac{R_1}{(K-1)R_1 + R_1} = \frac{1}{K} \text{ soit } U_- = \frac{U_S}{K}$$

Si on suppose l'ampli op idéal alors $U_+ = U_- = U_S/K$ et aucun courant ne circule dans les entrées "+" et "-".

De U vers U_+ nous avons un diviseur potentiométrique à impédances analogue à un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert est :

$$\frac{U_+}{U} = \frac{1}{1 + j.R.C.\omega}$$

Au point où la tension vaut U nous avons la jonction de trois branches et le courant total algébrique est nul :

$$\frac{U_E - U}{R} + \frac{U_+ - U}{R} + [U_S - U]j.C.\omega = 0$$

$$U_E + U_+ - 2.U + (U_S - U)j.R.C.\omega = 0$$

En tenant compte de la valeur de U issue de l'équation précédente

$$U = (1 + j.R.C.\omega).U_+ = (1 + j.R.C.\omega).\frac{U_S}{K}$$

ce qui donne :

$$U_E + \frac{U_S}{K} - \frac{2.U_S}{K}.(1 + j.R.C.\omega) + j.R.C.\omega.U_S - j.R.C.\omega.(1 + j.R.C.\omega).\frac{U_S}{K} = 0$$

$$U_S.[j.R.C.\omega(1 + j.R.C.\omega).\frac{1}{K} + \frac{2}{K}(1 + j.R.C.\omega) - j.R.C.\omega - \frac{1}{K}] = U_E$$

$$U_S.[\frac{1}{K} + j.R.C.\omega(\frac{3}{K} - 1) + \frac{(j.R.C.\omega)^2}{K}] = U_E$$

d'où on tire la fonction de transfert

$$\frac{U_S}{U_E} = \frac{K}{(j.R.C.\omega)^2 + (3 - K).j.R.C.\omega + 1}$$

et en posant $R.C.\omega_2 = 1$ et $\nu = \omega/\omega_2$ on a la fonction de transfert en fréquence réduite :

$$\frac{U_S}{U_E} = \frac{K}{(j.\nu)^2 + (3 - K).j.\nu + 1}$$

Pour avoir un filtre BUTTERWORTH d'ordre deux il faut que le terme facteur de $j.\nu$ soit égal à $\sqrt{2}$ soit $3 - K = \sqrt{2}$ ou $K = 3 - 1,414 = 1,586$.

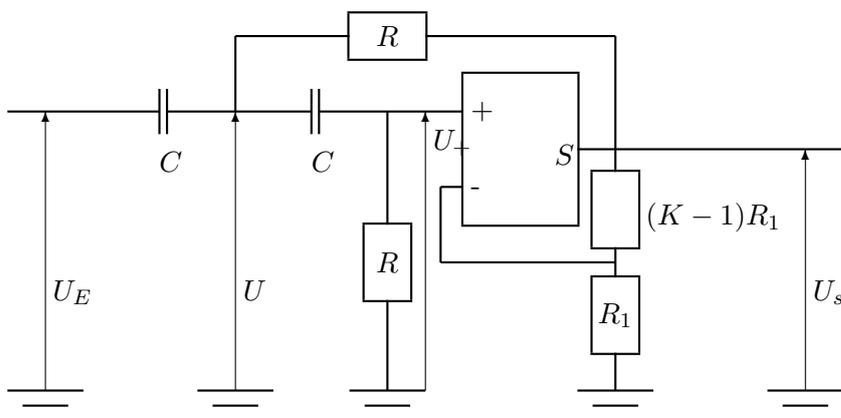
Avec les amplificateurs opérationnels de type JFET tels que les TL071-72 on a l'habitude de prendre une résistance de charge de l'ordre de $3,3 \text{ kilohms}$. Le calcul exact donne $R_1 = 2,08 \text{ kilohms}$ et $(K - 1)R_1 = 1,22 \text{ kilohms}$. On pourra prendre des résistances à 1% si on est puriste et riche, sinon on se contentera de résistances à 5%, l'une de $2,2 \text{ kilohms}$ et l'autre de $1,2 \text{ kilohms}$.

La fréquence de coupure à -3 dB est donnée par $f_c = \frac{1}{2.\pi.R.C}$ où R est compris entre 10 et 100 *kilohms*. Ce filtre sera celui qui alimente de grave-médium. On décide que sa fréquence de coupure sera réglable sur une octave car cela ne comporte aucun risque pour un grave-médium de le couper trop haut. En revanche descendre trop bas en fréquence pour un tweeter risque de l'endommager.

La résistance R sera faite en deux parties en série : l'une, fixe, de 10 *kilohms*, et l'autre variable de 0 à 10 *kilohms*. On aura donc besoin d'un potentiomètre double de $2 * 10 \text{ kilohms}$. La valeur maximale de R sera donc de 20 *kilohms*. Si on prend une fréquence basse de 3000 *Hertz*, on aura une fréquence haute de 6000 *Hertz*. La valeur de la capacité du condensateur sera donc $C = 2,65 \text{ nF}$, on prendra la valeur normalisée 2,7 *nF*.

8.8 Réalisation du filtre actif passe-haut de BUTTERWORTH d'ordre deux.

On obtient simplement ce filtre en permutant R et C du filtre précédent.



Dans les calculs il suffit de remplacer R par $1/j.C.\omega$ et $1/j.C.\omega$ par R , ou, ce qui revient au même, $j.C.\omega$ par $1/R$. Ainsi le terme $j.R.C.\omega$ sera remplacé par le terme $1/j.R.C.\omega$. En passant en pulsation (ou en fréquence réduite) on remplacera $j.\nu$ par $1/j.\nu$. La fonction de transfert s'écrit alors :

$$\frac{U_S}{U_E} = \frac{K}{\frac{1}{(j.\nu)^2} + \frac{3-K}{j.\nu} + 1} = \frac{K.(j.\nu)^2}{(j.\nu)^2 + (3-K).j.\nu + 1}$$

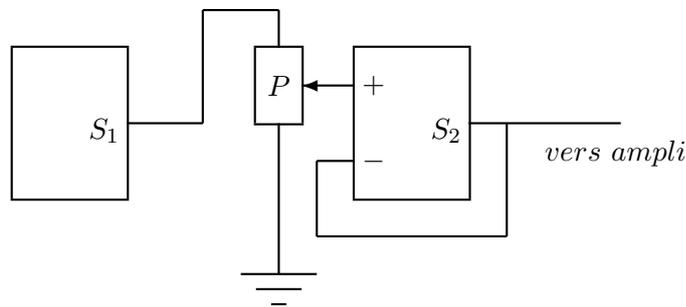
Pour avoir un filtre passe-haut BUTTERWORTH d'ordre deux il suffit de faire $3 - K = \sqrt{2}$ et on a :

$$\frac{U_S}{U_E} = \frac{K.(j.\nu)^2}{(j.\nu)^2 + j.\nu\sqrt{2} + 1}$$

On retrouve donc les mêmes valeurs que précédemment : $K = 1,586$ et $R.C.\omega_1 = 1$ en désignant par ω_1 la pulsation de coupure à -3 dB du filtre passe-haut. Si le lecteur n'est pas convaincu par cette méthode, il peut reprendre le calcul rigoureux fait au paragraphe précédent. Il doit retrouver le même résultat.

Pour ces deux filtres il est bon de prévoir en sortie un tampon de gain unité pour attaquer les amplificateurs de puissance alimentant les haut-parleurs, et, entre le filtre et le tampon, un potentiomètre permettant d'égaliser les rendements des deux haut-parleurs, si nécessaire.

8.8. RÉALISATION DU FILTRE ACTIF PASSE-HAUT DE BUTTERWORTH D'ORDRE DEUX.93



Lorsque l'on construit une enceinte acoustique le plus gros volume est occupé par le volume de charge du haut-parleur de grave(ou grave-médium). Il sera indiqué d'y ménager un espace pour installer le filtre et les amplificateurs de puissance qui seront de la sorte reliés aux haut-parleurs par des fils aussi courts que possible. Cela suppose, bien sûr, que l'on dispose d'un préamplificateur permettant les réglages et les liaisons aux autres éléments de la chaîne. Les réglages à effectuer sur les filtres sont à faire une fois pour toutes, il n'est donc pas nécessaire qu'ils restent accessibles.

Le fil de liaison du préamplificateur aux enceintes pourra être du fil blindé un conducteur par enceinte. Si on veut pinailler on peut mettre en sortie du préamplificateur un circuit symétriseur et en entrée de l'enceinte un circuit dissymétriseur pour avoir une liaison à deux conducteurs sous blindage qui, en principe, élimine quelques parasites. Cela suppose l'utilisation de prises "XLR" mais l'auteur ne garantit pas une amélioration fantastique.

Si on fait une enceinte à trois voies avec un grave, un médium et un tweeter le calcul des filtres se fait de la même façon mais il en faut quatre au lieu de deux car on met en cascade, pour le médium, un filtre passe-haut et un filtre passe-bas. A ce sujet on peut remarquer que dans le cas d'enceinte à trois voies avec filtrage passif, le filtre du médium est très délicat à réaliser et ne donne souvent pas de bons résultats. C'est pour cela que la majorité des enceintes du marché sont des enceintes à deux voies qui donnent de meilleurs résultats qu'une enceinte à trois voies mal conçue.

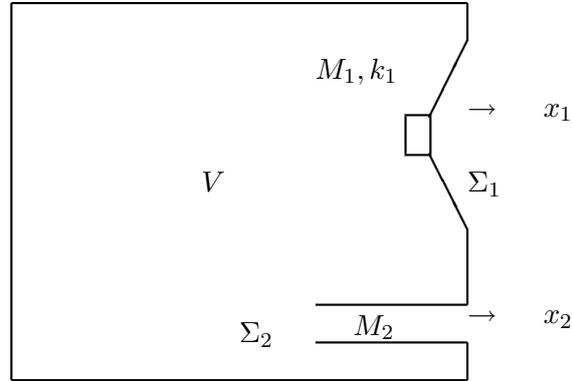
Chapitre 9

Enceinte bass-reflex

9.1 Modélisation de l'enceinte

Nous avons vu au paragraphe 5.2 qu'avec un bon haut-parleur et une enceinte de volume conséquent on avait un amortissement important de l'extrême grave. Pour compenser cette perte de rendement on utilise un résonateur auxiliaire sous la forme soit d'un évent soit d'un haut-parleur passif. Dans le cas de l'évent on dit que l'on a un système bass-reflex, origine anglo-saxonne garantie. Ce type de résonateur était connu, bien avant l'invention du haut-parleur, sous le nom de "résonateur de HELMHOLTZ". Il figure, à ce titre, dans les exercices classiques du premier cycle des Universités et des classes préparatoires aux Grandes Ecoles Scientifiques.

L'enceinte bass-reflex est donc constituée d'une enceinte close de volume V , dans la paroi de laquelle on a monté un haut-parleur de masse de membrane M_1 (comprenant la masse de rayonnement), de raideur k_1 , de coefficient d'amortissement de vitesse h_1 , de surface de membrane Σ_1 , de facteur de force Bl et de résistance ohmique R . L'évent est supposé contenir une masse M_2 d'air (comprenant la masse de rayonnement) qui se déplace en bloc dans l'évent, dont la surface sera désignée par Σ_2 . Dans un premier temps nous négligerons toute force de frottement fluide pour l'évent et nous vérifierons plus tard que cette hypothèse est suffisante pour des calculs approchés. Le déplacement de la membrane du haut-parleur sera désigné par x_1 dirigé vers l'extérieur de l'enceinte et celui de la masse d'air dans l'évent par x_2 avec la même orientation.



En supposant que les déplacements de la membrane et de l'air dans l'évent soient de faible amplitude on pourra considérer que la variation de volume de l'enceinte est un infiniment petit $\Delta V = \Sigma_1 \cdot x_1 + \Sigma_2 \cdot x_2$. La transformation subie par l'air dans l'enceinte est toujours une transformation adiabatique réversible régie par l'équation de LAPLACE, en différentiant cette équation il vient :

$$\Delta P = -\frac{\gamma \cdot P_0}{V} \cdot (\Sigma_1 \cdot x_1 + \Sigma_2 \cdot x_2)$$

cela nous permet de calculer les forces de pression exercées sur la membrane et la masse d'air dans l'évent. L'équation fondamentale de la dynamique appliquée à la membrane du haut-parleur s'écrit :

$$M_1 \cdot \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1 \cdot x_1 - h_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + Bl \cdot i - \frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma_1}{V} \cdot (\Sigma_1 \cdot x_1 + \Sigma_2 \cdot x_2)$$

La même appliquée à la masse de l'évent donne :

$$M_2 \cdot \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma_2}{V} \cdot (\Sigma_1 \cdot x_1 + \Sigma_2 \cdot x_2)$$

Enfin l'équation électrique s'écrit, en négligeant l'inductance propre de la bobine mobile :

$$u = R \cdot i + Bl \cdot \frac{dx_1}{dt}$$

On pose, comme d'habitude :

$$\frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma_1^2}{V} = k'_1 \quad \frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma_2^2}{V} = k'_2 \quad H_1 = h_1 + \frac{B^2 l^2}{R}$$

puis

$$k'_1 = A \cdot k_1 \quad \omega_0^2 = \frac{k_1}{M_1} \quad \omega_2^2 = \frac{k'_2}{M_2} = C \cdot \omega_0^2$$

enfin on rappelle que :

$$A = \frac{V_{AS}}{V} \quad 2.S_T = \frac{H_1}{M_1.\omega_0}$$

On tire l'intensité du courant de l'équation électrique et on reporte sa valeur dans la première équation de la dynamique. Il vient finalement :

$$M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1.x_1 - h_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{Bl.u}{R} - \frac{B^2 l^2}{R} \cdot \frac{dx_1}{dt} - k_1.x_1 - \frac{k_1}{\Sigma_1} \cdot \Sigma_2.x_2$$

et

$$M_2 \cdot \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k'_2.x_2 - \frac{k'_2}{\Sigma_2} \cdot \Sigma_1.x_1$$

Avec les notations ci-dessus ces relations deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + 2.S_T.\omega_0 \cdot \frac{dx_1}{dt} + \omega_0^2.(1 + A).x_1 &= -A.\omega_0^2 \cdot \frac{\Sigma_2.x_2}{\Sigma_1} + \frac{Bl.u}{R.M_1} \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} + C.\omega_0^2.x_2 &= -C.\omega_0^2 \cdot \frac{\Sigma_1.x_1}{\Sigma_2} \end{aligned}$$

9.2 Calcul en amplitude complexe

Nous nous proposons, dans un premier temps de calculer le flux d'accélération sortant de l'enceinte. Avec les notations classiques (lettres majuscules pour les amplitudes complexes) il s'écrit :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = (j\omega)^2 \cdot (\Sigma_1.X_1 + \Sigma_2.X_2)$$

Il pourra être commode, au passage de calculer les amplitudes des déplacements pour voir si nous sommes bien dans les limites du modèle. Par ailleurs on pourra manipuler la pulsation ou fréquence normalisée :

$$\nu = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$$

En amplitude complexe les équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} [(j\omega)^2 + 2.S_T.\omega_0.j\omega + \omega_0^2.(1 + A)]X_1 &= -A.\omega_0^2 \cdot \frac{\Sigma_2.X_2}{\Sigma_1} + \frac{Bl.U}{R.M_1} \\ [(j\omega)^2 + C.\omega_0^2].X_2 &= -C.\omega_0^2 \cdot \frac{\Sigma_1.X_1}{\Sigma_2} \end{aligned}$$

En divisant par ω_0^2 on passe à la pulsation réduite :

$$[(j\nu)^2 + 2.S_T.j\nu + 1 + A].X_1 = -A \cdot \frac{\Sigma_2.X_2}{\Sigma_1} + \frac{Bl.U}{R.k_1}$$

$$[(j\nu)^2 + C].X_2 = -C \cdot \frac{\Sigma_1 \cdot X_1}{\Sigma_2}$$

On tire de la seconde X_2 en fonction de X_1 et on reporte dans la première :

$$X_2 = \frac{-C}{C - \nu^2} \cdot \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} \cdot X_1$$

$$[-\nu^2 + 2.S_T.j\nu + 1 + A].X_1 = \frac{A.C}{C - \nu^2} \cdot X_1 + \frac{Bl.U}{R.k_1}$$

Ce qui donne :

$$X_1 = \frac{\frac{Bl.U}{R.k_1}}{1 + A - \nu^2 + \frac{A.C}{\nu^2 - C} + 2.S_T.j\nu}$$

En prenant le module de cette expression on passe aux valeurs maximales :

$$X_{1max} = \frac{\frac{Bl.U_{max}}{R.k_1}}{\sqrt{(1 + A - \nu^2 + \frac{A.C}{\nu^2 - C})^2 + 4.S_T^2.\nu^2}}$$

On constate que pour $\nu^2 = C$, c'est à dire lorsque la fréquence est égale à la fréquence de résonance de l'évent la valeur maximale de x_1 est nulle : à la résonance de l'évent il y a antirésonance de la membrane, ce qui est une bonne chose pour la linéarité. En revanche quand $\nu \rightarrow 0$ l'amplitude tend vers

$$\frac{Bl.U_{max}}{R.k_1}$$

qui est l'amplitude qu'aurait la membrane dans une enceinte de volume infini. Il faut donc éviter de descendre trop bas en fréquence avec une enceinte bass-reflex, il y a un risque de talonnement du haut-parleur.

Avec la deuxième équation on peut calculer facilement l'amplitude maximale du déplacement de l'air dans l'évent :

$$X_{2max} = \frac{C}{C - \nu^2} \cdot \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} \cdot X_{1max}$$

Dans l'expression de X_{1max} le terme sous le radical se réduit à

$$\left[\frac{AC}{\nu^2 - C}\right]^2$$

au voisinage de $\nu = \sqrt{C}$ et X_{2max} tend alors vers

$$\frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} \cdot \frac{Bl.U_{max}}{R.A.k_1}$$

Pour des raisons de construction la surface de l'évent est toujours plus petite que la surface de la membrane, on voit donc que le déplacement de l'air dans l'évent est toujours plus important que le déplacement de la membrane et que le modèle choisi est défaillant aux grandes elongations.

9.3 Calcul du flux d'accélération

Nous devons calculer

$$\Phi = -\omega^2(\Sigma_1.X_1 + \Sigma_2.X_2) = -\nu^2.\omega_0^2(\Sigma_1.X_1 + \Sigma_2.X_2)$$

Or nous avons vu que

$$\Sigma_2.X_2 = \frac{C}{\nu^2 - C}.\Sigma_1.X_1$$

ce qui donne

$$\Phi = -\nu^2.\frac{k_1}{M_1}.\frac{\Sigma_1.\nu^2}{\nu^2 - C}.X_1$$

soit en remplaçant X_1 par la valeur trouvée précédemment :

$$\Phi = \frac{-\frac{Bl.\Sigma_1}{R.M_1}.\nu^4.U}{(\nu^2 - C)(1 + A - \nu^2 + \frac{AC}{\nu^2 - C} + 2.S_T.j\nu)}$$

Posons, comme d'habitude, l'efficacité intrinsèque

$$E = \frac{\Sigma_1.Bl}{R.M_1}$$

il vient alors en simplifiant le dénominateur

$$\Phi = \frac{E.U.\nu^4}{\nu^4 - (1 + A + C)\nu^2 + C + 2.S_T.j\nu(C - \nu^2)}$$

d'après la relation, vue au paragraphe 5.2, que l'on peut écrire

$$N \text{ dB} = 20. \log 4775.\Phi_{eff}$$

il vient

$$N = 20. \log 4775.E.U_{eff} - 20. \log(\sqrt{[\nu^4 - (1 + A + C)\nu^2 + C]^2 + 4.S_T^2.\nu^2.(C - \nu^2)^2}/\nu^4)$$

On constate la présence d'un terme constant qui représente le niveau acoustique aux fréquences moyennes

$$N_0 = 20. \log 4775.E.U_{eff}$$

et d'un terme variable avec la fréquence qui représente la fonction de transfert d'un filtre passe-haut du quatrième ordre. L'asymptote à 24 dB/octave passe par le point $\nu = \sqrt[4]{C}$ sur l'axe des fréquences. On peut dire qu'en dessous de cette fréquence le rendement chute fortement. Il est évident que, pour tracer ces courbes, l'utilisation d'un ordinateur facilite grandement les choses. Pour l'instant nous poursuivons les calculs pour tenter d'optimiser le problème.

9.4 Optimisation de la courbe de réponse

Toute optimisation résulte d'un parti pris. Ici nous chercherons à obtenir la courbe la plus proche possible de l'asymptote horizontale, donc du filtre de BUTTERWORTH d'ordre 4. Rappelons pour bien fixer les idées la valeur du module de la fonction de transfert d'un filtre de BUTTERWORTH d'ordre n passe-bas d'abord car c'est le plus facile :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \nu^{2n}}}$$

en fréquence réduite. Pour le passe-haut d'ordre n on a

$$\frac{\nu^n}{\sqrt{1 + \nu^{2n}}}$$

On voit donc que, pour obtenir un BUTTERWORTH d'ordre 4 passe-haut, il suffit que les termes en ν^2, ν^4 et ν^6 soient nuls sous le radical. Nous laissons au lecteur le soin de faire le calcul qui ne présente pas de difficultés et nous en donnons seulement le résultat pour les trois termes à annuler

$$4.S_T^2 - 2.(1 + A + C) = 0$$

$$(1 + A + C)^2 + 2.C - 8.S_T^2.C = 0$$

$$4.S_T^2.C^2 - 2.C.(1 + A + C) = 0$$

Nous obtenons un système de trois équations à trois inconnues A, C, S que nous pouvons espérer résoudre. On voit facilement en comparant la première et la dernière que $C = 1$ est solution, d'où on tire $2 + A = 2.S_T^2$, que l'on reporte dans la deuxième équation et cela donne

$$4.S_T^4 + 2 - 8.S_T^2 = 0 \quad 2.S_T^4 - 4.S_T^2 + 1 = 0$$

On a ainsi une équation bicarrée facile à résoudre et on a deux racines en S_T^2

$$S^2 = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$$

soit $S_T = 1, 3$ et $S_T = 0, 44$. En reportant l'expression de S^2 dans la première équation pour chacune des valeurs trouvées il vient :

$$2.S_T^2 = 2 + \sqrt{2} = 2 + A \quad A = \sqrt{2}$$

$$2.S_T^2 = 2 - \sqrt{2} = 2 + A \quad A = -\sqrt{2}$$

La deuxième valeur de A est bien entendu impossible et nous ne conserverons que la première.

Pour obtenir une enceinte bass-reflex en BUTTERWORTH d'ordre 4 il faut choisir un haut-parleur donc le facteur d'amortissement soit $S_T = 1, 3$,

avec un évent accordé sur la fréquence de résonance du haut-parleur dans une enceinte de volume infini et avec un volume de l'enceinte égal à $V_{AS}/\sqrt{2}$. C'est pour cela que les bons haut-parleurs ont des S_T compris entre 1 et 1,5, ce qui leur permet de se rapprocher de l'optimisation du bass-reflex.

Si le facteur d'amortissement n'a pas la valeur exacte pour l'optimisation en BUTTERWORTH d'ordre 4, on peut s'en rapprocher en annulant seulement deux termes au lieu de trois et on ne conserve que la première et la deuxième équation vues précédemment. On calcule donc A et C en fonction de S_T . On a un système linéaire de deux équations à deux inconnues dont la solution est immédiate :

$$C = \frac{2.S_T^4}{4.S_T^2 - 1} \quad A = \frac{6.S_T^4 - 6.S_T^2 + 1}{4.S_T^2 - 1}$$

Ces valeurs peuvent servir de point de départ à la recherche d'une courbe de réponse convenable à l'aide d'un logiciel de tracé de courbe. En effet on peut postuler d'autres optimisations par exemple descendre le plus bas possible en fréquence en acceptant une ondulation de la courbe de réponse. On peut ainsi obtenir des filtres de type TCHEBYCHEV.

Chapitre 10

Impédance du bass-reflex

10.1 Calcul de l'impédance

Nous avons, au chapitre précédent, étudié un modèle de rayonnement pour l'enceinte bass-reflex. La vérification expérimentale du modèle suppose de disposer d'une bonne chambre anéchoïque permettant des mesures en dessous de 100 *Hertz*, ce qui est rarissime. Il ne sera, en fait, pas possible de vérifier le modèle et on devra se contenter de l'utiliser pour les calculs de mise au point d'enceintes, l'oreille étant alors seule juge de leur justesse. Fort heureusement ça marche. En revanche il est facile de faire des mesures d'impédance et il est donc intéressant de calculer l'impédance du bass-reflex pour vérifier la validité du modèle, même si on n'en tire pas des renseignements sur le rayonnement.

On part des calculs précédents en amplitude complexe et on écrit la tension aux bornes de la bobine sous la forme

$$U = R.I + Bl.j\omega.X_1 = R.I + \frac{\frac{Bl}{R.k_1}.j\omega.\frac{\omega_0}{\omega}}{1 - A - \nu^2 + \frac{A.C}{\nu^2 - C} + 2.S_T.j\nu}.U$$

en regroupant les termes en U , il vient

$$U\left[1 - \frac{\frac{B^2l^2}{R\sqrt{k_1.M_1}}.j\nu}{1 - A - \nu^2 + \frac{A.C}{\nu^2 - C} + 2.S_T.j\nu}\right] = R.I$$

En reprenant les notations du paragraphe **3.5** on fait apparaître le facteur d'amortissement mécanique $S_M = h/\sqrt{k_1.M_1} = h.\omega_0/k_1$. Ainsi l'expression de l'impédance du bass-reflex devient :

$$Z = \frac{U}{I} = R.\frac{1 - A - \nu^2 + \frac{A.C}{\nu^2 - C} + 2.S_T.j\nu}{1 - A - \nu^2 + \frac{A.C}{\nu^2 - C} + 2.S_M.j\nu}$$

Comme nous savons repérer facilement expérimentalement les fréquences pour lesquelles l'argument de l'impédance est nul (droite de LISSAJOUS),

nous allons chercher les fréquences du modèle qui rendent l'impédance réelle. Il est évident que $\nu^2 = C$ en est une et que l'impédance vaut alors R , sans trop de calculs on peut penser que cette valeur est un minimum d'impédance ou en tout cas très voisine d'un minimum. On peut donc ainsi mesurer expérimentalement la fréquence de résonance de l'évent $f_{\text{évent}} = f_0 \cdot \sqrt{C}$.

Par ailleurs on constate que les parties réelles du numérateur et du dénominateur sont égales et que les parties imaginaires sont proportionnelles. Si, donc, on annule les parties réelles il reste un rapport réel et on peut écrire :

$$Z = R \cdot \frac{S_T}{S_M}$$

cette valeur obtenue pour deux fréquences étant proche d'un maximum d'impédance. L'équation dont ν^2 est solution peut s'écrire :

$$1 - A - \nu^2 + \frac{A \cdot C}{\nu^2 - C} = 0$$

on en tire facilement l'équation bicarrée (en supposant $\nu^2 \neq C$)

$$\nu^4 - (1 + A + C) \cdot \nu^2 + C = 0$$

dont les solutions sont

$$\nu^2 = \frac{1 + A + C \pm \sqrt{(1 + A + C)^2 - 4 \cdot C}}{2}$$

sous réserve d'existence, a priori le terme sous le radical a des chances d'être positif, en tout cas dans la mise au point d'enceintes réelles on trouve bien deux valeurs : l'une en dessous de $\nu^2 = C$, l'autre en dessus de $\nu^2 = C$ (le produit des racines vaut C).

Le petit appareil décrit au chapitre 6 nous permettra de faire les mesures sans dépenser trop d'argent. On déterminera ainsi la fréquence de résonance de l'évent, dont nous verrons le calcul plus loin, et à l'aide de la valeur de $A = V_{AS}/V$ que l'on reportera dans les deux autres valeurs on vérifiera si le modèle est convenable. En pratique on trouve une adéquation entre le modèle et l'expérience de l'ordre du pour cent. Dans le cadre de mesures sur l'acoustique cela est très bon et le modèle peut être considéré comme correct. Nous verrons plus loin qu'il n'en est pas de même avec le modèle simplifié du résonateur de HELMHOLTZ tel qu'il est enseigné.

10.2 Résonateur de HELMHOLTZ

Inventé à la fin du dix-neuvième siècle pour l'étude des sons complexes il n'a été utilisé que bien plus tard dans l'enceinte bass-reflex. A l'origine il était constitué d'une sphère creuse en laiton percée de deux trous diamétralement opposés. Sur l'un d'eux était soudé un petit tuyau se mettant dans l'oreille

et sur l'autre un tuyau de diamètre plus grand jouant le rôle d'évent. Le modèle le plus simple pour expliquer le fonctionnement de ce résonateur consiste à considérer que la transformation subie par l'air dans le volume de l'enceinte est adiabatique et que l'air dans le tuyau cylindrique se déplace en bloc comme un piston.

La masse de l'air dans l'évent est alors $M_2 = \mu \cdot \Sigma_2 \cdot l_2$. En désignant par M la masse molaire de l'air, par T sa température et par R la constante des gaz parfaits, la masse volumique s'écrit : $\mu = M \cdot P_0 / R \cdot T$ où P_0 est la pression statique de l'air. Par ailleurs le volume V d'air exerce une raideur sur la surface Σ_2 : $k'_2 = \gamma P_0 \cdot \Sigma_2^2 / V$. L'ensemble formé d'un ressort et d'une masse constitue un résonateur de pulsation de résonance :

$$\omega_2^2 = \frac{k'_2}{M_2} = \frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma_2^2 \cdot R \cdot T}{V \cdot M \cdot P_0 \cdot \Sigma_2 \cdot l_2}$$

après simplification par P_0 et Σ_2 il reste

$$\omega_2^2 = \frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M} \cdot \frac{\Sigma_2}{V \cdot l_2}$$

Dans la première fraction on reconnaît l'expression du carré de la célérité du son dans un gaz trouvée au paragraphe 4.3 c^2 , la seconde dépend des caractéristiques physiques du résonateur. Il est souvent plus commode de donner la fréquence de résonance f_2

$$f_2 = \frac{c}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\Sigma_2}{V \cdot l_2}} = 54 \cdot \sqrt{\frac{\Sigma_2}{V \cdot l_2}}$$

dans le système légal d'unités.

Dans le cas de l'enceinte bass-reflex dont on étudie l'impédance l'une des fréquences d'annulation de l'argument est justement f_2 . On peut donc vérifier si le modèle est correct. En fait la valeur trouvée expérimentalement est plus faible que la valeur du modèle, on peut l'interpréter en disant que la longueur à prendre en compte dans le calcul est plus grande que la simple longueur géométrique de l'évent. L'une des premières idées est qu'il faut prendre en compte la masse de rayonnement de l'évent dans le cas de la sphère pulsante. Avec la formule de la masse de rayonnement du paragraphe 4.3 on voit que cela revient à ajouter une longueur $\sqrt{\Sigma_2} / 2\sqrt{\pi}$ et que la formule donnant f_2 est alors :

$$f_2 = 54 \cdot \sqrt{\frac{\Sigma_2}{V \cdot [l_2 + 0,28 \cdot \sqrt{\Sigma_2}]}}$$

Même avec cette correction on a encore un écart entre le modèle et l'expérience. Nous verrons au paragraphe suivant un modèle un peu plus élaboré qui donne de meilleurs résultats.

L'évent d'un bass-reflex a parfois la forme d'un parallélépipède rectangle fait avec quatre morceaux de planche. Mais on trouve le plus souvent un simple bout de tuyau cylindrique de révolution de rayon a , de surface $\pi.a^2$, de sorte que le longueur représentant la masse de rayonnement vaut alors $a/2$, le résultat est assez simple pour qu'on le signale au passage.

Le modèle que nous venons de voir n'est valable qu'aux basses fréquences. A des fréquences plus élevées il y a des phénomènes de propagation dans le tuyau et on se retrouve dans le cas des tuyaux sonores utilisés, par exemple, dans les instruments de musique à vent. On observe alors des résonances et antirésonances de tuyau à des fréquences très précises. Cela perturbe le fonctionnement de l'enceinte dans les fréquences du domaine médium. C'est l'une des raisons pour laquelle il vaut mieux éviter d'utiliser une enceinte bass-reflex dans ce registre, il faut la couper en fréquence avant. De plus si on augmente la section du tuyau, on augmente en conséquence sa longueur et cela risque d'être gênant pour les dimensions de l'enceinte. Une petite surface d'évent va entraîner de grands déplacements dans celui-ci et le modèle linéaire ne sera plus valable, on pourra observer des phénomènes tourbillonnaires et l'enceinte ne fonctionnera plus très bien.

10.3 Modèle plus élaboré

La fréquence mesurée expérimentalement correspond à une longueur de tuyau encore plus grande que la longueur géométrique augmentée de la longueur de rayonnement. On peut donc admettre que le mouvement de l'air dans le tuyau entraîne un peu de gaz aux extrémités du tuyau et qu'il faut rajouter une longueur l_0 aux deux longueurs précédentes. On fait la mesure avec des événements de différentes longueurs géométriques et on cherche si on trouve le même l_0 . En fait, là encore, cela ne marche pas.

On est donc amené à envisager un autre phénomène : sur la paroi du tuyau le frottement fait que les molécules d'air ont une vitesse nulle. Au centre la vitesse est maximale, on peut donc admettre que tout se passe comme si on avait une surface de tuyau plus faible que la surface géométrique. Cela revient à admettre l'existence d'une sorte de couche limite au voisinage de la paroi. Il faut donc remplacer la surface géométrique Σ_2 par une surface plus petite Σ'_2 . Ainsi nous serons amené à vérifier la formule :

$$f_2 = 54. \sqrt{\frac{\Sigma'_2}{V.[l_2 + l'_0]}}$$

pour diverses valeurs de l_2 et en posant $l'_0 = l_0 + l_R$.

On voit que deux expériences suffisent pour déterminer Σ'_2 et l'_0 . Avec deux mesures supplémentaires on peut tester la validité du modèle. La mesure a été faite avec une enceinte de volume de l'ordre de 8 litres. Les événements étaient découpés dans du tuyau de PVC de diamètre intérieur 43 mm, les

longueurs géométriques en étaient 4,8 ,12 et 16 *cm*. Dans le calcul du volume de l'enceinte dans chaque cas on a tenu compte de l'encombrement intérieur du tuyau, cela fait une petite correction.

Pour l'établissement des équations il est commode de calculer le terme, qui a les dimensions d'un vecteur d'onde :

$$K^2 = \frac{\omega_2^2}{c^2}$$

pour chaque longueur de tuyau on a alors la relation

$$\Sigma'_2 = K^2 \cdot V \cdot [l_2 + l_R + l_0]$$

La longueur de rayonnement est ici de 1,08 *cm*, en prenant les valeurs extrêmes de l_2 on calcule Σ'_2 et l_0 et on reporte dans les valeurs médianes pour voir l'accord avec le modèle. On a trouvé $l_0 = 1,54 \cdot 10^{-2}$ *m* et $\Sigma'_2 = 11 \cdot 10^{-4}$ *m*². En reportant, on trouve pour $l_2 = 8$ *cm* $\Sigma'_2 = 11,2 \cdot 10^{-4}$ *m*² et pour $l_2 = 12$ *cm* $\Sigma'_2 = 11,3 \cdot 10^{-4}$ *m*². L'écart ne dépasse pas 3 %, ce qui est tout à fait satisfaisant pour ce genre de modèle.

Le lecteur curieux pourra refaire les calculs à l'aide du tableau suivant qui donne les valeurs numériques expérimentales :

l_2 <i>cm</i>	V litres	T_2 <i>ms</i>	K^2
4	8,60	13,290	1,934
8	8,52	16,597	1,240
12	8,45	19,913	0,916
16	8,37	22,043	0,703

Il sera aussi facile de vérifier que ces valeurs ne permettent pas de vérifier les deux modèles envisagés au début.

10.4 Mise au point de l'enceinte bass-reflex

On dispose tout d'abord d'un bon haut-parleur dont le S_T est compris entre 1 et 1,5. On connaît sa fréquence de résonance dans une enceinte close de volume infini f_0 . On dispose d'un logiciel de tracé de courbes avec, si possible, une échelle logarithmique sur l'axe des fréquences. On peut commencer par tracer la courbe proche du BUTTERWORTH pour avoir une idée en utilisant la valeur de A et de C du paragraphe 9.4 . On peut, par la suite, modifier ces valeurs jusqu'à l'obtention de la courbe désirée. L'enceinte est alors caractérisée par les valeurs de A et de C choisie. On en déduit le volume $V = V_{AS}/A$ et la fréquence de résonance de l'évent $f_2 = f_0 \cdot \sqrt{C}$.

On évite d'acheter un évent tout fait dans le commerce car on n'est pas sûr qu'il aura les bonnes caractéristiques. On peut prendre un morceau de

tuyau de PVC dont on calcule la longueur à l'aide du premier modèle simplifié pour une fréquence inférieure de 10 à 15 % à f_2 . On sait que cette longueur sera supérieure à la bonne valeur. On mesure la fréquence d'annulation de l'argument de l'impédance voisine de la fréquence choisie et on note cette valeur. Il est bon d'éviter toute fuite d'air entre le tuyau et l'enceinte, à cet effet on pourra utiliser un peu de mastic de vitrier.

Puis on calcule, toujours avec le modèle simplifié, la longueur du tuyau pour f_2 et on refait la mesure de la fréquence d'annulation de l'argument après avoir coupé le tuyau à la longueur calculée. On doit trouver une valeur inférieure à f_2 . A l'aide des deux mesures précédentes on écrit les deux équations permettant de trouver Σ'_2 et l'_0 et on les résoud. On reporte alors des deux valeurs dans le modèle élaboré et on détermine la longueur géométrique l_2 pour f_2 . Il reste à couper le tuyau à cette longueur pour finir la mise au point. On peut alors coller le morceau de tuyau à l'aide d'un mastic au silicone pour obtenir une bonne tenue dans le temps.

Les plus anxieux pourront alors vérifier expérimentalement que la fréquence d'annulation de l'argument est très voisine de la fréquence f_2 désirée. Attention de ne pas remplir l'enceinte de laine de verre ou de roche, comme on le conseille parfois dans des articles qui n'ont rien compris au bass-reflex, cela enlèverait toute efficacité à l'évent. En revanche on peut tapisser certaines parois intérieures d'un isolant acoustique de type moquette pour éviter les vibrations parasites des parois.

10.5 Etude de l'amortissement de l'évent

Nous avons, jusqu'à maintenant, négligé toute force de frottement fluide dans l'étude du mouvement de l'air dans l'évent. Cette hypothèse est très simplificatrice car il y a au moins deux types de perte d'énergie : le rayonnement de l'évent et le frottement de l'air sur la paroi de l'évent. Nous avons déjà vu au paragraphe 4.3 que le coefficient h correspondant au rayonnement était proportionnel au carré de la pulsation, ce qui ne simplifie pas les choses, en revanche, aux fréquences basses, sa valeur numérique est faible. On admettra, ce qui est le modèle le plus simple, que l'air dans l'évent est soumis à une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse et opposée à celle-ci de la forme $-h_2 \cdot \frac{dx_2}{dt}$. L'équation du mouvement devient alors :

$$M_2 \cdot \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\gamma P \cdot \frac{\Sigma_2}{V} \cdot (\Sigma_1 \cdot x_1 + \Sigma_2 \cdot x_2) - h_2 \cdot \frac{dx_2}{dt}$$

Les notations du paragraphe 9.1 sont conservées et on ajoute le facteur d'amortissement mécanique de l'évent :

$$2 \cdot S_{2M} = \frac{h_2}{M_2 \cdot \omega_2}$$

On divise des deux côtés par $M_2.\omega_0^2$ et on passe en amplitude complexe, il vient

$$X_2 = \frac{-C.\Sigma_1.X_1/\Sigma_2}{C - \nu^2 + 2.S_{2M}.\sqrt{C}.j\nu}$$

On reporte l'expression de X_2 dans l'équation du mouvement du haut-parleur en amplitude complexe. Cela permet de calculer X_1 en fonction de I et en reportant la valeur dans l'équation électrique on obtient :

$$U = R.I + \frac{j\nu.\omega_0.\frac{B^2l^2}{k_1}.I}{1 + A - \nu^2 + 2.S_{1M}.j\nu - \frac{A.C}{C - \nu^2 + 2.S_{2M}.\sqrt{C}.j\nu}}$$

ce qui donne pour valeur de l'impédance

$$Z = R + \frac{2.S_{1E}.R.j\nu}{1 + A - \nu^2 + 2.S_{1M}.j\nu - \frac{A.C}{C - \nu^2 + 2.S_{2M}.\sqrt{C}.j\nu}}$$

En faisant $S_{2M} = 0$, on retrouve bien l'expression du paragraphe **10.1**.

10.6 Vérification expérimentale du modèle

Comme nous l'avons déjà fait nous déterminerons les fréquences pour lesquelles on a une impédance réelle (droite sur l'écran de l'oscilloscope). Pour cela il faut que le dénominateur de la fraction précédente soit un imaginaire pur

$$1 + A - \nu^2 + 2.S_{1M}.j\nu - \frac{A.C}{C - \nu^2 + 2.S_{2M}.\sqrt{C}.j\nu}$$

On multiplie par la quantité conjuguée du dénominateur et on obtient

$$1 + A - \nu^2 + 2.S_{1M}.j\nu - \frac{A.C.[(C - \nu^2) - 2.S_{2M}.\sqrt{C}.j\nu]}{[C - \nu^2]^2 + 4.S_{2M}^2.C.\nu^2}$$

On annule alors le terme réel pour ne conserver que le terme imaginaire

$$1 + A - \nu^2 - \frac{A.C.(C - \nu^2)}{(C - \nu^2)^2 + 4.S_{2M}^2.C.\nu^2} = 0$$

Ce qui donne

$$[1 + A - \nu^2].[(C - \nu^2)^2 + 4.S_{2M}^2.C.\nu^2] - A.C.(C - \nu^2) = 0$$

On obtient ainsi une équation du troisième degré en ν^2 et on peut poser $y = \nu^2$. On obtiendra alors soit une soit trois solutions réelles en y , encore faut-il que ces solutions soient positives pour convenir. L'équation en y s'écrit :

$$y^3 - (1 + A + 2C - 4.S_{2M}^2.C)y^2 - [A.C - C^2 + 2(1 + A)C(2.S_{2M}^2 - 1)]y - C^2 = 0$$

Si on n'avait pas introduit le terme d'amortissement de l'évent on aurait trouvé comme solution $\nu^2 = C$ soit $y = C$. On peut faire l'hypothèse que l'amortissement de l'évent perturbe peu le phénomène et que l'on peut chercher une solution de la forme $y = C(1 + \varepsilon)$, avec $\varepsilon \ll 1$. On ne conservera alors dans les termes en y que les termes du premier ordre en ε

$$(1 + \varepsilon)^3 \approx 1 + 3\varepsilon \quad (1 + \varepsilon)^2 \approx 1 + 2\varepsilon$$

Le calcul ne présente pas de difficultés particulières et on ne peut qu'inciter le lecteur à le faire, il doit trouver comme résultat :

$$\varepsilon = \frac{4.S_{2M}^2.(1 + A - C)}{4.S_{2M}^2.(2C - A - 1) - A}$$

Revenons maintenant au dénominateur du calcul de l'impédance, sa partie réelle est nulle et sa partie imaginaire vaut :

$$j(2.S_{1M}\nu + \frac{2.S_{2M}.A.C.\sqrt{C}\nu}{(C - \nu^2)^2 + 4.S_{2M}^2.C.\nu^2})$$

Au voisinage de $\nu^2 = C$ on peut l'écrire :

$$j\nu.(2.S_{1M} + \frac{A}{2.S_{2M}.\sqrt{C}})$$

Et en revenant au calcul de l'impédance on obtient comme valeur approchée :

$$Z \approx R + \frac{R.S_{1E}}{S_{1M} + \frac{A}{4.S_{2M}.\sqrt{C}}}$$

La valeur de l'impédance est mesurée et les caractéristiques du haut-parleur sont connues, on peut donc isoler le terme en S_{2M} pour le calculer :

$$4.S_{2M}.\sqrt{C} = \frac{A}{S_{1E} \cdot \frac{R}{Z-R} - S_{1M}} = 2.\lambda$$

Cette valeur de λ pourra être reportée dans la valeur de ε

$$\varepsilon = \frac{y - C}{C} = \frac{4.S_{2M}^2.\sqrt{C}.(1 + A - C)}{4.S_{2M}^2.\sqrt{C}.(2C - 1 - A) - A.C}$$

On en tire une expression permettant de calculer C par itération :

$$C = y + \frac{\lambda^2.C.(1 + A - C)}{A.C - \lambda^2.(2C - 1 - A)}$$

Contrôle avec le 13MP5R en bass-reflex.

Nous ne donnons que les valeurs nécessaires pour faire les calculs :

$$T_0 = 11,75 \text{ ms} \quad R = 5,50 \, \Omega \quad M_1 = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad k_1 = 2000 \text{ N.m}^{-1} \quad Bl = 6,6 \text{ T.m}$$

$$S_{1M} = 0,11 \quad S_{1E} = 1,02 \quad |Z| = 7,6 \, \Omega \quad T_2 = 13,335 \text{ ms} \quad \nu = 0,88 \quad A = 0,55$$

On en tire $2\lambda = 0,214$ et après deux tours d'itération $\sqrt{C} = 0,883$ ce qui confirme l'hypothèse $\nu \approx \sqrt{C}$. Puis on calcule $S_{2M} = 0,06$ ce qui montre bien que le terme correctif est faible.

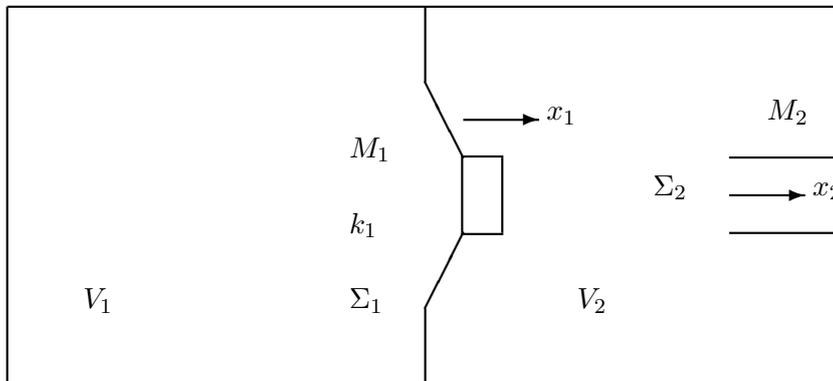
En conclusion on peut dire que le fait de négliger l'amortissement de l'évent ne perturbe que peu les calculs et qu'il est légitime compte tenu du fait que l'on fait des approximations sur le modèle du haut-parleur. Nous n'en parlerons plus dans la suite.

Chapitre 11

Superwoofer à évent

11.1 Mise en équation

Le principe de cette enceinte est voisin de celui du bass-reflex, à ceci près que le haut-parleur, enfermé dans l'enceinte ne rayonne pas. Ce dispositif sert essentiellement de caisson de grave car il a une bande passante limitée à peine supérieure à une octave. Le volume de l'enceinte est divisé en deux parties par une paroi sur laquelle est fixé le haut-parleur, l'un des volumes débouche sur l'extérieur par un évent rayonnant.



On remarquera que pour pouvoir fixer le haut-parleur il faut prévoir une paroi démontable, celle qui supporte l'évent est la plus commode dans ce but car on aura aussi à ajuster le longueur de l'évent. C'est pour cette raison que le haut-parleur est fixé comme indiqué sur la figure. Nous conserverons les notations habituelles pour les haut-parleur et pour l'évent, seules celles concernant les deux volumes seront nouvelles. On posera :

$$k'_1 = \frac{\gamma \cdot P \cdot \Sigma_1^2}{V_1} \quad k''_1 = \frac{\gamma \cdot P \cdot \Sigma_2^2}{V_2}$$

et

$$A_1 = k'_1/k_1 \quad A_2 = k''_1/k_1$$

L'équation de la dynamique pour l'équipage mobile s'écrit :

$$M_1 \cdot \frac{d^2 x_1}{dt^2} = Bl \cdot i - k_1 \cdot x_1 - h_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} - k'_1 \cdot x_1 - k''_1 \cdot x_1 + \sqrt{k'_2 \cdot k''_1} \cdot x_2$$

Pour l'évent on a

$$M_2 \cdot \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k'_2 \cdot x_2 + \sqrt{k'_2 \cdot k''_1} \cdot x_1$$

l'équation électrique est toujours

$$u = Ri + Bl \cdot \frac{dx_1}{dt}$$

De la dernière équation on tire la valeur de i que l'on porte dans la première, on divise par les masses et on introduit les pulsations de résonance des deux résonateurs, puis on passe en amplitude complexe et on obtient :

$$X_1 \cdot [\omega_0^2 \cdot (1 + A_1 + A_2) - \omega^2 + 2 \cdot S_T \cdot j\omega \cdot \omega_0] = \frac{\sqrt{k'_1 \cdot k'_2}}{M_1} \cdot X_2 + \frac{Bl \cdot U}{R \cdot M_1}$$

$$X_2 [C \cdot \omega_0^2 - \omega^2] = \frac{\sqrt{k'_1 \cdot k'_2}}{M_2} \cdot X_1$$

On reporte la valeur de X_2 dans la première équation et on divise par ω_0^2 pour faire apparaître la pulsation réduite ν , il vient :

$$X_1 \cdot [1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + 2 \cdot S_T \cdot j\nu] = \frac{A_2 \cdot C}{C - \nu^2} \cdot X_1 + \frac{Bl \cdot U}{R \cdot k_1}$$

ce qui donne finalement

$$X_1 = \frac{\frac{Bl \cdot U}{R \cdot k_1}}{1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + \frac{A_2 \cdot C}{\nu^2 - C} + 2 \cdot S_T \cdot j\nu}$$

On remarque qu'aux fréquences très basses le déplacement de la membrane du haut-parleur est le même que si le haut-parleur était dans l'enceinte close de volume V_1 , ce qui est plus favorable que le cas du bass-reflex. Il nous faut maintenant calculer le flux d'accélération de l'évent pour avoir accès au rayonnement de l'enceinte et l'impédance pour faire les réglages de l'enceinte.

11.2 Rayonnement de l'évent

A partir de l'expression de X_2 en fonction de X_1 on tire

$$X_2 = \frac{\frac{\gamma.P.\Sigma_1.\Sigma_2}{V_2.M_2.\omega_0^2}.X_1}{C - \nu^2}$$

ce qui donne le flux d'accélération en multipliant par $-\omega^2.\Sigma_2$

$$\Phi_2 = -\frac{\frac{\gamma.P.\Sigma_2^2}{M_2.V_2}.\nu^2.\Sigma_1.X_1}{C - \nu^2}$$

En regroupant les termes on fait apparaître l'efficacité intrinsèque du haut-parleur et il reste

$$\Phi_2 = \frac{C.\nu^2.E.U}{(1 + A_1 + A_2 - \nu^2).(\nu^2 - C) + A_2.C + 2.S_T.j\nu.(\nu^2 - C)}$$

On a le niveau acoustique en dB à $1 m$ par la relation $N dB = 20. \log 4775. |\Phi_2|$, soit

$$N = 20. \log 4775.E.U + 20. \log \frac{C.\nu^2}{\sqrt{[(1 + A_1 + A_2 - \nu^2).(\nu^2 - C) + A_2.C]^2 + 4.S_T^2.\nu^2.(\nu^2 - C)^2}}$$

Le premier terme est une constante qui représente le rendement du haut-parleur dans une enceinte de volume V_1 . Occupons nous du second terme.

On cherche les asymptotes quand $\nu \rightarrow 0$ et quand $\nu \rightarrow \infty$.

Pour $\nu \rightarrow 0$ le second terme se réduit à $20. \log \frac{\nu^2}{1+A_1}$, il est donc représenté par une droite de pente $12 dB/octave$, passant par le point $\sqrt{1 + A_1}$ sur l'axe des fréquences réduites.

Pour $\nu \rightarrow \infty$ le second terme se réduit à $-20. \log \frac{\nu^2}{C}$, il est représenté par une droite de pente $-12 dB/octave$ passant par le point \sqrt{C} sur l'axe des fréquences réduites. Suivant les positions relatives de $\sqrt{1 + A_1}$ et \sqrt{C} sur l'axe des fréquences on aura des types de courbes de réponse différents. En pratique on choisit un cas particulier qui permet d'obtenir une courbe symétrique : on prend $1 + A_1 = C$. Pour simplifier un peu les calculs il est commode de changer l'origine des pulsations normalisées et de poser $\nu^2 = C.\eta$. En divisant le terme dans le logarithme haut et bas par $C^2.\eta$ on peut écrire le second terme :

$$-10. \log \left\{ \left[(A_2 + C - C.\eta) \cdot \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C.\eta} \right) + \frac{A_2}{C.\eta} \right]^2 + 4.S_T^2.C.\eta \cdot \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C.\eta} \right)^2 \right\}$$

En faisant les simplifications d'usage et après deux lignes de calcul il reste

$$-10. \log \left\{ \left[(1 - \eta) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) + \frac{A_2}{C} \right]^2 + 4. \frac{S_T^2}{C} \cdot (\eta - 1) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) \right\}$$

On constate que si on change η en $\frac{1}{\eta}$ dans l'expression on retrouve la même valeur. La courbe est donc symétrique (en échelle logarithmique) par rapport à $\eta = 1$ et on observera un extremum pour cette valeur.

On peut calculer la dérivée du terme entre accolades pour déterminer si la courbe est voisine de sa tangente horizontale. Après deux lignes de calcul on trouve :

$$\left(\frac{1}{\eta^2} - 1\right) \cdot \left\{ 2 \cdot \left[(1 - \eta) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) + \frac{A_2}{C} \right] - 4 \frac{S_T^2}{C} \right\}$$

On voit que cette dérivée s'annule pour $\eta^2 = 1$, donc l'extremum est très plat (au troisième ordre près) et si on annule en plus le terme entre accolades soit $A_2 = 2 \cdot S_T^2$ la courbe sera encore plus proche de sa tangente horizontale.

Il est normal de réaliser une enceinte dont le rendement maximal serait le même que celui du haut-parleur en enceinte close. A cet effet il suffit de faire $A_2 = C$ pour que le second terme soit nul en $\eta = 1$. On retrouve alors le rendement du haut-parleur dans son enceinte. Le réglage optimal du super woofer à évent se fait alors avec $A_2 = C = 2 \cdot S_T^2 = A_1 + 1$ et on constate avec surprise que le carré du facteur d'amortissement de l'enceinte close de volume V_1 est tel que

$$\frac{S_T^2}{1 + A_1} = \frac{1}{2}$$

en extrayant la racine carrée on retrouve pour cette configuration un filtre de BUTTERWORTH d'ordre 2. Cela implique en particulier que le haut-parleur utilisé soit de bonne qualité et que son S_T soit assez supérieur à 0,7. D'un autre côté il ne faut pas que sa valeur soit trop grande car la fréquence centrale de la courbe de réponse vaut $\sqrt{C} = S_T \cdot \sqrt{2}$ et on risque de ne pas descendre assez bas en fréquence.

On peut, avec cette configuration, rechercher les points de la courbe correspondant à une chute de 3 dB. Cela est obtenu lorsque le terme entre accolades vaut 2 :

$$\left[(1 - \eta) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) + 1 \right]^2 + 2 \cdot (\eta - 1) \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = 2$$

après deux lignes de calcul on tombe sur l'équation du second degré

$$\eta^2 - 3 \cdot \eta + 1 = 0$$

dont les racines sont

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

soit numériquement $\eta_1 = 0,38$ $\eta_2 = 2,62$, ce qui donne pour les fréquences normalisées $\nu_1 = 0,62 \cdot \sqrt{C}$ $\nu_2 = 1,62 \cdot \sqrt{C}$. Le rapport de ces deux fréquences vaut 2,62 soit un peu moins d'une octave et demie (2,83).

11.3 Impédance du superwoofer

Nous reprenons l'équation électrique en amplitude complexe

$$U = R.I + j\omega.Bl.X_1$$

et nous remplaçons X_1 par la valeur trouvée au paragraphe 11.1

$$U - j\omega \frac{\frac{B^2 l^2 . M_1 . U}{R . k_1 . M_1}}{1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + \frac{A_2 . C}{\nu^2 - C} + 2 . S_T . j\nu} = R . I$$

En mettant U en facteur il vient

$$U . \left[1 - \frac{\frac{B^2 l^2}{R . M_1 . \omega_0} . j\nu}{1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + \frac{A_2 . C}{\nu^2 - C} + 2 . S_T . j\nu} \right] = R . I$$

En tenant compte des valeurs déjà définies de S_E, S_M et S_T il vient finalement

$$Z = R . \frac{1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + \frac{A_2 . C}{\nu^2 - C} + 2 . S_T . j\nu}{1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + \frac{A_2 . C}{\nu^2 - C} + 2 . S_M . j\nu}$$

On retrouve un déphasage nul pour $\nu^2 = C$ comme dans le bass-reflex, cela nous permettra de vérifier si l'enceinte est bien réglée, en particulier si la longueur de l'évent est correcte. Dans ce cas l'impédance est proche d'un minimum, donc dans un creux, ce qui permet de repérer la bonne valeur.

On trouve d'autres valeurs lorsque

$$1 + A_1 + A_2 - \nu^2 + \frac{A_2 . C}{\nu^2 - C} = 0$$

on obtient une équation bicarrée

$$\nu^4 - (1 + A_1 + A_2 + C) . \nu^2 + C . (1 + A_1) = 0$$

Si le discriminant de cette équation est positif (et sauf valeurs exotiques, il a de grandes chances de l'être) on trouve deux racines positives telles que :

$$\nu^2 = \frac{(1 + A_1 + A_2 + C) \pm \sqrt{(1 + A_1 + A_2 + C)^2 - 4 . C . (1 + A_1)}}{2}$$

Le calcul que nous venons de faire n'impose aucune valeur particulière aux constantes du problème . Voyons ce que deviennent ces valeurs avec l'optimisation du paragraphe précédent. On avait $C = 1 + A_1 = A_2$, ce qui donne pour les racines

$$\nu^2 = \frac{3 . C \pm \sqrt{(3 . C)^2 - 4 . C^2}}{2} = C . \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ce sont juste les fréquences de coupure à -3 dB , nous pourrions ainsi apprécier l'ordre de grandeur de la bande passante de l'enceinte, en supposant que le modèle de rayonnement choisi soit valable. Une pièce d'habitation est loin de reproduire les conditions du champ libre . Si on est puriste on peut faire les mesures en plaçant l'enceinte en pleine campagne au sommet d'un grand arbre dans un champ labouré.

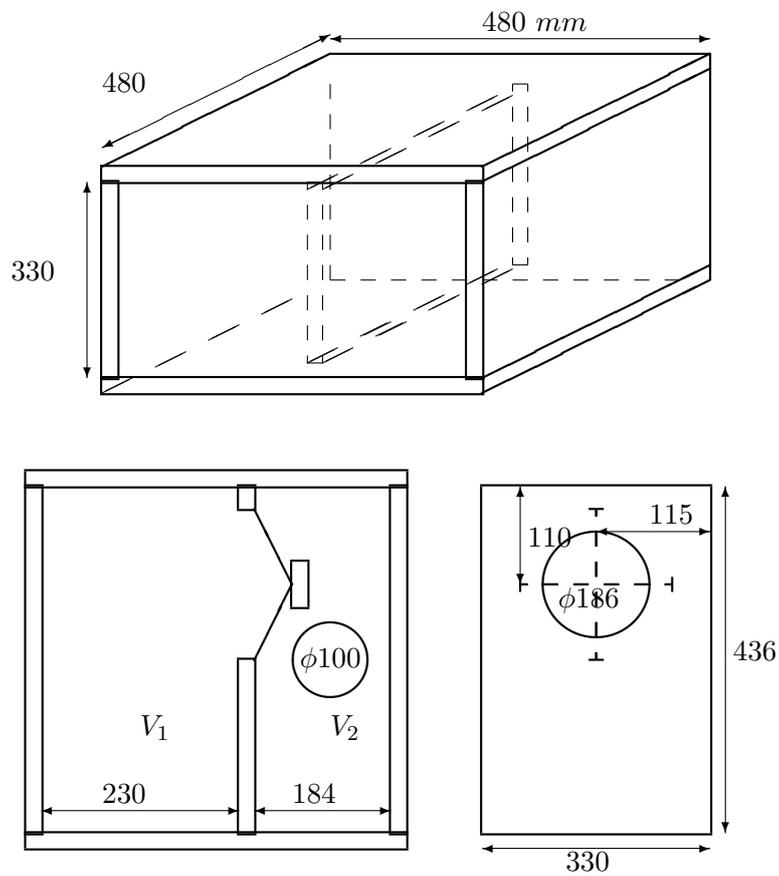
11.4 Exemple de réalisation

Nous allons décrire un superwoofer à événement réalisé avec un haut-parleur 20 MP 8 R produit par la société DAVIS ACOUSTICS et que l'on trouve facilement dans le commerce. Il a fallu d'abord déterminer les caractéristiques de ce transducteur. On a trouvé : masse de la membrane $M = 15.10^{-3} \text{ kg}$, $k = 1070 \text{ N.m}^{-1}$, $Bl = 6,6 \text{ T.m}$, $\Sigma_1 = 2 \text{ dm}^2$, ce qui donne un $V_{AS} = 52,3 \text{ litres}$, enfin le facteur d'amortissement total est $S_T = 1,1$. La fréquence de résonance est alors $f_0 = 42,5 \text{ Hz}$.

La valeur de A_1 qui donne le BUTTERWORTH d'ordre deux se trouve aisément par la formule vue précédemment : $A_1 = 1,47$. Cela donne un volume $V_1 = 35,6 \text{ litres}$, on pourra réduire cette valeur en mettant de la laine de verre dans l'enceinte, mais pas trop tassée. Pour le volume V_2 on prend $A_2 = 2.S_T^2 = 2,42$, soit $V_2 = 21,6 \text{ litres}$. On a arrondi à 24 litres pour tenir compte du volume de l'événement et du haut-parleur qui est dans ce compartiment. Ici il ne faut surtout pas mettre de laine de verre pour ne pas amortir l'événement. La fréquence centrale de l'enceinte est alors 67 Hz et les fréquences de coupure à -3 dB sont $41,5$ et $108,5 \text{ Hz}$, ce qui est tout à fait convenable. Cette enceinte est utilisée en caisson de grave amplifié avec deux petites enceintes équipées de haut-parleurs de 10 cm de diamètre et l'effet est particulièrement saisissant quand on n'a pas vu le caisson de grave.

L'événement est réalisé avec du tuyau de PVC utilisé dans le bâtiment pour les écoulements d'eaux usées de 10 cm de diamètre, en fait le diamètre intérieur est de $9,36 \text{ cm}$ ce qui donne une surface $\Sigma_2 = 0,688 \text{ dm}^2$. Pour obtenir une fréquence de résonance de 67 Hz il faudrait une longueur de $16,6 \text{ cm}$ en tenant compte de la longueur due à la masse de rayonnement ($0,28\sqrt{\Sigma_2}$). Malgré cette correction l'expérience montre que l'on a une fréquence de résonance trop basse. On a donc découpé cm par cm l'événement jusqu'à trouver la bonne valeur, il a fallu enlever 3 cm de sorte que la longueur finale de l'événement est de $l_2 = 13,6 \text{ cm}$.

Passons à la partie menuiserie. L'enceinte est réalisée en panneau de particules de 22 mm d'épaisseur que l'on fera découper dans une grande surface de bricolage, cela garantit, en général, des dimensions correctes et des angles bien droits. Les panneaux latéraux et le panneau du dessus sont largement encollés et cloués avec des pointes à tête d'homme, le panneau du dessous est lui fixé avec des vis spéciales pour aggloméré de façon à permettre un démontage éventuel. L'événement est fixé sur le panneau du dessous ce qui impose de poser l'enceinte sur des pieds de 20 à 30 cm de hauteur, l'enceinte a alors l'aspect d'une sorte de table basse et ne se remarque pas trop. Mais on peut, si on le désire, la poser sur un côté et la dissimuler dans un coin.



Les lignes en tirets intérieures ne sont pas toutes tracées pour ne pas alourdir le dessin. L'unité choisie est le millimètre.

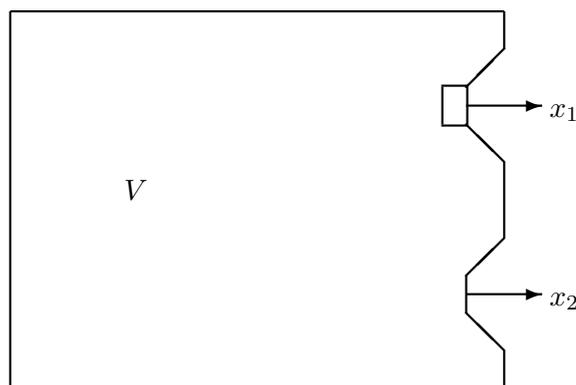
Chapitre 12

Enceinte actif-passif

12.1 Description et modélisation

Ce type d'enceinte, lancée dans les années 1970 par une firme anglaise connue, a eu de nombreuses imitations. Mais le manque de maîtrise de la conception de ces imitations a fait que ce type d'enceinte est rapidement tombé dans l'oubli. Pourtant le système possède des avantages non négligeables sur le bass-reflex, nous en reparlerons.

Le principe de cette enceinte est proche du bass-reflex. Lorsqu'on met un haut-parleur de qualité dans une enceinte close de volume important on observe une atténuation de l'extrême grave due à un amortissement trop important. On remédie à ce défaut en plaçant un haut-parleur passif, c'est à dire sans aimant ni bobine mobile, dont la fréquence de résonance est convenablement réglée pour jouer le rôle de résonateur auxiliaire qui rétablit la réponse dans l'extrême grave.



Le haut-parleur actif est caractérisé, comme d'habitude, par la masse M_1 de l'équipage mobile comprenant la masse de rayonnement, par la raideur k_1 de la suspension, par le terme d'amortissement fluide (supposé constant)

h_1 , par la surface Σ_1 de la membrane, par le facteur de force Bl et par la résistance R de la bobine mobile.

Le passif sera, lui, caractérisé par la masse M_2 de la seule membrane, par la raideur k_2 de la suspension et par la surface Σ_2 de la membrane. Nous négligerons tout terme d'amortissement fluide pour ne pas compliquer les calculs qui le sont assez comme ça. Nous avons vu, dans le cas du bass-reflex, que cela n'avait pas une grande importance et que cette hypothèse était valable.

Dans la littérature anglo-saxonne le passif est appelé "drone cone" que l'on peut traduire par "cône bourdon" analogue à la corde à vide de certains instruments de musique. On l'appelle aussi "auxiliary bass radiator" ou "ABR" que l'on traduit par "radiateur auxiliaire de basses" ou "RAB", il est dommage que cette abréviation n'ait pas été adoptée en France car elle correspond bien au rôle joué par le passif.

L'équation fondamentale de la dynamique appliquée à l'équipage mobile permet d'écrire :

$$M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1 x_1 - \frac{\gamma P \Sigma_1}{V} (\Sigma_1 x_1 + \Sigma_2 x_2) - h_1 \frac{dx_1}{dt} + Bl.i$$

Pour le passif on peut écrire :

$$M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2 x_2 - \frac{\gamma P \Sigma_2}{V} (\Sigma_1 x_1 + \Sigma_2 x_2)$$

L'équation électrique s'écrit aussi en négligeant l'inductance propre de la bobine :

$$u = R.i + Bl \frac{dx_1}{dt} \implies i = \frac{u}{R} - \frac{Bl}{R} \frac{dx_1}{dt}$$

On pose, comme à l'accoutumé :

$$k'_1 = \frac{\gamma P \Sigma_1^2}{V} \quad k'_2 = \frac{\gamma P \Sigma_2^2}{V} \quad H_1 = h_1 + \frac{B^2 l^2}{R}$$

Regroupons les termes et passons aux amplitudes complexes

$$[-M_1 \omega^2 + j\omega H_1 + k_1 + k'_1] X_1 = -k'_1 \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} X_2 + \frac{Bl}{R} U$$

$$[-M_2 \omega^2 + k_2 + k'_2] X_2 = -k'_2 \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} X_1$$

On divise, dans les deux expressions par les masses pour faire apparaître les pulsations de résonance, l'efficacité intrinsèque et le coefficient d'amortissement :

$$\frac{k_1}{M_1} = \omega_0^2 \quad \frac{k'_1}{M_1} = A_1 \quad \frac{k_2}{M_2} = \omega_2^2 = C\omega_0^2 \quad \frac{k'_2}{M_2} = A_2 \quad E = \frac{\Sigma_1 \cdot Bl}{R \cdot M_1} \quad 2S_T = \frac{H_1}{M_1 \omega_0}$$

Cela nous permet d'écrire les relations en X_1 et X_2 qui nous permettrons plus tard de calculer les élongations pour voir si nous sommes bien dans les limites de linéarité

$$[-\omega^2 + 2S_T.j\omega\omega_0 + (1 + A_1)\omega_0^2]X_1 = -A_1\omega_0^2\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}X_2 + E.U$$

$$[-\omega^2 + (1 + A_2)C\omega_0^2]X_2 = -A_2C\omega_0^2\frac{\Sigma_1}{\Sigma_2}X_1$$

12.2 Rayonnement de l'enceinte

Pour le moment nous allons nous intéresser aux flux d'accélération pour accéder au rayonnement en champ libre, le seul facile à calculer. On pose :

$$\Phi_1 = -\omega^2.\Sigma_1.X_1 \quad \Phi_2 = -\omega^2.\Sigma_2.X_2 \quad \nu = \frac{\omega}{\omega_0}$$

il vient alors :

$$\left[1 - 2S_T\frac{j}{\nu} - \frac{1 + A_1}{\nu^2}\right]\Phi_1 = \frac{A_1}{\nu^2}\Phi_2 + E.U$$

$$\left[1 - \frac{C(1 + A_2)}{\nu^2}\right]\Phi_2 = \frac{A_2C}{\nu^2}\Phi_1$$

de la seconde on tire

$$\Phi_2 = \Phi_1\frac{A_2C}{\nu^2 - C(1 + A_2)}$$

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_1\frac{\nu^2 - C}{\nu^2 - C(1 + A_2)}$$

Il nous reste à calculer Φ_1 , on reporte la valeur de Φ_2 dans la première expression , il vient :

$$\left[1 - \frac{1 + A_1}{\nu^2} - 2S_T\frac{j}{\nu}\right]\Phi_1 = \frac{A_1A_2C\Phi_1}{\nu^2[\nu^2 - C(1 + A_2)]} + E.U$$

ce qui donne, en simplifiant

$$\left[1 - \frac{1}{\nu^2}\left(1 + A_1 + \frac{A_1A_2C}{\nu^2 - C(1 + A_2)}\right)\right]\Phi_1 = E.U$$

et après deux lignes de calcul que nous laissons au lecteur le soin de faire on a

$$\Phi_1 = \frac{\nu^2[\nu^2 - C(1 + A_2)]E.U}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_T\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}$$

Le flux total d'accélération devient alors :

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\nu^2(\nu^2 - C)E.U}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_T\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}$$

Pour avoir le niveau acoustique à un mètre on écrit

$$N \text{ dB} = 20. \log 4775 |\Phi_1 + \Phi_2|$$

soit

$$N \text{ dB} = 20 \log 4775 E.U_{eff} + \nu^2 |\nu^2 - C|$$

$$20 \log \frac{\nu^2 |\nu^2 - C|}{\sqrt{\{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1 A_2 C\}^2 + 4S_T^2 \nu^2 [\nu^2 - C(1 + A_2)]^2}}$$

Le premier terme, constant, représente le niveau acoustique du haut-parleur aux fréquences moyennes, nous le laisserons de côté pour étudier plus précisément le terme variable avec la fréquence. On remarque tout de suite, ce qui n'avait pas lieu pour le bass-reflex, que ce niveau peut tendre vers $-\infty$ pour $\nu = \sqrt{C}$. Cela correspond à la résonance à l'air libre du passif, le flux d'accélération est alors nul et les membranes vibrent en opposition de phase. Il faut donc éviter d'atteindre cette valeur de la fréquence, en fait la résonance du passif est très en dessous de la résonance du haut-parleur actif et dans les cas réels elle se situe en dessous de 20 Hz. Mais il faudra prendre la précaution de filtrer le signal en dessous de cette valeur pour ne pas risquer des amplitudes trop grandes des membranes.

12.3 Tentative d'optimisation de la courbe de réponse

Le haut-parleur est fixé avec un S_T compris en gros entre 1 et 1,5, on ne peut donc pas le modifier. La suspension du passif est aussi fixée par construction, on pourra seulement faire varier la masse de la membrane en lui collant une surcharge. Le seul autre paramètre dont nous soyons maître est alors le volume de l'enceinte. Il nous faut donc déterminer V et M_2 pour avoir une courbe aussi plate que possible.

En utilisant les volumes équivalents aux raideurs du haut-parleur et du passif, on remarque que

$$A_1 = \frac{V_{1AS}}{V} \quad A_2 = \frac{V_{2AS}}{V} = \frac{V_{2AS}}{V_{1AS}} \cdot A_1 = \mu A_1$$

Les volumes équivalents sont connus par construction et on a une relation simple entre les deux ce qui permet de n'en utiliser qu'un seul.

Pour optimiser la courbe de réponse il faut écrire qu'au voisinage de l'infini les deux premières dérivées du terme variable sont nulles. En pratique il est plus commode de prendre comme variable $\eta = 1/\nu^2$ et d'écrire que les deux premières dérivées sont nulles en $\eta = 0$. On travaille sur le terme sous le logarithme que l'on a élevé au carré pour supprimer le radical. On désigne par N le numérateur et par D le dénominateur et on divise haut et bas par ν^8 , il vient :

$$N = (1 - C\eta)^2$$

$$D = \{[1 - C(1 + A_2)\eta][1 - (1 + A_1)\eta] - A_1A_2C\eta^2\}^2 + 4S_T^2\eta[1 + C(1 + A_2)\eta]^2$$

Ces expressions sont des polynômes en η que l'on peut écrire

$$N = 1 + a_1\eta + a_2\eta^2$$

$$D = 1 + b_1\eta + b_2\eta^2 + b_3\eta^3 + b_4\eta^4$$

où les coefficients seront calculés seulement quand on en aura besoin. Le numérateur de la dérivée première du rapport est : $D.N' - N.D'$ et il faut écrire qu'il est nul pour $\eta = 0$ soit $D(0).N'(0) - N(0).D'(0) = 0$ ce qui donne $N'(0) = D'(0)$ et $a_1 = b_1$. Or $a_1 = -2C$ et $b_1 = 4S_T^2 - 2[C(1 + A_2) + 1 + A_1]$ ce qui donne finalement

$$2S_T^2 = 1 + A_1 + A_2C$$

La dérivée seconde est un peu plus délicate à calculer et on a intérêt à travailler sur un produit :

$$(N \cdot \frac{1}{D})' = N \cdot (-\frac{D'}{D^2}) + N' \cdot \frac{1}{D}$$

$$(N \cdot \frac{1}{D})'' = N' \cdot (-\frac{D'}{D^2}) + N \cdot (-\frac{D''}{D^2} + 2\frac{D'^2}{D^3}) + N'' \cdot \frac{1}{D} - N' \cdot \frac{D'}{D^2}$$

En réduisant au même dénominateur D^3 et en ne conservant que le numérateur il reste

$$N \cdot (2D'^2 - DD'') - 2N'D'D + N''D^2$$

on écrit que ce numérateur est nul pour $\eta = 0$, ce qui donne

$$2b_1^2 - 2b_2 - 2a_1b_1 + 2a_2 = 0$$

or on a vu que $a_1 = b_1$ il reste donc $a_2 = b_2$. Le terme en a_2 est facile à calculer, il vaut C^2 , le terme en b_2 est un peu plus délicat, il faut développer le dénominateur et chercher le coefficient du terme en η^2 . Nous laissons au lecteur courageux le soin de faire ce calcul et nous en livrons le résultat :

$$C^2 = [1 + A_1 + C + A_2C]^2 + 2[C(1 + A_1 + A_2 + A_1A_2) - A_1A_2C] - 8S_T^2C(1 + A_2)$$

$$0 = (1 + A_1 + A_2C)^2 + 2C(1 + A_1 + A_2C) + 2C(1 + A_1 + A_2) - 8S_T^2C(1 + A_2)$$

on remplace $1 + A_1 + A_2C$ par $2S_T^2$ et il vient après simplification

$$2S_T^4 + 2CS_T^2 + C(1 + A_1 + A_2) - 4S_T^2C(1 + A_2) = 0$$

Nous avons une relation entre A_1 et A_2 , $A_2 = \mu A_1$, il nous faut déterminer C et A_1 , pour cela nous avons deux équations qui ne sont, hélas pas, du premier degré. On a

$$C = \frac{2S_T^2 - 1 - A_1}{A_2} = \frac{2S_T^2 - 1 - A_1}{\mu A_1}$$

On reporte cette valeur et on en profite pour réduire au même dénominateur que l'on n'écrit pas

$$2S_T^4\mu A_1 + (2S_T^2 - 1 - A_1)[1 - 2S_T^2 + A_1(1 + \mu - 4S_T^2\mu)] = 0$$

En développant et en ordonnant les termes il vient l'équation du second degré en A_1

$$A_1^2(1 + \mu - 4S_T^2\mu) + A_1[6S_T^4\mu - 2S_T^2(2 + 3\mu) + 2 + \mu] + (2S_T^2 - 1)^2 = 0$$

Avec les valeurs habituelles de S_T et de μ le premier coefficient est négatif et l'équation a deux racines l'une positive que nous conserverons et l'autre négative qui ne nous intéresse pas. Exprimons le discriminant

$$\Delta = [6S_T^4\mu - 2S_T^2(2 + 3\mu) + 2 + \mu]^2 + 4(2S_T^2 - 1)^2(4S_T^2\mu - 1 - \mu)$$

La racine que nous garderons est alors

$$A_1 = \frac{6S_T^4\mu - 2S_T^2(2 + 3\mu) + 2 + \mu + \sqrt{\Delta}}{2(4S_T^2\mu - 1 - \mu)}$$

Et là un ordinateur sera bien commode pour faire le calcul. Ayant ainsi déterminé la valeur de A_1 , nous en déduisons la valeur de C

$$C = \frac{2S_T^2 - 1 - A_1}{\mu A_1}$$

Cette optimisation peut nous guider pour fixer des premières valeurs des paramètres du système, mais pour la suite il est bon de disposer d'un traceur de courbes sur ordinateur qui fera tous les calculs nécessaires et donnera les courbes.

12.4 Calcul des élongations des membranes

Ce calcul est nécessaire pour voir si on reste bien dans les limites de linéarité du haut-parleur actif en particulier. Les élongations du passif peuvent être plus importantes car on n'a pas de bobine mobile. Certains petits malins ont cru bon d'utiliser un vrai haut-parleur comme passif et pour faire bonne mesure ils conseillent de mettre en court-circuit la bobine mobile. Cela ne sert à rien, tout se passe comme si on avait un seul haut-parleur en enceinte close, le soi-disant passif étant pratiquement immobile à cause de son amortissement important.

Pour calculer la valeur de X_1 nous partons de la valeur de Φ_1 trouvée au paragraphe **12.2** en tenant compte de $\Phi_1 = -\omega^2 \Sigma_1 X_1$. Ce qui donne en faisant intervenir la pulsation réduite $\Phi_1 = -\nu^2 \omega_0^2 \Sigma_1 X_1$. Dans la grande

expression de Φ_1 nous voyons apparaître le terme $E = \Sigma_1 Bl / RM_1$ qui, divisé par $\omega_0^2 \Sigma_1$ donne Bl / Rk_1 . D'où

$$X_1 = \frac{-[\nu^2 - C(1 + A_2)]U.Bl/Rk_1}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1 A_2 C - 2jS_T \nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}$$

A partir de l'expression de Φ_2 en fonction de Φ_1 et en remplaçant en fonction des élongations on a

$$\Phi_2 = \Phi_1 \frac{A_2 C}{\nu^2 - C(1 + A_2)} \quad -\omega^2 \Sigma_2 X_2 = -\omega^2 \Sigma_1 X_1 \frac{A_2 C}{\nu^2 - C(1 + A_2)}$$

d'où on tire finalement

$$X_2 = \frac{-A_2 C.U.Bl\Sigma_1/\Sigma_2 Rk_1}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1 A_2 C - 2jS_T \nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}$$

En prenant les normes de ces expressions on a les valeurs maximales des élongations. Il est commode de poser

$$\frac{Bl.U_{max}}{R.k_1} = X_0$$

qui représente l'amplitude du déplacement de la membrane du haut-parleur actif dans une enceinte de volume infini lorsqu'on lui applique la tension indiquée. On a alors

$$X_{1max} = \frac{|\nu^2 - C(1 + A_2)|X_0}{\sqrt{\{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1 A_2 C\}^2 + 4S_T^2 \nu^2 [\nu^2 - C(1 + A_2)]^2}}$$

$$X_{2max} = \frac{A_2 C.X_0 \Sigma_1/\Sigma_2}{\sqrt{\{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1 A_2 C\}^2 + 4S_T^2 \nu^2 [\nu^2 - C(1 + A_2)]^2}}$$

On remarque en particulier que $X_{1max} = 0$ pour $\nu = \sqrt{C(1 + A_2)}$ qui est la fréquence de résonance du passif dans l'enceinte. Alors l'actif est pratiquement immobile et ne peut donner lieu à de la distorsion. On peut penser qu'il ne faudra pas trop descendre en dessous de cette fréquence en fonctionnement normal et mettre un filtre électronique qui coupe le signal en dessous de cette valeur.

Nous avons déjà vu que pour $\nu = \sqrt{C}$ le flux d'accélération était nul, donc la variation totale de volume due au déplacement des membranes est aussi nulle. Les membranes vibrent en opposition de phase et on a $\Sigma_1 X_{1max} = \Sigma_2 X_{2max}$. En remplaçant ν^2 par C dans X_{1max} il vient :

$$X_{1max} = \frac{A_2 C.X_0}{\sqrt{(1 - C)^2 A_2^2 C^2 + 4S_T^2 A_2^2 C^3}}$$

Sans connaître de valeurs numériques il est difficile de conclure, sinon en disant que X_{1max} est de l'ordre de grandeur de X_0 . Là encore un logiciel de tracé de courbes sera d'un grand secours.

12.5 Etude de l'impédance

L'étude de l'impédance, qui est expérimentalement facile, va nous renseigner sur la bonne mise au point de l'enceinte et éventuellement fournir un bon sujet de travaux pratiques pour le premier cycle universitaire. On écrit l'équation électrique en amplitude complexe :

$$U = R.I + j\omega.Bl.X_1 = R.I + j\nu\omega_0.Bl.X_1$$

Au numérateur de X_1 nous trouvons en facteur le terme Bl/Rk_1 , qui multiplié par $Bl.\omega_0$ va donner $B^2l^2.\omega_0/Rk_1$, soit justement $2S_E$. On a donc

$$U = R.I + \frac{-j\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]U.2S_E}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_T\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}$$

En regroupant les termes en U il vient

$$U\left[1 + \frac{j\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]2S_E}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_T\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}\right] = R.I$$

et, en se rappelant que $S_T = S_E + S_M$, la réduction au même dénominateur donne

$$U \frac{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_M\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_T\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]} = R.I$$

On obtient l'impédance en renversant la fraction

$$Z = \frac{U}{I} = R. \frac{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_T\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}{[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C - 2jS_M\nu[\nu^2 - C(1 + A_2)]}$$

On cherche encore les pulsations réduites qui permettent d'obtenir une impédance réelle de façon à avoir une droite de LISSAJOUS sur l'écran de l'oscilloscope. Il est facile de voir qu'une de ces valeurs est $\nu^2 = C(1 + A_2)$, soit la fréquence de résonance du passif dans l'enceinte. On a déjà vu que le haut-parleur était immobile pour cette fréquence et on ne s'étonne pas trouver une impédance égale à R , qui est un minimum.

Par ailleurs le terme réel du numérateur est égal au terme réel du dénominateur, en annulant ce terme on trouve le rapport de deux nombres imaginaires purs qui est un réel. De plus la valeur de l'impédance est alors $R.S_T/S_M$ dont on peut penser qu'elle est proche d'un maximum. Nous ne ferons pas le calcul pour le démontrer car il est trop compliqué et n'apporte rien au problème. L'équation permettant de calculer ces valeurs est

$$[\nu^2 - C(1 + A_2)][\nu^2 - 1 - A_1] - A_1A_2C = 0$$

$$\nu^4 - (1 + A_1 + C + A_2C)\nu^2 + C(1 + A_1 + A_2) = 0$$

on obtient une équation bicarrée qui, si le discriminant est positif, a deux racines positives. En pratique, avec les valeurs numériques courantes, c'est ce qui se produit. Il faut prendre des valeurs exotiques pour que le discriminant soit négatif. Les valeurs de ν^2 sont alors :

$$\nu^2 = \frac{(1 + A_1 + C + A_2 C) \pm \sqrt{(1 + A_1 + C + A_2 C)^2 - 4C(1 + A_1 + A_2)}}{2}$$

Une fois réalisée l'enceinte et déterminés ses paramètres on peut contrôler si la formule est correcte. En général l'accord est bon.

12.6 Exemple d'application

Les haut-parleurs étudiés sont un peu anciens mais cela ne lève rien aux résultats. Le haut-parleur actif est un 12 SPC G3 et le passif est un 21 CPG 3 spécialement construit pour l'occasion et dont on n'a pas mis la bobine mobile et l'aimant, on l'a appelé P 21. Le haut-parleur a les caractéristiques suivantes

$$f_0 = 37 \text{ Hz } S_T = 1,2 \text{ V}_{1AS} = 34 \text{ litres}$$

le volume de l'enceinte a été fixé à 29,7 litres ce qui donne $A_1 = 1,14$.

Pour le passif on a trouvé $A_2 = 2,28$ et on a pris $C = 0,3$, ce qui donne $C(1 + A_2) = 0,98$ soit pratiquement 1, la fréquence de résonance du passif dans l'enceinte est égale à la fréquence de résonance du haut-parleur en enceinte de volume infini de l'ordre de 37 Hz.

L'optimisation précédente aurait donné $A_1 = 1,07$ et $C = 0,38$ valeurs assez proches de celles utilisées pour des raisons pratiques. La courbe est bien droite et la chute n'est que de 1 dB à 37 Hz. Mais en dessous la courbe descend très vite, on a un filtre passe-haut d'ordre 4 et l'asymptote est à 24 dB/octave.

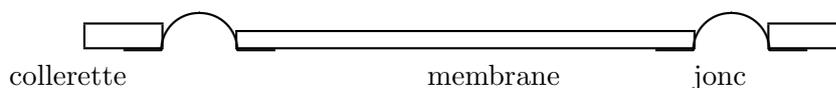
Par le calcul les valeurs trouvées pour les fréquences où l'impédance est réelle sont $f_1 = 26 \text{ Hz}$, $f_0 = 37 \text{ Hz}$ et $f_2 = 60 \text{ Hz}$. L'expérience confirme ces chiffres avec une bonne précision de l'ordre de 1%.

On peut remarquer, qu'avec la valeur de C choisie, la fréquence de résonance du passif dans une enceinte de volume infini est $f_2 = 37 \cdot \sqrt{0,3} = 20 \text{ Hz}$. Avec une raideur $k_2 = 1000 \text{ N.m}^{-1}$ cela donne une masse totale $M_2 = 62 \text{ g}$, ce qui est assez élevé. En effet la masse de la membrane du haut-parleur est initialement de 10 g, il faudra donc rajouter une surcharge de l'ordre de 52 g. On constate que la solution de prendre pour passif un haut-parleur sans moteur n'est pas la meilleure, en effet la membrane d'origine est assez mince et ne peut jouer un rôle d'isolation acoustique entre l'intérieur et l'extérieur de l'enceinte pour les fréquences du médium.

Il vaut mieux réaliser un passif spécifique avec une membrane plane plus épaisse en carton et simplement un jonc de néoprène sur le pourtour, car on n'a pas besoin d'assurer un centrage parfait puisqu'il n'y a pas de bobine mobile. Le centrage est assuré par la surpression à l'intérieur de l'enceinte.

12.7 Réalisation et mesures sur le passif plan

L'élément de base en est le jonc de néoprène qu'il n'est pas très facile de se procurer, mais si un marché de créa on finira par en trouver partout. Ce jonc est destiné à la suspension périphérique des membranes de haut-parleur de grave. Il est constitué d'un demi tore prolongé à l'intérieur et à l'extérieur par deux parties planes pour le collage de la membrane et du support. On détermine le diamètre intérieur et le diamètre extérieur du demi tore. On réalise une membrane en carton plat (ou même en carton d'emballage) dont la masse est voisine de celle désirée (mais plus petite) et on pourra l'ajuster par une surcharge. Cette membrane aura pour diamètre le diamètre intérieur du jonc. Puis on découpe une collerette en matériau dur de 2 à 3 cm de large dont le diamètre intérieur est égal au diamètre extérieur du jonc. On peut même coller directement le jonc sur un trou découpé dans l'enceinte et de diamètre le diamètre extérieur du jonc, c'est la technique employée par l'auteur. La colle à utiliser pour cet usage est de la colle néoprène que l'on ne laisse pas sécher longtemps de façon à pouvoir ajuster le collage, cela met plus longtemps à prendre mais on est assuré d'un bon positionnement des éléments.



Bien que, pour des raisons de dessin, le passif semble horizontal, en réalité il faut que son plan soit vertical dans l'enceinte ainsi que pour le haut-parleur. On évite ainsi un décentrage du au poids.

Le passif est caractérisé par trois paramètres : la raideur de la suspension k_2 , la masse de la membrane M_2 et la surface de rayonnement Σ_2 . Le jonc étant le même que celui utilisé pour construire les haut-parleurs il faudra disposer d'un haut-parleur ayant le même type de jonc (en fait il n'y a pas de problème pour cela car il y a un seul type de jonc par diamètre de haut-parleur).

On commencera par déterminer les caractéristiques du haut-parleur actif ayant le même jonc que le passif. On aura ainsi la surface Σ_2 et la masse de rayonnement m_R . Comme on a découpé la membrane dans du carton épais il sera possible de la peser avant de la coller, une précision de l'ordre du gramme est largement suffisante. Une partie du jonc peut participer à la masse vibrante, si on est pinailleur on peut rajouter entre le quart et le tiers de la masse du jonc mais cela n'est pas critique. On ajoutera aussi la masse de rayonnement pour avoir la masse totale M_2 .

Le haut-parleur nu utilisé a une membrane de masse m_1 et une sus-

12.8. COMPARAISON DE L'ACTIF-PASSIF ET DU BASS-REFLEX 131

pension de raideur k_1 . Le passif nu a une membrane de masse m_2 que l'on connaît et une suspension de raideur k_2 à déterminer. Il nous faut donc encore une mesure. Nous posons le passif contre le haut-parleur actif jonc contre jonc, comme le volume entre les deux membranes est très petit on pourra considérer qu'elles sont collées l'une à l'autre et que les suspensions sont en parallèle ce qui revient à ajouter les raideurs. On mesure la nouvelle fréquence de résonance de l'impédance dont on déduit la pulsation correspondante ω_T . On peut alors écrire :

$$\omega_T^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}$$

ce qui permet de calculer k_2 qui devra être inférieur à k_1 puisqu'il n'y a pas de spider.

A partir de k_2 on calcule le volume équivalent à la suspension V_{2AS} , soit

$$V_{2AS} = \frac{\gamma P_0 \cdot \Sigma_2^2}{k_2}$$

et on a ainsi tous les éléments pour caractériser le passif.

On constate que les mesures les plus délicates concernent le jonc. Il serait bon que les fournisseurs de ce composant en donnent la raideur et le volume équivalent à la suspension. Pour l'instant cela semble un vœux pieux, mais, qui sait, avec le temps cela viendra-t-il.

12.8 Comparaison de l'actif-passif et du bass-reflex

Il s'agit, dans les deux cas, de résonateurs auxiliaires destinés à remonter le niveau des graves que l'amortissement de l'enceinte réduit. Cela ne peut être fait qu'avec des haut-parleurs dont le coefficient d'amortissement S_T est en gros compris entre 1 et 1,6 soit un Q_{TS} compris entre 0,3 et 0,5.

Dans le cas du bass-reflex le paramètre C représente le carré de la fréquence de résonance normalisée du résonateur auxiliaire dans l'enceinte. Pour l'actif-passif c'est la fréquence de résonance normalisée du passif nu indépendamment de l'enceinte. Ces deux paramètres ne peuvent donc pas être comparés. Le passif a une raideur supplémentaire due à sa suspension.

La courbe de réponse du bass-reflex décroît avec une pente de 24 dB/octave depuis les alentours de \sqrt{C} jusqu'à 0. Pour l'actif-passif il y a une fréquence normalisée \sqrt{C} pour laquelle le niveau acoustique est nul dans le modèle proposé. Il faut donc éviter d'envoyer un signal dans ce domaine de fréquences. En général cette valeur est en dessous du spectre sonore et cela ne pose pas de problème.

Si le haut-parleur de grave sert aussi de haut-parleur de médium dans une enceinte à deux voies, ce qui assez fréquent, le tuyau du bass-reflex se comporte comme un tuyau sonore avec des résonances et des antirésonances,

ce qui perturbe la courbe de réponse. Certaines notes sont amplifiées et d'autres sont atténuées. Cela constitue un défaut impossible à éviter à moins de faire une enceinte à trois voies où le haut-parleur de grave est coupé avant l'apparition du défaut. Il est bien évident que pour la haut-parleur de médium une enceinte close suffit et n'aura pas ce défaut.

La membrane du passif est épaisse et massive, elle joue donc le rôle d'un isolant acoustique entre l'intérieur et l'extérieur de l'enceinte et le défaut précédent ne se manifeste pas. De plus les élongations du passif peuvent être plus grandes que celles d'un haut-parleur actif sans perdre de la linéarité. Les élongations de l'air dans le tuyau d'un bass-reflex sont plus importantes que celles du haut-parleur car la surface du tuyau est plus faible. On peut alors obtenir un régime turbulent dans l'évent et on ne maîtrise plus rien.

Cela permet d'expliquer pourquoi l'auteur préfère le système actif-passif pour les enceintes à deux voies. De plus on évite la mise au point d'un filtre passif qui ne sera jamais parfait. Là encore, bien que cela ne soit pas à la mode, la solution d'un amplificateur par haut-parleur et des filtres électroniques avant est la meilleure et ne coûte pas beaucoup plus cher.

Dernière minute. Le vendredi 13 décembre 2002 s'est tenue à PARIS une journée d'études sous l'égide de la Société Française d'Acoustique, de l'Audio Engineer Society et du Conservatoire National de Arts et Métiers consacrée aux non-linéarités dans les transducteurs électroacoustiques. Deux communications étaient particulièrement consacrées à l'étude des événements de bass-reflex. Les auteurs ont montré expérimentalement que des tourbillons se produisaient au voisinage de l'extrémité du tuyau dès que le niveau dépassait un certain seuil et que la distorsion augmentait fortement, sans parler de l'effet tuyau sonore dans le domaine du médium. Alors pourquoi continuer à construire des enceintes bass-reflex alors que le système actif-passif n'a pas ces inconvénients? Le seul défaut est l'existence d'une fréquence pour laquelle le rayonnement est nul, mais dans les systèmes bien calculés cette fréquence se trouve en dessous de 20 Hertz et donc en dehors de la bande audible.

12.9 Paramètres de trois passifs disponibles sur le marché.

Après ces réflexions sur l'enceinte bass-reflex l'auteur a cherché à faire construire par un fabricant de haut-parleur des passifs que l'on pourrait se procurer dans le commerce. Monsieur Michel VISAN ,Directeur de la firme DAVIS ACOUSTICS , a répondu favorablement à cette demande et a aussitôt envoyé des prototypes pour les faire mesurer.

Ces passifs sont construits à partir de modèles de haut-parleurs existants auxquels on n'a pas mis de bobine mobile ni de système magnétique. La

mesure de la raideur de la suspension se fait sur le haut-parleur actif par la méthode classique ainsi que la surface de la membrane et le volume équivalent à la raideur de la suspension. La masse de la membrane du passif (inférieure à celle de l'actif) utilise une enceinte actif-passif dont on charge le passif avec une masse connue et dont on détermine la fréquence d'argument nul de l'impédance correspondant au minimum. On recommence l'opération en enlevant la surcharge et en mesurant la nouvelle fréquence de résonance, par un simple rapport on détermine la masse de la membrane. En fait cette détermination n'a pas besoin d'une grande précision car, dans un système actif-passif, on est amené à surcharger fortement l'équipage mobile pour obtenir la fréquence f_2 nécessitée par le calcul, en général quelques dizaines voire quelques centaines de grammes suivant la dimension du passif.

Ces passifs sont classés à la française suivant la dimension extérieure de leur châssis en *cm*. Ils sont donc dénommés P13, P17 et P21. Les modèles plus grands viendront plus tard. Les petits passifs sont bien utiles pour les petites enceintes en général faibles dans les graves. L'auteur suggère de prendre le passif immédiatement supérieur à l'actif : par exemple pour un actif de 10 *cm* on prend le P13, pour un 13 *cm* on prend le P17 et pour un 17 *cm* on prend le P21.

Voici les résultats des mesures :

P13 Masse de la membrane $M_2 = 6 \text{ g}$; raideur de la suspension $k_2 = 1830 \text{ N.m}^{-1}$, Surface de la membrane $\Sigma_2 = 80 \text{ cm}^2$; Volume équivalent $V_{2AS} = 4,8 \text{ Litres}$.

P17 Masse de la membrane $M_2 = 12 \text{ g}$; raideur de la suspension $k_2 = 1625 \text{ N.m}^{-1}$; Surface de la membrane $\Sigma_2 = 146 \text{ cm}^2$; Volume équivalent $V_{2AS} = 18,4 \text{ Litres}$.

P21 Masse de la membrane $M_2 = 15 \text{ g}$; raideur de la suspension $k_2 = 1320 \text{ N.m}^{-1}$; Surface de la membrane $\Sigma_2 = 210 \text{ cm}^2$; Volume équivalent $V_{2AS} = 43,5 \text{ Litres}$.

Pour les lecteurs intéressés voici l'adresse de la société DAVIS ACOUSTICS :
70, rue de la paix 10 000 TROYES FRANCE Tél. 03 25 79 84 84.

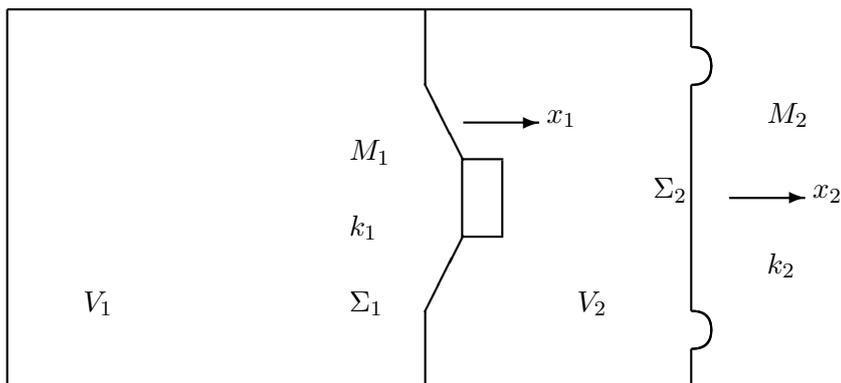
Chapitre 13

Superwoofer à passif

13.1 Principe de l'enceinte

Nous avons étudié, après l'enceinte bass-reflex, le superwoofer à évent qui est surtout utilisé dans les caissons de grave pour automobiles. L'évent joue le rôle d'un résonateur qui fournit le niveau de grave nécessaire. Bien que cela n'ait donné lieu à aucune réalisation commerciale à la connaissance de l'auteur on peut remplacer l'évent par un haut-parleur passif. Je livre donc à la sagacité du lecteur cette enceinte qui est, peut-être, une première à être décrite.

Le volume de l'enceinte est divisé en deux compartiments de volumes V_1 et V_2 . Sur la paroi interne est fixé le haut-parleur actif complètement enfermé dans l'enceinte d'où le nom d'enceinte à charge symétrique que l'on donne parfois au superwoofer à évent. Sur une paroi extérieure du volume V_2 on fixe le haut-parleur passif dont on pourra prendre le diamètre supérieur à celui de l'actif de façon à pouvoir faire passer ce dernier par le trou.



Le haut-parleur actif, chargé par le volume fermé V_1 aura des déplacements plus faibles que s'il était dans une enceinte actif-passif, ce qui donnera moins

de distorsion. Les caractéristiques du haut-parleur sont, comme d'habitude, la masse de l'équipage mobile M_1 , la raideur de la suspension k_1 , le coefficient de frottement fluide h_1 , la surface de la membrane Σ_1 , le produit Bl et la résistance ohmique de la bobine mobile R . Comme on travaille aux fréquences basses on négligera l'influence de l'inductance propre de la bobine.

Le passif est caractérisé par : la masse de la membrane M_2 , la raideur de la suspension k_2 et la surface de la membrane Σ_2 . On négligera pour le passif toute force de frottement fluide pour simplifier les calculs comme on l'a déjà fait.

13.2 Mise en équation du problème

Soit u la tension électrique aux bornes de la bobine et i l'intensité du courant qui la traverse, l'équation électrique s'écrit :

$$u = Ri + Bl \cdot \frac{dx_1}{dt}$$

soit encore

$$i = \frac{u}{R} - \frac{Bl}{R} \cdot \frac{dx_1}{dt}$$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué au mouvement de translation de l'équipage mobile est :

$$M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1 x_1 - h_1 \frac{dx_1}{dt} + Bli + \text{forces de pression}$$

Les forces de pression résultent des déplacements des membranes :

Dans le volume V_1 $\frac{\Delta P_1}{P_0} + \gamma \frac{\Delta V_1}{V_1} = 0$ avec $\Delta V_1 = \Sigma_1 x_1$; d'où on tire $\Delta P_1 = -\gamma P_0 \frac{\Sigma_1 x_1}{V_1}$ et la force $f_{11} = -\gamma P_0 \frac{\Sigma_1^2}{V_1} x_1$.

Dans le volume V_2 $\frac{\Delta P_2}{P_0} + \gamma \frac{\Delta V_2}{V_2} = 0$ avec $\Delta V_2 = \Sigma_2 x_2 - \Sigma_1 x_1$ ce qui donne

$$\Delta P_2 = -\gamma P_0 \frac{\Sigma_2}{V_2} x_2 + \gamma P_0 \frac{\Sigma_1}{V_2} x_1$$

On en déduit la force exercée par la variation du volume V_2 sur le haut-parleur actif :

$$f_{12} = \gamma P_0 \frac{\Sigma_1 \Sigma_2}{V_2} x_2 - \gamma P_0 \frac{\Sigma_1^2}{V_2} x_1$$

et la force exercée sur la membrane du passif par la variation de volume de V_2 :

$$f_{22} = -\gamma P_0 \frac{\Sigma_2^2}{V_2} x_2 + \gamma P_0 \frac{\Sigma_1 \Sigma_2}{V_2} x_1$$

On pose, comme d'habitude, :

$$k'_{11} = \gamma P_0 \frac{\Sigma_1^2}{V_1}; \quad k'_{12} = \gamma P_0 \frac{\Sigma_1 \Sigma_2}{V_2}; \quad k'_{22} = \gamma P_0 \frac{\Sigma_2^2}{V_2}$$

Puis on définit les volumes équivalents aux raideurs des suspensions :

$$V_{1AS} = \gamma P_0 \frac{\Sigma_1^2}{k_1} ; V_{2AS} = \gamma P_0 \frac{\Sigma_2^2}{V_2}$$

On en déduit les raideurs normalisées des différents volumes A_{11}, A_{12} et A_{22}

$$k'_{11} = A_{11}k_1 ; k'_{12} = A_{12}k_1 ; k'_{22} = A_{22}k_2$$

ce qui donne :

$$A_{11} = \frac{V_{1AS}}{V_1} ; A_{12} = \frac{V_{1AS}}{V_2} ; A_{22} = \frac{V_{2AS}}{V_2}$$

On remarque que A_{12} et A_{22} sont reliés par :

$$A_{22} = \frac{V_{2AS}}{V_{1AS}} A_{12}$$

Posons $\mu = \frac{V_{2AS}}{V_{1AS}}$ caractéristique du système, alors $A_{22} = \mu A_{12}$.

Avec ces notations les forces de pression deviennent :

$$\begin{aligned} f_{11} &= -A_{11}k_1x_1 \\ f_{12} &= -A_{12}k_1x_1 + \sqrt{A_{12}A_{22}k_1k_2} x_2 \\ f_{22} &= -A_{22}k_2x_2 + \sqrt{A_{12}A_{22}k_1k_2} x_1 \end{aligned}$$

L'équation du mouvement de l'équipage mobile du haut-parleur devient :

$$M_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = Bli - k_1x_1 - A_{11}k_1x_1 - A_{12}k_1x_1 - h_1 \frac{dx_1}{dt} + \sqrt{A_{12}A_{22}k_1k_2} x_2$$

En remplaçant i par sa valeur et en regroupant les termes il vient :

$$M_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} + (h_1 + \frac{B^2l^2}{R}) \frac{dx_1}{dt} + k_1(1 + A_{11} + A_{12})x_1 - \sqrt{A_{12}A_{22}k_1k_2} x_2 = \frac{Bl}{R}u$$

On pose encore :

$$H_1 = h_1 + \frac{B^2l^2}{R} ; \omega_0^2 = \frac{k_1}{M_1} ; 2S_T\omega_0 = \frac{H_1}{M_1}$$

En divisant par M_1 l'expression précédente il vient :

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + 2S_T\omega_0 \frac{dx_1}{dt} + \omega_0^2(1 + A_{11} + A_{12})x_1 - \sqrt{A_{12}A_{22} \frac{k_2}{M_1} \omega_0^2} x_2 = \frac{Bl}{RM_1}u$$

L'équation du mouvement du passif est plus simple, les seules forces étant les forces de pression et la raideur :

$$M_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = -k_2x_2 - k_2A_{22}x_2 + \sqrt{A_{12}A_{22}k_1k_2} x_1$$

On pose, bien évidemment, $\omega_2^2 = \frac{k_2}{M_2}$ et $\omega_2^2 = C\omega_0^2$ où C est le carré de la pulsation de résonance normalisée à l'air libre du passif. En divisant par M_2 il vient :

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + C\omega_0^2(1 + A_{22})x_2 = \sqrt{A_{12}A_{22}C\omega_0^2 \frac{k_1}{M_2}} x_1$$

13.3 Passage en amplitude complexe.

Aux fonctions sinusoïdales du temps on fait correspondre les amplitudes complexes.

$$[(j\omega)^2 + C\omega_0^2(1 + A_{22})]X_2 = \sqrt{A_{12}A_{22}C\omega_0^2 \frac{k_1}{M_2}} X_1$$

$$X_2 = X_1 \frac{\sqrt{A_{12}A_{22}C\omega_0^2 \frac{k_1}{M_2}}}{C\omega_0^2(1 + A_{22}) - \omega^2}$$

En reportant cette valeur de X_2 dans l'équation du mouvement de l'équipage mobile du haut-parleur il vient l'expression très compliquée :

$$[-\omega^2 + 2jS_T\omega_0\omega + \omega_0^2(1 + A_{11} + A_{12}) - \frac{A_{12}A_{22}\omega_0^2 \sqrt{C \frac{k_1 k_2}{M_1 M_2}}}{C\omega_0^2(1 + A_{22}) - \omega^2}]X_1 = \frac{Bl}{RM_1}U$$

$$[-\omega^2 + 2jS_T\omega_0\omega + \omega_0^2(1 + A_{11} + A_{12}) - \frac{A_{12}A_{22}C\omega_0^4}{C\omega_0^2(1 + A_{22}) - \omega^2}]X_1 = \frac{BL}{RM_1}U$$

On poursuit le calcul en introduisant la fréquence ou pulsation normalisée $\nu = \frac{\omega}{\omega_0}$. En divisant l'expression précédente par ω_0^2 il vient :

$$[-\nu^2 + 2jS_T\nu + (1 + A_{11} + A_{12}) - \frac{A_{12}A_{22}C}{C(1 + A_{22}) - \nu^2}]X_1 = \frac{Bl}{RM_1\omega_0^2}U$$

$$\frac{[1 + A_{11} + A_{12} - \nu^2 + 2jS_T\nu][C(1 + A_{22}) - \nu^2] - A_{12}A_{22}C}{C(1 + A_{22}) - \nu^2}X_1 = \frac{BL}{RM_1\omega_0^2}U$$

13.4 Calcul du flux d'accélération sortant de l'enceinte.

Ce flux d'accélération peut s'écrire $\Phi_2 = -\omega^2 X_2 \Sigma_2$. Exprimons d'abord X_2 en fonction de X_1 :

$$X_2 = X_1 \frac{\sqrt{A_{12}A_{22}C \frac{k_1}{M_2\omega_0^2}}}{C(1 + A_{22}) - \nu^2}$$

$$\Phi_2 = \frac{-\omega^2 \Sigma_2 \sqrt{A_{12}A_{22}C \frac{k_1}{M_2\omega_0^2}} \frac{Bl}{RM_1\omega_0^2}U}{[1 + A_{11} + A_{12} - \nu^2 + 2jS_T\nu][C(1 + A_{22}) - \nu^2] - A_{12}A_{22}C}$$

Arrangeons un peu le numérateur de la fraction :

$$\sqrt{A_{12}A_{22}C \frac{k_1 \Sigma_2^2}{M_2\omega_0^2}} = \sqrt{A_{12}A_{22}C \frac{M_1}{M_2} \Sigma_2^2}$$

$$\begin{aligned}\gamma P_0 \frac{\Sigma_2^2}{k_2} &= V_{2AS} = A_{22}V_2 ; \quad \gamma P_0 \frac{\Sigma_1^2}{k_1} = V_{1AS} = A_{12}V_2 \\ \frac{\Sigma_2^2}{\Sigma_1^2} &= \frac{k_2 A_{22}}{k_1 A_{12}} ; \quad \frac{\Sigma_2^2}{M_2} = \frac{A_{22}}{A_{12}} \frac{k_2}{M_2} \frac{1}{k_1} \Sigma_1^2 \\ \Sigma_1 \sqrt{A_{12} A_{22} C \frac{M_1}{k_1} \frac{A_{22}}{A_{12}} C \omega_0^2} &= A_{22} C \Sigma_1\end{aligned}$$

Ce qui donne finalement :

$$\Phi_2 = \frac{-\nu^2 A_{22} C \frac{\Sigma_1 B l U}{R M_1}}{[1 + A_{11} + A_{12} - \nu^2 + 2j S_T \nu][C(1 + A_{22}) - \nu^2] - A_{12} A_{22} C}$$

On avait posé $E = \frac{\Sigma_1 B l U}{R M_1}$ efficacité intrinsèque du haut-parleur actif. EU est alors le flux d'accélération de l'actif aux fréquences moyennes. On peut donc comparer le flux d'accélération Φ_2 sortant de l'enceinte à ce flux et former le rapport $\frac{\Phi_2}{EU}$:

$$\frac{\Phi_2}{EU} = \frac{-\nu^2 A_{22} C}{[1 + A_{11} + A_{12} - \nu^2 + 2j S_T \nu][C(1 + A_{22}) - \nu^2] - A_{12} A_{22} C}$$

On peut simplifier un peu cette expression en posant $M = 1 + A_{11} + A_{12}$ qui représente la raideur normalisée vue par l'équipage mobile du haut-parleur dans l'enceinte, ainsi que le carré de la fréquence de résonance normalisée de l'actif dans l'enceinte et $N = C(1 + A_{22})$ qui est le carré de la fréquence de résonance normalisée du passif dans l'enceinte de volume V_2 . Cela donne :

$$\frac{\Phi_2}{EU} = \frac{-\nu^2 A_{22} C}{[M - \nu^2][N - \nu^2] - A_{12} A_{22} C + 2j S_T \nu [N - \nu^2]}$$

13.5 Etude du module de la fonction de transfert.

Le module de la fonction de transfert vaut :

$$\left\| \frac{\Phi_2}{EU} \right\| = \frac{\nu^2 A_{22} C}{\sqrt{[(M - \nu^2)(N - \nu^2) - A_{12} A_{22} C]^2 + 4S_T^2 \nu^2 (N - \nu^2)^2}}$$

Comme dans cette expression seul le carré de la fréquence normalisée intervient nous poserons pour simplifier $\nu^2 = y$, ce qui donne :

$$\left\| \frac{\Phi_2}{EU} \right\| = \frac{y A_{22} C}{\sqrt{[(M - y)(N - y) - A_{12} A_{22} C]^2 + 4S_T^2 y (N - y)^2}}$$

Divisons numérateur et dénominateur par y pour obtenir un numérateur constant :

$$\left\| \frac{\Phi_2}{EU} \right\| = \frac{A_{22} C}{\sqrt{\left[\frac{MN - A_{12} A_{22} C}{y} + y - (M + N) \right]^2 + 4S_T^2 y \left(\frac{N}{y} - 1 \right)^2}}$$

Intéressons nous seulement au terme sous le radical du dénominateur que nous chercherons à rendre minimum. On condensera encore l'écriture en posant $P = MN - A_{12}A_{22}C$ et $L = M + N$. On aura alors :

$$\left(\frac{P}{y} + y - L\right)^2 + 4S_T^2 y \left(\frac{N}{y} - 1\right)^2$$

Et en développant :

$$\frac{P^2}{y^2} + y^2 + L^2 + 2P - 2Ly - \frac{2PL}{y} + 4S_T^2 \left(\frac{N^2}{y} + y - 2N\right)$$

Dérivons cette expression pour chercher l'extrémum :

$$\begin{aligned} & -2\frac{P^2}{y^3} + 2y - 2L + 2\frac{PL}{y^2} + 4S_T^2 - 4S_T^2 \frac{N^2}{y^2} \\ & (4S_T^2 - 2L) + \frac{2}{y^2}(PL - 2S_T^2 N^2) + 2y\left(1 - \frac{P^2}{y^4}\right) \end{aligned}$$

L'annulation de cette dérivée peut sembler difficile, mais nous disposons de trois paramètres variables : les deux volumes et la fréquence de résonance du passif. On peut donc écrire trois relations qui annulent manifestement la dérivée sans se soucier si ce sont les seules. En effet dans la dernière relation écrite on a trois termes qui peuvent s'annuler et cela donne :

$$L = 2S_T^2 \dots P = N^2 \dots y = N$$

N étant le carré de la fréquence de résonance normalisée du passif dans l'enceinte de volume V_2 cela ne nous étonne pas tellement de trouver $y = N$ pour la résonance du système. Les deux autres relations permettront de calculer les divers paramètres une fois fixée la valeur de N . Connaissant les caractéristiques de l'actif et du passif nous avons vu que l'on avait la relation $A_{22} = \mu A_{12}$ avec $\mu = \frac{V_{2AS}}{V_{1AS}}$; il nous faut donc déterminer A_{11}, A_{12} et C avec les trois relations :

$$\begin{aligned} C(1 + \mu A_{12}) &= N \\ 1 + A_{11} + A_{12} + C(1 + \mu A_{12}) &= 2S_T^2 \\ (1 + A_{11} + A_{12})(1 + \mu A_{12})C - \mu A_{12}^2 C &= N^2 \end{aligned}$$

Comme ces équations n'ont rien de linéaires on peut s'attendre à des calculs compliqués que l'on ne pourra résoudre qu'à l'aide de logiciels de calcul de type "Mapple", "Mupad" ou "Mathematica". La deuxième équation montre que la somme du carré de la fréquence de résonance normalisée de l'actif dans les deux volumes et du carré de la fréquence de résonance normalisée du passif dans le volume V_2 est le double du carré de S_T . En se rappelant

que pour le superwoofer à évent on avait une relation analogue on peut dans le cas présent éгалer ces deux fréquences de résonance et écrire :

$$\begin{aligned}1 + A_{11} + A_{12} &= S_T^2 \\ C(1 + \mu A_{12}) &= S_T^2 \\ S_T^4 - \mu A_{12}^2 &= S_T^4\end{aligned}$$

Hélas la dernière relation conduit à une impossibilité, cela ne marche pas. Il nous faudra donc faire les calculs en fixant une valeur de N et chercher celle qui convient le mieux.

13.6 Calculs avec le 17CSA-DB et le P21

Le 17CSA-DB est un haut-parleur de 17 cm à double bobine de fabrication DAVIS ACOUSTICS. Il a été choisi pour réaliser une enceinte de volume raisonnable. Ses caractéristiques sont les suivantes : fréquence de résonance 42 Hertz, coefficient d'amortissement $S_T = 1,61$, volume équivalent à la raideur de la suspension $V_{1AS} = 23,5$ litres. Ces valeurs suffisent pour faire les calculs.

Le passif P21 est constitué d'un jonc de 21 cm et d'une membrane en carton de 2 mm d'épaisseur dont on déterminera la masse par le calcul en ajoutant une épaisseur de bonne dimension. Le volume équivalent à la raideur de la suspension est alors de l'ordre de $V_{2AS} = 195$ litres. La détermination de la raideur de la suspension pour un passif est assez délicate et il ne faut pas accorder une trop grande précision à cette mesure, de toute façon l'oreille tolère de petits écarts aux fréquences basses. Avec ces valeurs on prendra $\mu = 8,3$.

Il faut donc essayer diverses valeurs de N . Je fais grâce au lecteur des diverses tentatives qui n'ont rien donné. Simplement on peut dire que des valeurs trop grandes conduisent à une impossibilité et que des valeurs trop petites donnent un rendement trop faible. Il faut donc chercher une valeur à la limite. Nous avons trouvé que $N = 1,7$ convenait, c'est cette valeur qui va nous servir pour la suite du calcul.

$$L = 2S_T^2 = 5,18 = 1 + A_{11} + A_{12} + 1,7 \text{ soit } A_{11} + A_{12} = 2,48$$

$$(1 + A_{11} + A_{12}) * 1,7 - A_{12}A_{22}C = 1,7^2 \text{ soit } A_{12}A_{22}C = 3,026$$

En multipliant par μ la dernière expression il vient : $A_{22}^2C = 25,1156$. La valeur de N permet d'écrire : $(1 + A_{22})C = 1,7$. Soit, en simplifiant par C : $A_{22}^2 = 14,77(1 + A_{22})$. On obtient ainsi l'équation du second degré : $A_{22}^2 - 14,77A_{22} - 14,77 = 0$. Cette équation a deux racines réelles, une positive, une négative, seule la positive nous intéresse :

$$A_{22} = \frac{14,77 + \sqrt{14,77^2 + 4 * 14,77}}{2} = 15,71$$

On en tire alors la valeur de $A_{12} = A_{22}/\mu = 1,89$ et la valeur de $A_{11} = 2,48 - A_{12} = 0,59$. Enfin on a $C = 1,7/(1 + A_{22}) = 0,102$.

Avec $N = 1,7$ la fréquence de résonance du passif dans le volume V_2 sera $f_R = 42 * \sqrt{1,7} = 54,8$ Hertz. La raideur du jonc est de l'ordre de 287 ce qui nous permet de calculer la masse de la membrane du passif de l'ordre de $M_2 = 54$ g. Le carton gris de 2mm d'épaisseur a une masse de 17 g au décimètre carré, la passif de 21 cm a une surface de 2 dm², la masse d'un cercle est donc de 34 g il faudra donc coller une masse en carton de 20 g soit un cercle de 6 cm de rayon.

Le volume $V_1 = 39,8$ litres, si on met de la laine de verre à l'intérieur de l'enceinte sans la bourrer on peut prendre un volume $V'_1 = 34$ litres. Le volume $V_2 = 12,4$ litres doit lui être plein d'air pour éviter l'amortissement du passif. Le volume total de l'enceinte sera $V_1 + V_2 \sim 46$ litres soit, en gros un cube de 36 cm d'arête à l'intérieur. Et, si on prend de l'aggloméré de bois de 19 mm d'épaisseur, un cube de dimensions extérieures 40 * 40 * 40 cm. Je laisse au lecteur le soin de calculer la position de la paroi intérieure en fonction des volumes.

On peut alors calculer le rendement maximum de l'enceinte qui a lieu pour $y = N = 1,7$. Le numérateur du module de la fonction de transfert vaut $A_{22}C = 1,6$, le dénominateur vaut 1,78. Ce qui donne un rapport de 0,9 et, en gros, un gain $G \sim -1$ dB, ce qui est, somme toute, convenable. Pour avoir la bande passante à -3 dB il faut calculer les valeurs de y qui doublent la valeur du terme sous le radical pour $y = 1,7$. Ce qui donne :

$$\left(\frac{2,89}{y} + y - 5,18\right)^2 + 10,37\left(\frac{1,7}{y} - 1\right)^2 = 6,34$$

Après calculs on obtient :

$$y^4 - 10,36y^3 + 36,64y^2 - 65,2y + 38,32 = 0$$

Equation du 4^o degré que l'on résoud avec un logiciel mathématique et on trouve deux solutions $y_1 = 1,02$ et $y_2 = 5,77$. N'oublions pas que y est le carré de la fréquence normalisée, nous devons en prendre les racines carrées pour calculer les fréquences de coupure désirées. On trouve $f_1 \sim 42$ Hertz et $f_2 \sim 100$ Hertz, soit un peu moins d'une octave et demie.

Ce type d'enceinte est un filtre passe-bande qui a l'avantage de limiter les débattements du haut-parleur et donc la distorsion. De plus la bande passante étant à peine supérieure à une octave les harmoniques de distorsion ne passent pas. Cette enceinte est particulièrement adaptée pour la reproduction du grave de la musique techno puisqu'elle joue le rôle d'un bourdon.

13.7 Calcul de l'impédance de l'enceinte.

Ce calcul est utile pour vérifier par des mesures électroniques faciles à réaliser les calculs précédents. On passe tout de suite en amplitude complexe puisque l'impédance n'a de sens que dans ce cas.

$$U = RI + j\omega BlX_1$$

On garde comme notations $M = 1 + A_{11} + A_{12}$ et $N = C(1 + A_{22})$. L'expression de X_1 est alors :

$$X_1 \frac{(M - \nu^2 + 2jS_T\nu)(N - \nu^2) - A_{12}A_{22}C}{N - \nu^2} = U \frac{Bl}{RM_1\omega_0^2}$$

$$U * \left[1 - \frac{j\omega \frac{B^2 l^2}{RM_1\omega_0^2} (N - \nu^2)}{(M - \nu^2 + 2jS_T\nu)(N - \nu^2) - A_{12}A_{22}C} \right] = R * I$$

Par ailleurs on se rappelle que $S_T = S_E + S_M$ et que

$$2S_E = \frac{B^2 l^2}{RM_1\omega_0}$$

Ce qui donne :

$$Z = \frac{U}{I} = R * \frac{(M - \nu^2)(N - \nu^2) - A_{12}A_{22}C + 2jS_T\nu(N - \nu^2)}{(M - \nu^2)(N - \nu^2) - A_{12}A_{22}C + 2jS_M\nu(N - \nu^2)}$$

Z est réel d'abord pour $N - \nu^2 = 0$ alors $Z = R$. On est au maximum de rayonnement. Puis pour $(M - \nu^2)(N - \nu^2) - A_{12}A_{22}C = 0$. Avec $y = \nu^2$ on a une équation du second degré en y facile à résoudre.

Prenons les valeurs numériques précédentes : $N = 1,7, M = 3,48$ et $A_{12}A_{22}C = 3,03$.

$$(3,48 - y)(1,7 - y) - 3,03 = 0$$

$$y^2 - 5,18y + 2,89 = 0$$

On trouve comme solutions : $y_1 = 0,635$ et $y_2 = 4,545$ soit pour les fréquences $f_1 = 33,5$ Hertz et $f_2 = 89,5$ Hertz.

Chapitre 14

Les enceintes à asservissement d'accélération

14.1 Principe de l'enceinte

Lors de la seconde guerre mondiale, la théorie des asservissements linéaires a connu pour des raisons militaires (commande des radars, guidage des torpilles ...) un développement important. Ainsi de nombreuses écoles d'ingénieurs ont mis cette théorie au programme de leur enseignement dans les années 1950. A la fin de ces mêmes années le mouvement pour la reproduction sonore en Haute Fidélité est né et il était normal pour quelques ingénieurs d'essayer d'asservir la pression sonore émise par un haut-parleur. Messieurs BRETTE et PERRIN de l'Ecole Supérieure d'Electricité ont été les premiers à proposer une enceinte à asservissement de pression en 1961 (Articles de "Toute la Radio") basée sur la technique du pont de VOIGT que nous verrons plus loin. Plus tard la société PHILIPS a proposé l'enceinte " Motional Feedback (ou M.F.B.)" basée sur un accéléromètre piézoélectrique. Puis la société 3A dirigée par Monsieur DESHAIS (ingénieur SUPELEC) a réalisé une enceinte à asservissement du haut-parleur de grave qui a connu un certain succès. Compte tenu des problèmes rencontrés la technique est tombée en désuétude et on n'en parle pratiquement plus.

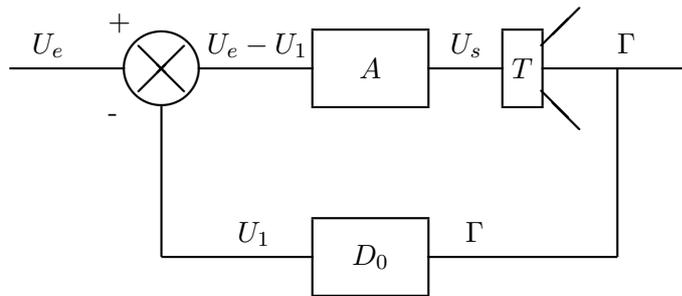
Ne serait-ce que pour des raisons historiques il nous a paru utile de proposer une théorie simplifiée de ces enceintes. Avec les nouveaux amplificateurs disponibles cela incitera peut-être de nouveaux chercheurs à se pencher sur le problème et à obtenir des résultats probants.

Nous avons vu au Chapitre 4 que la pression sonore émise en champ libre par une enceinte de dimension petite devant la longueur d'onde émise était proportionnelle au flux d'accélération sortant de l'enceinte. Tout ce que nous allons dire s'applique donc au cas de basses fréquences (en gros jusqu'à 200 Hertz). Pour des raisons de simplification nous envisagerons d'abord la cas de l'enceinte close qui a été historiquement le premier à être

étudié. Pour les basses fréquences nous avons vu que la membrane du haut-parleur se déplaçait comme un piston et que tous ses points avaient le même état vibratoire. Ainsi pour asservir le flux d'accélération il suffit d'asservir l'accélération de la membrane.

Pour l'instant nous ne nous pencherons pas sur les méthodes de mesure de cette accélération et nous supposons que nous pouvons le faire. Comme tout au long de ce livre nous nous placerons en régime sinusoïdal permanent et représenterons les grandeurs par leurs amplitudes complexes. L'accélération de la membrane sera donc représentée par la lettre Γ . La grandeur d'entrée du système asservi sera la tension analogique proportionnelle à la musique enregistrée que nous désignerons par U_e .

Un amplificateur transforme une tension électrique en accélération de la membrane. Un dispositif "ad hoc" mesure cette accélération et la transforme en tension électrique U_1 . Un soustracteur fait la différence entre U_e et U_1 et la renvoie à l'entrée de l'amplificateur suivant le schéma :



14.2 Fonction de transfert du système

Nous sommes toujours en amplitude complexe et nous cherchons la relation entre la grandeur de sortie Γ et la grandeur d'entrée U_e . Pour cela il nous faut écrire les relations entre les diverses grandeurs et éliminer les grandeurs intermédiaires. On a $U_s = A.(U_e - U_1)$; $\Gamma = T.U_s$; $U_1 = D_0.\Gamma$. Ce qui donne : $\Gamma = A.T.(U_e - D_0.\Gamma)$ soit $\gamma.(1 + A.T.D_0) = A.T.U_e$. La fonction de transfert s'écrit alors :

$$\frac{\Gamma}{U_e} = \frac{A.T}{1 + A.T.D_0}$$

où T est la fonction de transfert du haut-parleur en enceinte close. Rappelons les notations du problème : M est la masse de la membrane, k la raideur de la suspension, k' la raideur ramenée par l'enceinte, $\omega_1^2 = (k + k')/M$ le carré de la pulsation de résonance de l'impédance du haut-parleur, $H = h + B^2 l^2 / R$, $2.S = H / \sqrt{(k + k').M}$. En adaptant légèrement les calculs du paragraphe

5.1 on obtient :

$$T = \frac{\Gamma}{U_s} = \frac{B.l}{R.M} \cdot \frac{(j.\omega/\omega_1)^2}{(j.\omega/\omega_1)^2 + 2.S.j.\omega/\omega_1 + 1}$$

On peut poser $C_0 = B.l/R.M$ et $\omega_1/\omega = \chi$ de sorte que :

$$T = \frac{C_0}{1 - 2.S.j.\chi + (j.\chi)^2}$$

En reportant cette valeur dans l'expression vue plus haut :

$$\frac{\Gamma}{U_e} = \frac{1}{D_0 + 1/A.T} = \frac{1}{D_0 + \frac{1 - 2.S.j.\chi + (j.\chi)^2}{A.C_0}}$$

ce qui donne encore :

$$\frac{\Gamma}{U_e} = \frac{A.C_0}{1 + A.C_0.D_0 - 2.S.j.\chi + (j.\chi)^2}$$

Pour simplifier l'expression posons $1 + A.C_0.D_0 = \lambda^2$ et divisons haut et bas par ce terme. On peut alors poser $S' = S/\lambda$ et $\chi' = \chi/\lambda$. La fonction de transfert a pour expression :

$$\frac{\Gamma}{U_e} = \frac{A.C_0/\lambda^2}{1 - 2.S'.j.\chi' + (j.\chi')^2}$$

On constate, qu'aux valeurs des constantes près, la forme est la même que celle de la fonction de transfert du haut-parleur en enceinte close. La nouvelle fréquence de résonance est $f'_1 = f_1/\lambda$ et le nouveau coefficient d'amortissement est $S' = S/\lambda$. On remarque que l'on retrouve la fonction de transfert du haut-parleur seul en supprimant l'asservissement soit en faisant $D_0 = 0$, alors $\lambda = 1$.

Quand l'asservissement fonctionne on remarque que $\lambda > 1$. La sensibilité moyenne du système a été réduite elle est divisée par λ^2 . Cela est en accord avec les règles classiques de la rétroaction. Il faut fournir à l'entrée de l'amplificateur une tension plus grande pour obtenir la même accélération. Cela n'est pas gênant en pratique car cette tension est fournie sous une impédance élevée et peut donc être préamplifiée sans problème. Dans tous les cas il faut fournir aux bornes du haut-parleur la même tension donc la même puissance pour obtenir une accélération donnée. On ne modifie pas le rendement du haut-parleur.

La fréquence de résonance du haut-parleur asservi est inférieure à la fréquence de résonance du haut-parleur seul, ce qui est bénéfique pour une bonne reproduction aux fréquences basses. On pourra avoir une petite enceinte donc avec une raideur K élevée et une bonne reproduction des fréquences basses. Mais, contrairement à ce qu'écrivent certains journalistes

spécialisés mal informés, l'asservissement ne supprime absolument pas la résonance de l'enceinte puisque la fonction de transfert a la même forme.

De plus le coefficient d'amortissement a été divisé par λ il est donc plus petit et peut devenir inférieur à 0,7 ce qui procure une résonance d'accélération non souhaitable.

Pour fixer les idées il est toujours bon de prendre des valeurs numériques compatibles avec la technique actuelle. Certaines de ces informations ont été lues entre les lignes à partir des maigres informations que PHILIPS donne sur ses enceintes M.F.B. (et encore ce constructeur en donne-t-il, les autres ne le font pas). Une valeur $\lambda = 3$ est tout à fait réalisable : c'est celle qui découle du rapport entre la fréquence de résonance sans et avec asservissement de l'enceinte M.F.B. La fréquence de résonance du haut-parleur seul dans son enceinte close est de l'ordre de $f_1 = 90$ Hertz, la fréquence de résonance du haut-parleur asservi sera donc de $f'_1 = 30$ Hertz ce qui largement suffisant en pratique.

Le coefficient d'amortissement sans asservissement est $S = 0,6$. Avec asservissement il vaut $S' = 0,2$, ce qui est très peu. On constate une résonance d'accélération à un niveau de 8,3 dB au dessus du niveau moyen de l'enceinte, ce qui est beaucoup. Il faut donc prévoir un système de correction de cette résonance pour conserver l'avantage de l'asservissement.

14.3 Correction de la résonance d'accélération du système asservi

Nous venons de voir que l'asservissement avait tendance à diminuer le coefficient d'amortissement, donc à augmenter la résonance d'accélération. Prenons toujours une valeur de $\lambda = 3$ et supposons que nous voulions une valeur $S' = 0,7$, ce qui correspond à un BUTTERWORTH d'ordre 2, il nous faudrait un S initial de 2,1 en enceinte close. Or les meilleurs haut-parleurs seuls ont un S_T compris, en gros, entre 1 et 2; en enceinte close cette valeur diminue d'autant plus que le volume est plus petit : nous ne pourrions pas obtenir la valeur désirée.

Il faut donc nous tourner vers une solution électronique, qui, fort heureusement, existe. On peut utiliser, à cet effet, un circuit correcteur d'erreur classique dans les systèmes asservis de position. Il est très difficile, à la lecture de la presse spécialisée, de savoir si un tel circuit a servi dans des réalisations commerciales. Mais comme elles datent de plus de vingt ans une protection éventuelle par un brevet tombe d'elle même.

Un tel circuit se place dans la boucle de retour de l'asservissement, donc en série avec D_0 . Tout d'abord, pour mieux comprendre l'action de ce circuit, imaginons que nous ayons en série un élément dont la fonction de transfert serait $1 - 2.S'' .j.\omega_1/\omega$ sans chercher, pour l'instant comment le réaliser. Cela revient à remplacer D_0 par $D_0.(1 - 2.S'' .j.\omega_1/\omega)$ dans le dénominateur de

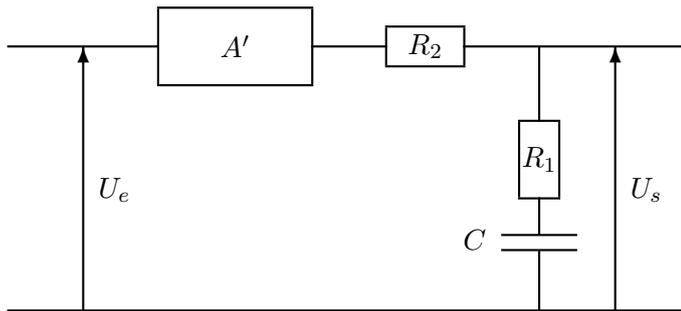
14.3. CORRECTION DE LA RÉSONANCE D'ACCÉLÉRATION DU SYSTÈME ASSERVI 149

la fonction de transfert. En écrivant le calcul on voit facilement que cela revient à remplacer le terme $2.S' = 2.S./\lambda$ par $2.S./\lambda + 2.S'' . A.C_0.D_0/\lambda$. Ainsi on augmente le coefficient d'amortissement du système asservi de la quantité $2.S'' . A.C_0.D_0/\lambda$. Si on sait régler la valeur de S'' on a résolu notre problème.

Reprenons les valeurs précédentes : $\lambda = 3$; $1 + A.C_0.D_0 = 9$; $S' = 0,2$. Pour obtenir un coefficient d'amortissement de 0,7 il nous faut ajouter 0,5 à la valeur précédente, ce qui donne : $S'' . 8/3 = 0,5$ soit $S'' = 0,1875$.

Cherchons maintenant à réaliser pratiquement le circuit ayant la fonction de transfert désirée. On peut remarquer que c'est la somme de la constante 1 et d'un terme constant divisé par $j.\omega$. Un tel terme représente une intégration par rapport au temps dans le domaine des amplitudes complexes. On remarque que quand $\omega \rightarrow 0$ la fonction de transfert tend vers l'infini ce qui est physiquement impossible. Mais comme nous travaillons dans le domaine de 20 Hertz à 20 kilohertz nous pourrions accepter une certaine approximation.

Envisageons le circuit très simple suivant constitué d'un amplificateur de tension et d'un diviseur potentiométrique comprenant deux résistances et un condensateur :



La fonction de transfert d'un tel circuit est très facile à calculer en faisant le rapport des impédances complexes de sortie et d'entrée et en multipliant par le gain de l'amplificateur.

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{1 + j.R_1.C.\omega}{1 + j.(R_1 + R_2).C.\omega} . A'$$

Si on fait l'hypothèse que la pulsation est grande devant $\frac{1}{(R_1 + R_2).C}$ qui a aussi les dimensions d'une pulsation, on pourra négliger le terme 1 au dénominateur et la fonction de transfert s'écrira tous calculs faits :

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{A'.R_1}{R_1 + R_2} . \left(1 - \frac{j}{R_1.C.\omega}\right)$$

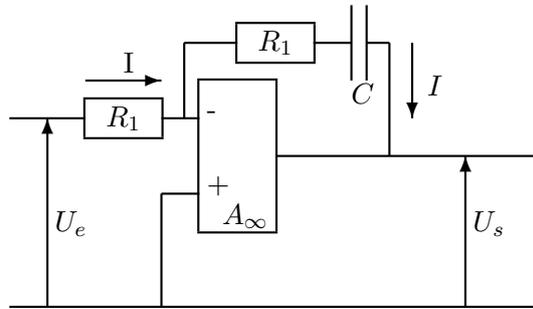
En donnant à A' la valeur $(R_1 + R_2)/R_1$ et en posant $1/R_1.C = 2.S'' . \omega_1$ on peut écrire :

$$\frac{U_s}{U_e} = 1 - 2.S'' . j.\omega_1/\omega$$

qui est bien la fonction de transfert cherchée.

Pour fixer les idées, reprenons les valeurs numériques précédentes. La fréquence de résonance du haut-parleur dans l'enceinte close était de 90 *Hertz*. Avec $S'' = 0,1875$ il vient $2.S'' \cdot f_1 = 33,75$ *Hertz*. En passant aux pulsations il vient $R_1.C = 4,7 \cdot 10^{-3}$. On peut choisir $R_1 = 1$ *kilohms*, ce qui donne $C = 4,7$ μF valeurs tout à fait convenables. En prenant $R_2 = 47$ *kilohms* (valeur normalisée) la fréquence basse du circuit devient $33,75/48 = 0,7$ *Hertz*, bien en dessous du domaine audible. Ainsi on aura bien résolu le problème posé.

Il existe un autre circuit qui permet d'obtenir le même résultat à l'aide d'un amplificateur opérationnel. Il peut sembler plus simple en supposant l'amplificateur opérationnel idéal, mais si on tient compte de ses défauts on se retrouve à faire des approximations.



Dans un premier temps nous supposons l'amplificateur opérationnel idéal. Le gain et la résistance d'entrée sont infinis. S'il existe une tension en sortie cela suppose que la tension différentielle d'entrée est nulle. On a mis l'entrée + à la masse, soit au potentiel zéro, l'entrée - est alors aussi au potentiel zéro. Aucun courant n'entre dans l'entrée -, le courant qui traverse R_1 est aussi celui qui traverse l'ensemble R_1, C , nous pourrions donc écrire : $U_e - 0 = R_1 \cdot I$ et $0 - U_s = (R_1 + 1/j.C.\omega) \cdot I$ ce qui donne

$$\frac{U_s}{U_e} = -\left(1 + \frac{1}{j.R_1.C.\omega}\right)$$

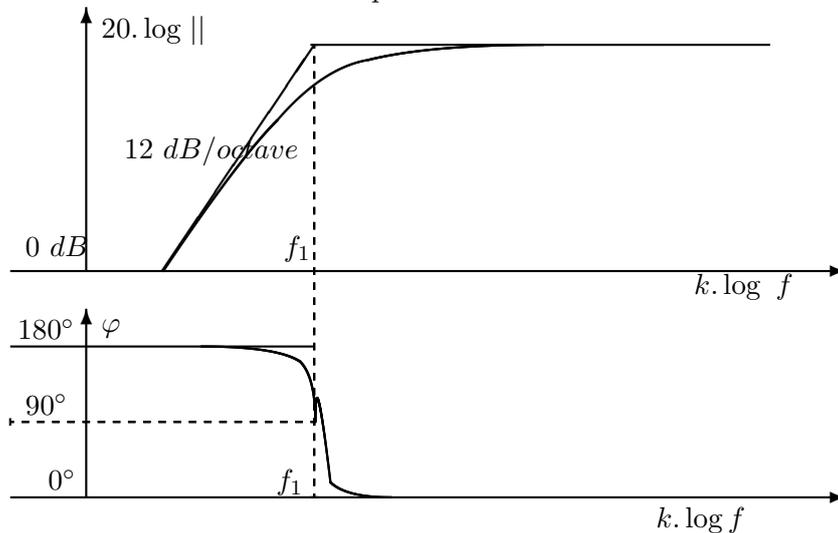
Au signe près on retrouve la fonction de transfert vue plus haut où il suffit de poser $1/R_1.C = 2.S'' \cdot \omega_1$ pour retrouver la fonction de transfert désirée. Le changement de signe pourra se faire en inversant deux fils dans l'un des dispositifs de mesure de l'accélération de la membrane que nous verrons plus loin.

En fait, compte tenus des défauts de l'amplificateur opérationnel, le circuit précédent ne peut pas fonctionner tel quel. Il existe, en effet, une tension de décalage en entrée, qui en s'intégrant, peut donner lieu à une dérive en sortie. Il faut limiter le domaine d'intégration et, pour cela, mettre une résistance de l'ordre de 100 R_1 entre la sortie et l'entrée - .

14.4 Stabilité de l'enceinte asservie

Dans tout système bouclé existe un risque d'instabilité quand on ramène par la boucle de retour une tension en phase avec la tension d'entrée et d'amplitude supérieure ou égale à la tension d'entrée. Il y a alors production d'oscillations dont l'amplitude ne sera limitée que par la non-linéarité de l'amplificateur. Il faut donc procéder à une étude sérieuse de la stabilité pour savoir dans quel cas l'enceinte est stable et dans quel cas elle ne l'est pas. Pour cela il est courant d'étudier les courbes de phase et de gain de la fonction de transfert en boucle ouverte du système, c'est à dire la fonction de transfert du système entre la sortie du détecteur d'erreur vers l'amplificateur et l'entrée inverseuse du détecteur d'erreur. On peut noter que nous n'englobons pas le détecteur d'erreur dans cette fonction de transfert, comme on le fait parfois, cela est dû à un choix personnel : puisqu'il y a deux possibilités, il faut bien en choisir une. On a pris celle qui donne à une constante un déphasage nul.

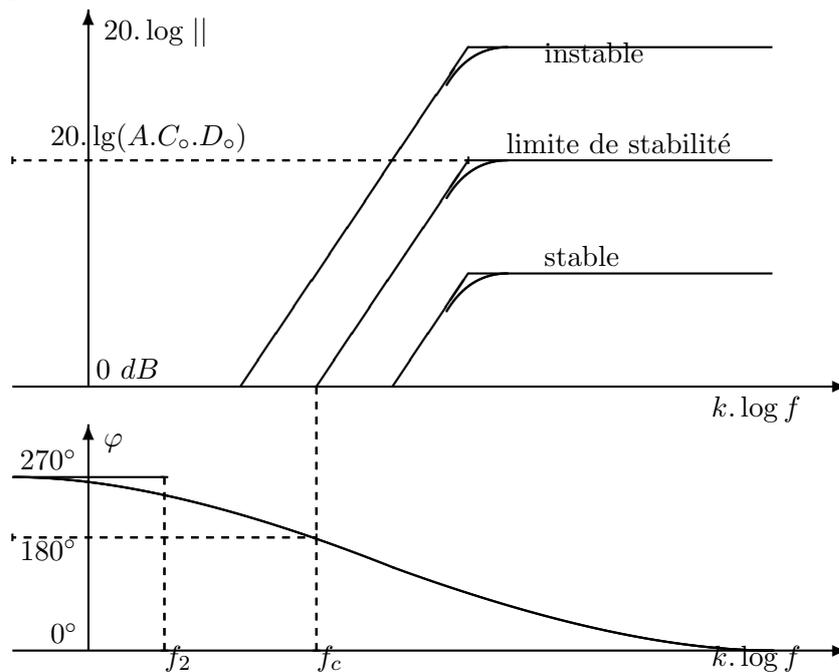
Le système ne faisant pas intervenir de phénomène de propagation est dit "à déphasage minimal" et l'étude de sa stabilité peut se faire par le critère simplifié de BODE. Si à la fréquence pour laquelle l'argument (la phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte est égal à $\pm 180^\circ$, le module de cette fonction de transfert est inférieur à l'unité le système est stable, il est instable dans le cas contraire. On voit que l'on peut passer d'un système instable à un système stable simplement en diminuant le gain en boucle ouverte sans modifier la phase.



Dans un premier temps nous allons envisager le cas d'un amplificateur de puissance passant le continu. La variation avec la fréquence de la fonction de transfert en boucle ouverte est alors celle du haut-parleur dans son enceinte close avec une asymptote à 12 dB/octave en dessous de la fréquence de résonance et une asymptote horizontale au dessus. On va tracer la courbe

du module du gain et la courbe du déphasage l'une au dessous de l'autre.

On constate qu'à aucun moment la courbe de phase ne dépasse 180° et donc le système est inconditionnellement stable. Ce qui serait parfait. Malheureusement les amplificateurs de puissance passant le continu sont très chers et difficiles à mettre au point. Aussi on se contente d'amplificateurs classiques ayant une fréquence de coupure basse assez basse pour ne pas gêner la reproduction et une asymptote de la courbe de gain à 6 dB/octave , ce qui augmente la phase de 90° . Cela est dû au fait que le réservoir d'énergie électrique continue de l'alimentation est constitué de deux condensateurs électrochimiques de forte valeur (typiquement $10\,000 \mu\text{F}$, ce qui donne une fréquence de coupure basse de l'ordre de 2 Hertz pour une impédance de charge de 8 Ohms , donc bien en dessous de la gamme audible. Bien évidemment le risque d'une instabilité ne sera pas nul et dépendra du gain moyen en boucle ouverte. Traçons de la même façon les courbes de gain et de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte :



Cette fois la courbe de phase peut atteindre 270° et suivant la valeur du gain en boucle ouverte on pourra avoir stabilité ou instabilité. C'est pour cette raison que certaines réalisations commerciales ont connu des problèmes au début. Le réglage de la stabilité n'était pas optimum et les tolérances de fabrication donnaient lieu à des accrochages.

Nous n'avons pas tenu compte dans tout ce qui précède de l'influence possible du circuit correcteur d'erreur vu avant. Ce circuit a une courbe de phase négative et ne peut qu'améliorer la stabilité. Nous laissons au lecteur le soin de faire l'étude complète de ce circuit pour vérifier ce point.

D'un point de vue pratique, il faut bien admettre que l'asservissement ne peut bien fonctionner qu'aux fréquences basses, en gros inférieures à 200 *Hertz*. Au dessus se posent des problèmes de vibrations de membranes qui ne se comportent plus comme un piston. Le modèle du déphasage minimum n'est plus valable et l'asservissement devient problématique. C'est un peu la raison pour laquelle ce type de reproducteur sonore a été abandonné malgré de nombreuses tentatives faites dans le domaine de l'anti-bruit .

14.5 Le pont de VOIGT.

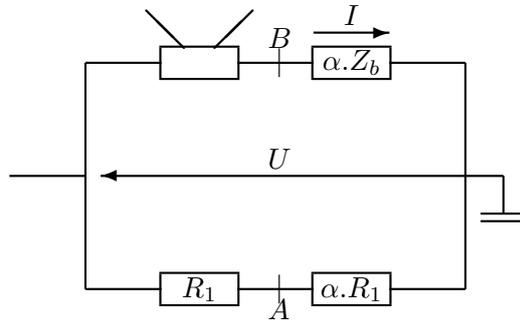
Dans ce qui précède nous avons supposé l'existence de dispositifs transformant l'accélération de la membrane en une tension électrique. Le plus ancien est le pont de VOIGT qui transforme la vitesse de la membrane en une tension électrique. Il suffit après de le faire suivre d'un étage qui fait la dérivée pour avoir une tension proportionnelle à l'accélération. Ce dernier est tout simplement un circuit C, R de type filtre passe-haut du premier ordre utilisé très en dessous de sa fréquence de coupure. Voir le paragraphe 2.9 : la fonction de transfert est

$$H(j.\omega) = \frac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

Si $\omega \ll \omega_0$ le dénominateur est voisin de l'unité et la fonction de transfert se réduit à $j\omega/\omega_0$. Or on sait que multiplier par $j\omega$ dans le domaine complexe revient à dériver par rapport au temps dans le domaine temporel.

Comme tous les ponts le pont de VOIGT est constitué de quatre dipôles : dans l'une des branches on trouve bien évidemment le haut-parleur défini par son impédance de la bobine bloquée Z_b et le produit $B.l$. Comme on se trouve aux basses fréquences on pourra considérer que l'impédance bloquée est la mise en série de la résistance R de la bobine et de son inductance propre L . La branche voisine a pour valeur $\alpha.Z_b$ avec $\alpha < 1$, c'est donc la mise en série d'une résistance $\alpha.R$ et d'une inductance propre $\alpha.L$. Cet ensemble est traversé par le courant fourni par l'amplificateur, c'est pour cela que le circuit auxiliaire ne doit pas consommer trop de puissance. On choisit en général α voisin de 0,2.

L'autre partie du pont est constituée par la mise en série de deux résistances R_1 et $\alpha.R_1$ de valeurs assez supérieures à celle du haut-parleur pour ne pas prélever trop de puissance à l'amplificateur.



La partie du bas est un diviseur potentiométrique à résistances tel que : $U_A = U \cdot \alpha / (1 + \alpha)$. On reste toujours en notation complexe et on désigne par V l'amplitude complexe de la vitesse de la bobine mobile et par I le courant qui traverse cette bobine. La tension aux bornes du haut-parleur vaut $B.l.V + Z_b.I$. On peut calculer I grâce à l'autre branche du pont : $I = U_B / \alpha.Z_b$. Ce qui donne $U - U_B = B.l.V + U_B / \alpha$ ou encore $U_B \cdot (\alpha + 1) / \alpha = U - B.l.V$. Il vient enfin $U_A - U_B = U \cdot \alpha / (\alpha + 1) - U \cdot \alpha / (\alpha + 1) + B.l.V \cdot \alpha / (\alpha + 1)$ soit

$$U_A - U_B = \frac{B.l.\alpha}{\alpha + 1} \cdot V$$

La vitesse est donc bien proportionnelle à la différence de potentiel $U_A - U_B$. On constate que cette différence est flottante par rapport à la masse, il y a donc lieu d'utiliser un amplificateur de différence pour ramener une tension finale avec une référence à la masse de façon à éviter les problèmes.

Cette tension alimente ensuite le circuit C, R pour obtenir la dérivée par rapport au temps et ainsi une tension proportionnelle à l'accélération.

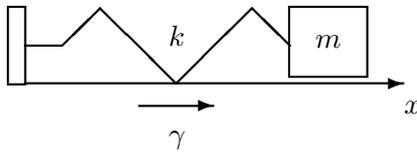
Dans certains cas on peut avoir besoin d'asservir la vitesse lors de la propagation d'une onde sonore dans un tuyau. Le problème est alors délicat car on doit asservir une résonance. On aura donc de la peine à obtenir une courbe de réponse plate.

14.6 L'accéléromètre piézoélectrique.

L'effet piézoélectrique a de nombreuses applications technologiques depuis l'allume-gaz jusqu'au tweeter en passant par l'accéléromètre et le standard de fréquence. Certains cristaux tels que le quartz ou le sel de SEIGNETTE et certaines céramiques telles que le titanate de baryum ont la propriété de se charger électriquement lorsqu'elles sont soumises à une déformation. Inversement elles se déforment si on les charge électriquement, le phénomène est réversible. Pour ce qui nous concerne un cristal se charge sur deux faces en regard avec des charges opposées lorsqu'on le soumet à une force exercée entre ces deux faces. Une métallisation des faces permet de recueillir une tension électrique qui pourra être utilisée dans un circuit. Tant

que les forces et les déplacements sont faibles on peut accepter un modèle linéaire pour le phénomène. Ainsi la tension électrique sera proportionnelle au déplacement avec un coefficient λ et lors du déplacement le cristal réagit avec une force de rappel $-k.x$ et une force de frottement fluide $-h.dx/dt$.

On modélisera donc la partie mécanique par un système ressort-masse-amortisseur fluide. Les faces actives du cristal seront perpendiculaires au déplacement de la membrane du haut-parleur. Le système est donc soumis en plus à une force d'inertie d'entraînement $-m.\gamma$ en désignant par γ l'accélération de la membrane du haut-parleur. Comme il n'y a pas de rotation il n'y a pas de force d'inertie de CORIOLIS. Le schéma simplifié sera donc le suivant :



L'équation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x - h \cdot \frac{dx}{dt} - m \cdot \gamma$$

Divisons par m et passons tout de suite en notation complexe puisque nous utilisons des fonctions sinusoïdales du temps

$$(-\omega^2 + j \cdot \frac{h}{m} \cdot \omega + \frac{k}{m}) \cdot X = -\Gamma$$

En posant $k/m = \omega_0^2$ et $h/m = 2.S.\omega_0$ il vient

$$\frac{X}{\Gamma} = \frac{-1}{-\omega^2 + 2.S.j.\omega_0.\omega + \omega_0^2}$$

Si on admet que la tension aux bornes du cristal est proportionnelle au déplacement $U = \lambda.X$ la fonction de transfert de la tension à l'accélération est

$$\frac{U}{\Gamma} = \frac{-\lambda}{-\omega^2 + 2.S.j.\omega_0.\omega + \omega_0^2}$$

On reconnaît là la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du second ordre avec une asymptote horizontale en dessous de ω_0 et une asymptote à -12 dB/octave au dessus. Si on suppose $\omega \ll \omega_0$ le dénominateur se simplifie énormément et il reste

$$U = \frac{-\lambda}{\omega_0^2} \cdot \Gamma$$

On a ainsi une tension proportionnelle à l'accélération de la membrane du haut-parleur. Le signe $-$ est sans importance car il suffit d'inverser les connexions aux bornes du cristal pour le changer.

Le système Motional FeedBack (M.F.B.) de PHILIPS utilisait ce type de capteur d'accélération. A l'époque on utilisait aussi l'effet piézoélectrique dans les cellules de lecture des disques vynil et cette société avait une bonne maîtrise de cette technique.

14.7 Détermination du flux de vitesse

A la connaissance de l'auteur cette méthode n'a jamais été décrite dans la littérature scientifique. Pourtant elle fonctionne très bien et peut servir à l'asservissement d'une enceinte close aux basse fréquences. Elle permet d'obtenir une tension proportionnelle au flux de vitesse sortant de l'enceinte, et, donc, par une dérivation par rapport au temps, une tension proportionnelle au flux d'accélération. Nous avons déjà vu que la pression à l'intérieur d'une enceinte est proportionnelle au flux de déplacement de la membrane.

Soit V le volume de l'enceinte, Σ la surface de la membrane du haut-parleur et x le déplacement vers l'extérieur de celle-ci. La petite variation de volume vaut $\Sigma \cdot x$. Comme l'air à l'intérieur de l'enceinte subit des variations très rapides on peut considérer que sa transformation est adiabatique suivant la loi $P \cdot V^\gamma = Cste$ où γ est, cette fois, le rapport des chaleurs molaires à pression constante C_P et à volume constant C_V de l'air. En différenciant logarithmiquement cette expression il vient

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

La variation de pression à l'intérieur de l'enceinte est la pression acoustique sinusoidale que nous désignerons par p , la pression moyenne est la pression atmosphérique P_0 et la variation de volume a déjà été calculée. Ce qui donne :

$$p = -\frac{\gamma \cdot P_0 \cdot \Sigma \cdot x}{V}$$

Il ne reste plus qu'à trouver le moyen de déterminer la pression acoustique à l'intérieur de l'enceinte. On peut penser à utiliser un microphone à pression, mais il faut dériver deux fois pour avoir le flux d'accélération. La méthode la plus simple consiste à utiliser un petit haut-parleur dans une enceinte de faible volume pour qu'il fonctionne en contrôle de raideur dans le domaine de fréquences envisagé. Un tweeter électrodynamique enfermé dans sa coquille et de fréquence de résonance de quelques milliers de Hertz fait très bien l'affaire. Si on veut maîtriser un peu mieux les paramètres du système on peut prendre un petit boomer de 10 cm dont la bobine mobile sera assez longue pour l'application envisagée et qui sera mis dans une petite enceinte

close donnant à l'ensemble une fréquence de résonance de l'ordre de 1000 à 2000 Hertz.

La raideur de la suspension et de l'enceinte vaut $k + k'$, la surface de la membrane sera désignée par σ et supposée très petite devant celle du haut-parleur principal de sorte que la variation de volume due au déplacement de cette membrane est négligeable devant l'autre. Sous l'action de la pression p la membrane du petit haut-parleur subit une force $\sigma.p$ et un déplacement $y = \sigma.p/(k + k')$. Les extrémités de la bobine mobile sont reliées à une grande résistance de façon à pouvoir négliger le courant qui traverse cette bobine. La tension aux bornes de la bobine est alors uniquement la force électromotrice due au déplacement $u = -B.l.dy/dt$. En remplaçant y par sa valeur il vient

$$u = B.l. \frac{\sigma.\Sigma.\gamma.P_0}{V.(k + k')} \cdot \frac{dx}{dt}$$

On voit bien que la tension u est proportionnelle au flux de vitesse $\Sigma.dx/dt$ sortant de l'enceinte. Le signe de cette tension peut être changé en permutant les bornes de la bobine mobile du petit haut-parleur si besoin est. A l'aide d'un circuit faisant la dérivée par rapport au temps on obtient une tension proportionnelle au flux d'accélération caractérisant le rayonnement acoustique de l'enceinte.

Nous avons envisagé pour le calcul le cas d'une enceinte close, mais comme nous avons accès directement au flux d'accélération on peut imaginer d'asservir une enceinte bass-reflex ou actif-passif. Dans ce cas il faut reprendre les calculs de la fonction de transfert pour vérifier que la stabilité soit bien assurée. Je laisse le soin au lecteur curieux de se livrer à cet exercice.

Chapitre 15

Les haut-parleurs de médium et d'aigu

15.1 Les limites du modèle aux basses fréquences.

Nous nous sommes placés, jusqu'à maintenant, dans le cas des basses fréquences en négligeant l'inductance de la bobine mobile dans les calculs. Au dessus de 200 *Hertz*, en gros, cela n'est plus possible et il nous faut reprendre les calculs en remplaçant R par $R + jL\omega$. A la section 7.6 nous avons étudié l'influence de l'inductance de la bobine mobile et nous avons trouvé que dans le domaine du médium le rayonnement dans le modèle de la sphère pulsante chutait de 6 *dB/octave* à partir d'une pulsation $\omega_2 = R/L$. Avec $L = 0,5 \text{ mH}$ et $R = 8 \text{ Ohms}$ la fréquence de coupure correspondante était de 2500 *Hertz*. Or les inductances des bobines mobiles de certains gros haut-parleurs peuvent atteindre quelques millihenry, ce qui diminue la fréquence de coupure. Si le modèle est encore valable on doit donc s'attendre à voir le rayonnement diminuer assez vite. En fait il n'en est rien, ce qui montre que le modèle doit être amélioré.

La première hypothèse est que le rayonnement ne peut plus être isotrope dans tout l'espace. La longueur d'onde diminuant, les dimensions de l'enceinte ne sont plus négligeables et sa directivité s'accroît. Si on veut être rigoureux les calculs sont inextricables et, là encore, il faut se contenter d'une approximation. Lorsque la face avant de l'enceinte est grande devant la longueur d'onde on peut utiliser le modèle de la demi-sphère pulsante dans un plan infini. Le haut-parleur ne rayonne que dans le demi espace ce qui multiplie le rayonnement par 2 et permet de gagner 6 *dB*. En supposant que la transition se fait aux alentours de la fréquence de coupure précédente, on peut ainsi espérer gagner une octave. Mais cela ne suffit pas dans le cas des gros haut-parleurs qui arrivent, malgré tout, à monter assez haut en fréquence.

Nous avons déjà vu que l'hypothèse de la membrane rigide était d'au-

tant plus fausse que le diamètre de la membrane était grand. Il faut donc admettre que celle-ci se déforme et le modèle le plus simple consiste à admettre qu'elle se déforme de telle sorte que la partie centrale vibre en piston alors que l'extérieur joue le rôle d'une raideur plus forte. La masse de la membrane se rapprochant de la masse de la bobine mobile le rendement augmente en conséquence et compense la perte due à l'inductance. D'ailleurs on peut observer sur la membrane de certains gros haut-parleurs des cercles concentriques sensés prévoir les lignes de fracture de la membrane. C'est alors tout le savoir-faire du fabricant de haut-parleurs qui intervient car on passe du domaine de la science à celui de l'art. Des violons de diverses factures ne "sonnent" pas de la même façon, il en est de même des haut-parleurs de médium et d'aigu.

Nous nous sommes limités à des déformations de la membrane concentriques à l'axe du haut-parleur, mais elles peuvent être plus compliquées comme les figures de CHADLI d'une plaque carrée. Cela explique pourquoi dans le registre médium et aigu les enceintes ne fournissent pas le même son, alors que leurs courbes de réponse sont très voisines. Les déformations de la membrane provoquent des variations de phase de l'onde émise et, d'après les spécialistes de psychoacoustique l'oreille y serait sensible.

Tout ceci nous montre que pour obtenir une reproduction convenable du registre médium et aigu il vaut mieux utiliser des haut-parleurs de petit diamètre. La solution d'une enceinte à deux voies avec, par exemple, un 21 *cm* et un tweeter n'est qu'un pis-aller, et les enceintes de sonorisation qui utilisent des haut-parleurs plus gros ne peuvent pas être qualifiées de "haute fidélité". On en revient à la solution que je préconise dans ce livre d'un caisson de grave en bass-reflex ou actif-passif jusqu'à 150 à 200 *Hertz* et une petite enceinte close au dessus avec un petit haut-parleur de médium et un tweeter. Chacune de ces enceintes devra être alimenté par un amplificateur séparé et un filtre électronique très facile à réaliser. Si on prend en compte le prix du filtre passif nécessaire dans le cas d'un amplificateur unique, le coût d'un amplificateur supplémentaire est négligeable. En plus l'adaptation du rayonnement des deux enceintes est plus facile à réaliser avec un simple potentiomètre.

15.2 Le tweeter à dôme

On a fabriqué aussi des médium à dôme sur le même principe, mais il semble que la mode en soit passée. Sans doute parce que leur fréquence de résonance était assez élevée et que cela demandait un autre petit haut-parleur pour le bas-médium, soit quatre haut-parleurs en tout par enceinte.

Nous renvoyons le lecteur à la section **7.3** qui traite de l'optimisation d'un tweeter à dôme et qui montre que l'on peut obtenir de très bons résultats pour un coût convenable. Le résultat obtenu dépend surtout du matériau

dont est faite la membrane. Le plus courant est le tissu enduit qui donne un son très fin apprécié des amateurs de musique classique. Actuellement on utilise aussi les membranes en titane donnant un son plus métallique reproduisant bien le charleston. Les prix sont voisins, le choix est affaire de goût.

Lorsque le rendement du tweeter est le même que celui du haut-parleur de médium, ce qui est fréquemment le cas, le filtre pour le tweeter se réduit à un seul condensateur qui assure une coupure à 18 dB/octave comme nous l'avons vu à la section 8.4. Ceux qui ont la possibilité de tracer des courbes de réponse en chambre anéchoïde se persuaderont bien vite de ce calcul. Le problème est qu'on ne dispose pas toujours d'un tel équipement et que les réactions de l'électronicien prennent souvent le pas sur celles de l'électroacousticien.

Nous rappelons que le filtre passe-bas du haut-parleur de médium est un classique filtre à 12 dB/octave si on pris la précaution de mettre en parallèle sur le haut-parleur un circuit de BOUCHEROT rendant l'impédance de l'ensemble équivalente à une résistance pure comme cela a été vu à la section 8.3.

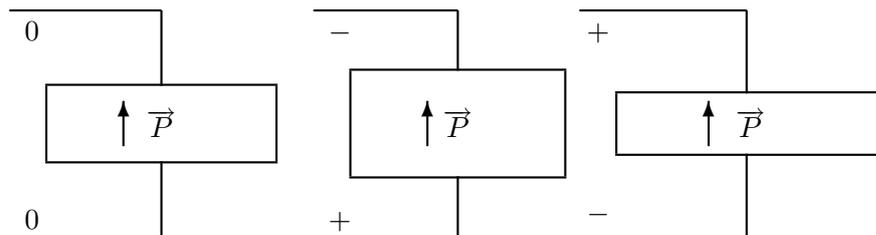
15.3 Les haut-parleurs piézoélectriques.

Nous avons déjà rencontré un aspect de l'effet piézoélectrique dans l'accéléromètre utilisé dans l'asservissement d'accélération d'une enceinte close. C'est maintenant l'effet inverse qui est utilisé ici : certains matériaux se déforment sous l'action d'un champ électrique. Des monocristaux possèdent cette propriété qui est la piézoélectricité pure. Depuis on a mis au point des produits polycristallins sous forme de céramique qui sont en plus ferroélectriques. La ferroélectricité est une propriété de la matière solide analogue au ferromagnétisme dans le domaine du magnétisme. Ces composés sont des isolants constitués à l'échelle moléculaire de dipôles électriques pouvant s'orienter sous l'action d'un champ électrique extérieur constant et conserver une partie de cette polarisation, un peu à la manière d'un aimant permanent. Actuellement le produit le plus utilisé pour les tweeters et les haut-médiums est le P.Z.T pour : Plomb, Zirconium et Titane. C'est une céramique obtenue en chauffant fortement des oxydes de ces trois corps en quantité convenable et en les mettant sous forme de tranches circulaires de $22,6 \text{ mm}$ de diamètre et de $0,14 \text{ mm}$ d'épaisseur (renseignements obtenus d'un fabricant de ces haut-parleurs). Ces tranches sont ensuite soumises à un champ électrique extérieur convenablement dosé pour leur conférer une polarisation permanente.

Petite parenthèse : dans un diélectrique les charges électriques ne se déplacent pas comme dans un conducteur, mais les charges positives et les charges négatives peuvent se séparer légèrement pour donner naissance à

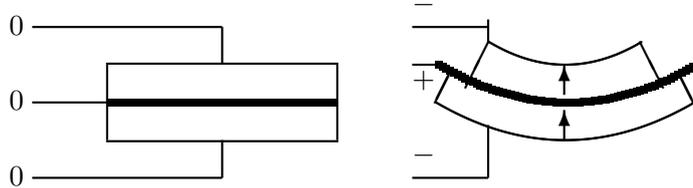
des dipôles électriques formés d'une charge $+q$ et d'une charge $-q$ séparées d'une distance d . Le moment du dipôle est alors le vecteur \vec{p} dirigé du $-$ vers le $+$ et de valeur $q.d$. Lorsqu'on a un grand nombre de dipôles dans un élément de volume $d\tau$ on définit le moment dipolaire élémentaire \vec{dp} et par suite le moment dipolaire volumique que l'on nomme polarisation du diélectrique $\vec{P} = \frac{\vec{dp}}{d\tau}$. Dans le cas d'un matériau ferroélectrique, lorsqu'on le soumet à un champ électrique permanent il prend une polarisation qu'il conserve, en partie, quand on supprime le champ. Cette polarisation peut disparaître si on soumet le matériau à un champ en sens contraire, à une température supérieure à une certaine valeur dite "température de Curie" ou à des chocs répétés, un peu comme dans le cas des aimants permanents.

Pour revenir à nos tweeters, la tranche de P.Z.T. est polarisée perpendiculairement à sa plus grande dimension. On fixe, de part et d'autre, deux fines feuilles d'un matériau conducteur (souvent de l'argent) sur lesquelles on soude deux fils de connexion pour appliquer une tension électrique. La tension appliquée doit produire un champ électrique inférieur au champ nécessaire pour la polarisation de façon à ne pas risquer de dépolariiser le diélectrique. Si le champ appliqué est dans le même sens que la polarisation il aura tendance à la faire augmenter et, donc, un plus grand nombre de dipôles seront dans le même sens. Ils occuperont donc moins de place en largeur et plus en épaisseur. L'épaisseur du matériau augmentera légèrement tandis que sa surface diminuera. Si, maintenant, le champ appliqué est en sens contraire de la polarisation, celle-ci diminuera, il y aura moins de dipôles bien orientés, l'épaisseur du matériau diminuera légèrement et sa surface augmentera. Pour les besoins de la figure on a fortement accentué ces variations qui ne dépassent pas quelques microns.



On pourrait penser utiliser cette variation d'épaisseur pour provoquer l'apparition d'une onde sonore, mais ce phénomène est très faible et ne suffit pas. C'est pourquoi on fait appel à une astuce pour obtenir un plus grand déplacement : on met deux tranches polarisées dans le même sens de part et d'autre d'une mince feuille métallique, le tout étant collé solidement. Les deux parties extérieures sont au même potentiel, la partie centrale étant l'autre borne. Les deux tranches sont soumises à des déformations en sens contraire, l'une augmente de surface alors que l'autre rétrécit, ce qui

provoque une courbure du disque supérieure aux variations d'épaisseur du matériau.



Cette sorte de bilame constitue le moteur du haut-parleur. On lui adjoint une petite membrane conique qui rayonne l'onde sonore et un petit pavillon pour augmenter le niveau sonore. On peut admettre pour simplifier que le moteur fournit une force proportionnelle à la tension sinusoïdale appliquée et que la membrane, avec sa suspension, constitue un système ressort, masse, amortisseur. Ainsi on se retrouve dans le cas de figure du haut-parleur électrodynamique où la bobine mobile et son aimant constitue le moteur et la membrane le système ressort, masse, amortisseur. On aura une fréquence de résonance de vitesse, en dessous on est en contrôle de raideur et le rayonnement a une pente de 12 dB/octave , au dessus on est en contrôle de masse et le rayonnement est indépendant de la fréquence. Ici c'est encore la fréquence de résonance qui fixe la fréquence basse de coupure du tweeter.

Au niveau de l'impédance le modèle est différent. En effet le moteur est une sorte de condensateur plan avec un isolant entre les armatures. Les constructeurs donnent deux valeurs pour la capacité suivant l'utilisation du tweeter : $0,15 \mu\text{F}$ pour les modèles à fréquence de coupure à 3 ou 4 kHz et $0,30 \mu\text{F}$ pour les médium-tweeters à 0,8 kHz . Prenons le premier cas qui est le plus fréquent. En plus de cette capacité qui représente l'élément prépondérant il y a quelques petites pertes mécaniques et acoustiques, ne serait-ce que pour le rayonnement sonore. Ces pertes peuvent être modélisées par une petite résistance série de l'ordre de grandeur de l'Ohm. De la sorte le rendement énergétique du haut-parleur piézoélectrique est nettement supérieur à son homologue électromagnétique où la puissance fournie sert surtout à chauffer la bobine mobile.

15.4 Mise en œuvre du tweeter piézoélectrique.

Du fait que ce dispositif est assimilable à un condensateur il ne sera plus possible de parler d'une impédance de 8 Ohms ou de 16 Ohms . En effet à 1000 Hertz , $0,15 \mu\text{F}$ correspond à une impédance de 1000 Ohms en gros, à 20 kHz 50 Ohms et à 100 kHz 10 ohms . Dans le domaine audible cette impédance est nettement supérieure à l'impédance d'un haut-parleur électrodynamique utilisé pour le grave et donc ne perturbera pas le fonctionnement de l'amplificateur. Mais si celui-ci monte assez haut en fréquence on

a un risque de surcharge qui peut le griller. Pour éviter cela les constructeurs recommandent de mettre en série avec le tweeter une résistance de 10 à 50 *Ohms* pouvant dissiper une puissance de quelques Watts pour le protéger. Certains d'entre eux vendent même des tweeters contenant un circuit de protection incorporé.

Quant à la puissance maximale dissipée il ne sera plus possible de faire le même calcul qu'avec les haut-parleurs électrodynamiques. La seule grandeur à prendre en compte est la tension sinusoïdale que peut supporter le système sans perte de ses caractéristiques. Actuellement il semble qu'une valeur de 25 V_{eff} soit assez couramment donnée par les constructeurs. Cela correspond à 75 *Watts* sous 8 *Ohms* ou à 150 *Watts* sous 4 *Ohms*. Pour des applications de sonorisation cela peut sembler un peu faible. Fort heureusement on peut monter les tweeters en série : le rendement reste le même mais la "puissance admissible" augmente. En parallèle le rendement augmente de 6 *dB* par haut-parleur ajouté mais la puissance admissible reste la même. Par des associations série-parallèle on peut obtenir tout résultat désiré. Pour chaque tweeter utilisé il faut, bien sûr, mettre en série la résistance de protection.

Le problème du rendement acoustique n'est pas très facile à résoudre du fait de l'absence d'une impédance nominale. Pour un haut-parleur électrodynamique dire qu'il a un rendement de 90 *dB*/1 *W*/1 *m* est assez clair : quand on lui applique une tension donnant 1 *W* sous son impédance nominale on obtient 90 *dB* à 1 *m*. Par exemple pour une impédance de 8 *Ohms* il faut appliquer une tension de 2,83 *Volts*, pour 4 *Ohms* 2 *Volts*. Dans le cas des dispositifs piézoélectriques on écrit toujours le rendement de la même façon dans les notices mais on oublie de préciser quelle est l'impédance de référence. En cherchant bien dans le site web de C.T.S. Corporation on arrive à savoir que la tension appliquée est de 2,83 *Volts*. Comme c'est l'un des constructeurs les plus présents sur le marché on peut penser que d'autres font comme lui. A titre d'information cette société a pris la suite de Motorola. De façon générale les tweeters piézo ont des rendements supérieurs aux haut-parleurs électrodynamiques. En les mariant pour faire une enceinte on peut être amené à réduire le rendement du tweeter. L'impédance capacitive permet de résoudre facilement le problème. Si on met en série un condensateur de 0,15 μF on diminue de moitié la tension aux bornes du tweeter, donc on perd 6 *dB*. Le calcul pour une perte différente est celui d'un diviseur potentiométrique à condensateur.

Soit C la capacité du tweeter et C' la capacité du condensateur à mettre en série. Désignons par U_2 la tension aux bornes du tweeter et par U_1 la tension aux bornes de l'ensemble. On peut écrire :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C'}{C + C'}$$

Pour une perte de n dB on écrit que

$$-n = 20 \cdot \log \frac{U_2}{U_1} \text{ ou } \frac{U_1}{U_2} = 10^{\frac{n}{20}}$$

En revenant aux valeurs des capacités

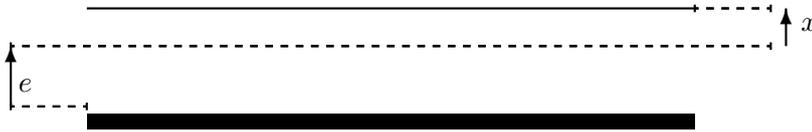
$$1 + \frac{C}{C'} = 10^{\frac{n}{20}} \text{ et } C' = C \cdot \frac{1}{10^{\frac{n}{20}} - 1}$$

Le lecteur pourra ainsi calculer facilement la capacité du condensateur à mettre en série pour adapter son tweeter à son boomer en fonction des données du constructeur.

15.5 Théorie du tweeter électrostatique

15.5.1 Principe de fonctionnement

Nous commencerons par l'étude du tweeter électrostatique qui a eu son heure de gloire dans les postes à lampes des années 1950. Son fonctionnement est assez simple à expliquer bien que le résultat sonore ait été de piètre qualité.



Une électrode circulaire conductrice en constitue la base. Une électrode fine en aluminium est l'élément rayonnant l'onde sonore et entre les deux se trouve un isolant de constante diélectrique $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ possédant une certaine raideur k . Nous supposons que l'épaisseur du diélectrique à vide est e . Si on applique une tension U entre les électrodes on observe un déplacement x arbitrairement dirigé vers l'extérieur pour conserver les notations des haut-parleurs (en fait la force électrostatique est dirigée d'une électrode vers l'autre).

La force due à la raideur amenée par le diélectrique vaut alors $f_k = -k \cdot x$. La pression électrostatique sur l'électrode fine vaut $\sigma^2 / 2 \cdot \varepsilon$ car à la place du vide nous avons un diélectrique. En désignant par Σ la surface des électrodes en regard nous avons alors une force électrostatique $f_E = \Sigma \cdot \sigma^2 / 2 \cdot \varepsilon$ dirigée d'une électrode vers l'autre. En se reportant au paragraphe 2.4 la force électrostatique exercée sur la membrane en aluminium est algébriquement :

$$f_E = -\varepsilon \cdot U^2 \cdot \Sigma / 2 \cdot (e + x)^2$$

Si x est positif on voit que ces deux forces sont négatives et nous n'aurons pas de position d'équilibre. Ecrivons l'équation d'équilibre :

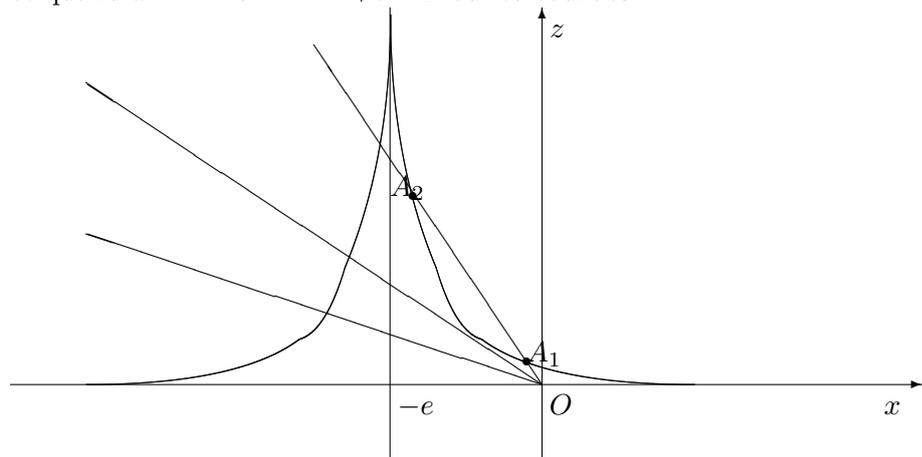
$$-k.x - \frac{\varepsilon.U^2.\Sigma}{2.(e+x)^2} = 0$$

$$2.(e+x)^2.k.x + \varepsilon.U^2.\Sigma = 0$$

C'est une équation du troisième degré qui a soit une soit trois solutions réelles. Sa résolution complète est compliquée, on peut se contenter d'une étude graphique en recherchant l'intersection des courbes représentatives des fonctions

$$z = -\frac{2.k}{\varepsilon.U^2.\Sigma}.x \text{ et } z = \frac{1}{(e+x)^2}$$

La première est une droite de pente négative passant par l'origine. La seconde est une hyperbole supérieure. N'oublions pas que nous recherchons des valeurs de x négatives. Pour $z = \frac{1}{(e+x)^2}$ quand $x \rightarrow \pm\infty$ alors $z \rightarrow 0$ et quand $x \rightarrow -e$ $z \rightarrow +\infty$. D'où les courbes :



Il est

bien évident que la solution $x < -e$ ne peut pas convenir. Suivant la pente de la droite il peut y avoir deux autres solutions comprises entre 0 et $-e$ correspondant aux points A_1 et A_2 . Ne cherchons pas l'équation de la tangente à l'hyperbole supérieure passant par l'origine pour délimiter les deux domaines et intéressons nous au cas $-e < x < 0$.

Le point sur la droite représente la valeur absolue de la force de raideur à un coefficient numérique près. Le point sur l'hyperbole supérieure représente de la même façon la valeur absolue de la force électrostatique.

Si en A_1 on s'écarte légèrement de la position d'équilibre vers la gauche, la valeur absolue de la force du ressort est supérieure à la valeur absolue de la force électrostatique. Comme x est négatif le ressort l'emporte et ramène la membrane vers la position d'équilibre. Un raisonnement analogue se fait si on écarte légèrement vers la droite. La position définie par le point A_1 est donc une position d'équilibre stable.

Pour le point A_2 les positions relatives des courbes sont inversées. Cette position est une position d'équilibre instable : tout écart dans un sens ou dans l'autre éloigne de la position d'équilibre. Il est bien évident que l'on va travailler autour de la position d'équilibre stable.

15.5.2 Mouvement autour de la position d'équilibre stable.

Soit x_0 la solution correspondant à une tension continue U_0 définie par l'équation :

$$-k.x_0 - \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{2.(e+x_0)^2} = 0$$

Appliquons une petite variation de tension u autour de U_0 ($U = U_0 + u$ avec $u \ll U_0$). La force de rappel du ressort est $-k.(x_0 + y)$ en désignant par y le petit déplacement autour de la position d'équilibre. La force électrostatique vaut $-\frac{\varepsilon.U^2.\Sigma}{2.(e+x_0+y)^2}$. Mettons $e + x_0$ en facteur en dénominateur et U_0 en facteur au numérateur, il vient :

$$f_E = -\frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma.(1 + \frac{u}{U_0})^2}{2.(e+x_0)^2.(1 + \frac{y}{e+x_0})^2}$$

Nous allons linéariser cette expression en supposant $y \ll e+x_0$ et $u \ll U_0$. Cela revient à négliger les termes du second degré petits devant l'unité. Il vient alors :

$$f_E = -\frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma.(1 + \frac{2u}{U_0})}{2.(e+x_0)^2.(1 + \frac{2y}{e+x_0})} = -\frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma.(1 + \frac{2u}{U_0})(1 - \frac{2y}{e+x_0})}{2(e+x_0)^2}$$

On néglige le terme du second degré dans le produit des parenthèses et il reste :

$$f_E = -\frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{2(e+x_0)^2} \cdot (1 + 2 \cdot \frac{u}{U_0} - 2 \frac{y}{e+x_0})$$

La force totale exercée sur la membrane est alors

$$f_T = f_k + f_E = -k.x_0 - k.y - \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{2(e+x_0)^2} - \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{(e+x_0)^2} \cdot (\frac{u}{U_0} - \frac{y}{e+x_0})$$

L'équation d'équilibre permet d'annuler le terme :

$$-k.x_0 - \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{2(e+x_0)^2}$$

et il reste en mettant y en facteur

$$f_T = -(k - \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{(e+x_0)^3}) \cdot y - \frac{\varepsilon.U_0.\Sigma}{(e+x_0)^2} \cdot u$$

On voit sur cette expression que si on veut un retour à l'équilibre il suffit d'avoir :

$$k > \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{(e+x_0)^3}$$

On retrouve bien l'équilibre stable que nous supposons pour la suite. En fait il suffit que U_0 ne soit pas trop grand. Pour avoir une marge d'erreur il suffit de faire $x_0 = 0$ il vient ainsi :

$$U_0^2 < \frac{k.e^3}{\varepsilon.\Sigma}$$

Pour simplifier les calculs posons :

$$k' = k - \frac{\varepsilon.U_0^2.\Sigma}{(e+x_0)^3} - \frac{\varepsilon.U_0.\Sigma}{(e+x_0)^2} = \alpha$$

Ainsi $f_T = -k'y - \alpha u$. L'équation du mouvement de la membrane s'écrit :

$$m.\frac{d^2y}{dt^2} = -k'y - h.\frac{dy}{dt} - \alpha.u$$

en désignant par m la masse de la membrane et par $-h.\frac{dy}{dt}$ la force de frottement fluide toujours présente. Cela donne

$$m.\frac{d^2y}{dt^2} + h.\frac{dy}{dt} + k'.y = -\alpha.u$$

Nous reconnaissons là l'équation différentielle déjà rencontrée. En régime sinusoïdal permanent nous avons une pulsation de résonance $\omega_0^2 = \frac{k'}{m}$. Pour $\omega > \omega_0$ nous sommes en contrôle de masse et nous pourrions négliger les termes $h.\frac{dy}{dt}$ et $k'.y$ et calculer facilement le flux d'accélération

$$\Sigma.\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\alpha.\Sigma}{m}.u$$

De la sorte ce flux d'accélération est proportionnel à la petite tension u appliquée en plus de U_0 avec toutes les approximations faites. On peut encore définir ici une efficacité intrinsèque :

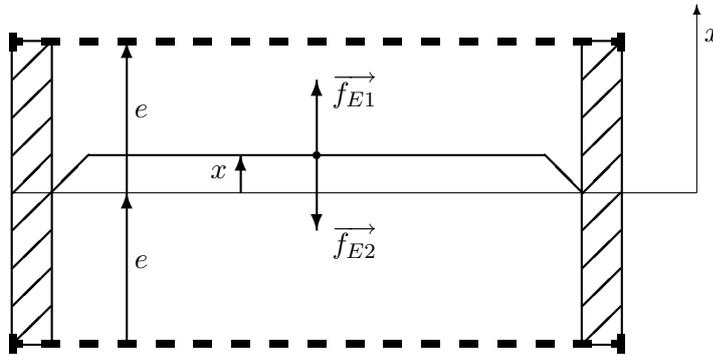
$$E = \frac{\alpha.\Sigma}{m} = \frac{\varepsilon.U_0.\Sigma^2}{m.(e+x_0)^2}$$

Dans le cas des postes à lampes il y avait une tension continue U_0 de quelques centaines de Volts et un transformateur de sortie pour adapter l'impédance des lampes à celle du haut-parleur. La tension aux bornes du transformateur était $U_0 + u$ et le tweeter fonctionnait avec son filtre naturel lié à sa fréquence de résonance. Les conditions de linéarité n'étaient vérifiées qu'à bas niveau et la qualité assez médiocre. On a donc envisagé un autre dispositif de type "push-pull" pour améliorer la linéarité.

15.6 Théorie du haut-parleur électrostatique push-pull

15.6.1 Principe et calcul des forces.

Pour des problèmes d'encombrement sur la feuille de papier nous ferons le dessin en position horizontale, mais il est bien évident qu'en réalité le haut-parleur est vertical. Il est constitué de deux grilles métalliques parallèles très rigides entre lesquelles se trouve une fine membrane conductrice en aluminium ou en plastique aluminisé. Ces trois conducteurs plans de forme rectangulaire sont isolés sur leur pourtour par un dispositif "ad hoc". En position d'équilibre la membrane centrale est à égale distance e des deux grilles. Nous ferons le dessin pour un déplacement x à partir de la position d'équilibre.



Entre

ces trois électrodes il y a de l'air de constante diélectrique assimilée à celle du vide ϵ_0 , ce qui pose le problème de l'humidité de la pièce, l'air doit être sec. Toutes les tensions sont référencées à la masse. L'électrode centrale est au potentiel U_0 grand. L'électrode du côté de x est au potentiel $-u$ ($u \ll U_0$), l'autre est au potentiel $+u$. Nous dirigeons l'axe des x vers le "haut", les forces électrostatiques s'écrivent alors, en utilisant les calculs de la section précédente :

$$f_{E1} = \frac{\epsilon_0 \cdot (U_0 + u)^2 \cdot \Sigma}{2 \cdot (e - x)^2} \quad f_{E2} = -\frac{\epsilon_0 \cdot (U_0 - u)^2 \cdot \Sigma}{2 \cdot (e + x)^2}$$

La force électrostatique totale est la somme de ces deux forces. Réduisons au même dénominateur et mettons en facteur ce qui peut l'être :

$$f_T = f_{E1} + f_{E2} = \frac{\epsilon_0 \cdot \Sigma}{2} \cdot \frac{(U_0 + u)^2 \cdot (e + x)^2 - (U_0 - u)^2 \cdot (e - x)^2}{(e^2 - x^2)^2}$$

$$f_T = \frac{\epsilon_0 \cdot \Sigma}{2} \cdot \frac{[(U_0 + u)(e + x) - (U_0 - u)(e - x)][(U_0 + u)(e + x) + (U_0 - u)(e - x)]}{(e^2 - x^2)^2}$$

De nombreux termes se simplifient au numérateur de la grande fraction, il reste enfin :

$$f_T = \frac{\varepsilon_0 \cdot \Sigma}{2} \cdot \frac{(2U_0x + 2ue)(2U_0e + 2ux)}{(e^2 - x^2)^2}$$

Au numérateur le terme ux est négligeable devant U_0e , au dénominateur le terme x^2 est négligeable devant e^2 . de la sorte il reste :

$$f_T = 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \Sigma \cdot \left(\frac{U_0^2 \cdot x}{e^3} + \frac{U_0 \cdot u}{e^2} \right)$$

Cette force électrostatique est du même signe que x , elle a donc tendance à éloigner la membrane de la position centrale. Il faudra une force de rappel de ressort pour compenser cet effet. Ici c'est la souplesse de la membrane qui joue ce rôle. On suppose donc l'existence d'une force de rappel $f_k = -k \cdot x$.

15.6.2 Etude du mouvement de la membrane.

Comme d'habitude nous postulons l'existence d'une force de frottement fluide $-h \frac{dx}{dt}$ et nous désignerons par M la masse de la membrane. En écrivant la relation fondamentale de la dynamique au mouvement de la membrane on a :

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x + 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \Sigma \cdot \left(\frac{U_0^2 \cdot x}{e^3} + \frac{U_0 \cdot u}{e^2} \right) - h \cdot \frac{dx}{dt}$$

Pour simplifier l'écriture on pose encore

$$k' = k - \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot U_0^2 \cdot \Sigma}{e^3} \text{ avec } k > \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot U_0^2 \cdot \Sigma}{e^3}$$

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$M \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + h \cdot \frac{dx}{dt} + k' \cdot x = \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot U_0 \cdot \Sigma}{e^2} \cdot u$$

On retombe sur l'équation classique et on se place toujours en contrôle de masse en régime sinusoïdal permanent avec :

$$\omega > \omega_0 = \sqrt{\frac{k'}{M}}$$

Ainsi le flux d'accélération a pour valeur :

$$\Sigma \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot U_0 \cdot \Sigma^2}{M \cdot e^2} \cdot u$$

On peut toujours définir une efficacité intrinsèque en introduisant la masse surfacique de la membrane : $m_\Sigma = M/\Sigma$

$$E = \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot U_0 \cdot \Sigma^2}{M \cdot e^2} = \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot U_0 \cdot \Sigma}{m_\Sigma \cdot e^2}$$

Pour se faire une idée calculons sa valeur avec des paramètres cohérents : $\Sigma = 1 \text{ m}^2$; $e = 3.10^{-3} \text{ m}$; $U_0 = 1000 \text{ V}$; $m_\Sigma = 9.10^{-2} \text{ kg.m}^{-2}$ masse surfacique d'une feuille de papier. On trouve comme résultat : $E = 21,8.10^{-3}$. Cette valeur est nettement inférieure à celle trouvée pour un haut-parleur électrodynamique, il faudra donc des Volts pour remuer la membrane. En revanche il ne faudra pas trop de puissance électrique car l'impédance est presque entièrement capacitive. Comme la surface de la membrane est grande pour obtenir des décibels, il sera difficile de monter ce haut-parleur en enceinte close car son volume serait énorme, on l'utilise simplement en doublet acoustique qui rayonne sur les deux faces ce qui diminue la pression sonore. L'avantage de ce type de haut-parleur est que tous les points de la membrane sont soumis à la même force et se déplacent en même temps. Il n'est, en principe, pas soumis aux modes de vibration propres des haut-parleurs électrodynamique, ce qui lui permet une excellente reproduction du registre médium-aigu. Hélas son prix ne le met pas à portée de toutes les bourses. La forme de panneau plan de l'élément rayonnant produit une directivité appuyée aux fréquences élevées. Ce n'est pas un transducteur pour une foule mais plutôt pour un égoïste qui a les moyens de se l'offrir. De plus le grave n'est pas présent et il faut le reproduire à l'aide d'un caisson de grave classique.

15.7 Les haut-parleurs à Plasma.

Dès 1925 les tentatives pour créer une onde sonore à partir des forces électrostatiques sur des ions se sont succédées. Les premières n'ont pas abouti car les moyens techniques de l'époque étaient insuffisants. Il a fallu attendre le début des années 1950 pour voir apparaître sur le marché l'ionophone du Docteur Siegfried KLEIN première tentative commerciale pour la reproduction du registre aigu. Dans une cellule en quartz on crée par une onde de haute fréquence entre deux électrodes une ionisation de l'air modulée par le signal B.F. à reproduire. Il se forme une bulle ionisée dont les variations de volume créent une pression sonore. Comme le déplacement est très petit il faut adjoindre au système un pavillon permettant d'adapter le dispositif à l'air ambiant. Ce pavillon est en général exponentiel. Pour avoir écouté en 1954 l'un de ces appareils en essai au Centre de Recherches Scientifiques Industrielles et Maritimes de MARSEILLE, l'auteur peut attester qu'avec une bonne oreille on arrivait à percevoir au dessus du bruit de fond important le signal acoustique désiré.

Vers 1962 une société américaine sous licence de Docteur KLEIN produit l'ionovac, amélioration de l'ionophone. Malgré une campagne marketing à l'américaine et des articles dithyrambiques dans la presse spécialisée son prix élevé et, sans doute sa qualité approximative, ne lui a pas permis de durer

sur le marché. Cela d'autant plus que la durée de vie des cellules d'ionisation n'étaient que de quelque mille heures et il fallait les changer très souvent. Un autre tweeter utilisant l'ionisation de l'air autour d'une pointe dans une sphère grillagée a été proposée par la société Magnat. On n'en parle plus guère.

Des tentatives de réalisation de tweeter à plasma froid ont vu le jour ces dernières années en utilisant l'effet Corona. Les prototypes ont été prometteurs mais on attend toujours les réalisations industrielles.

Si un principe au demeurant scientifiquement élaboré n'a pas donné lieu à des produits donnant toute satisfaction on peut penser qu'il y a un "os" quelque part et qu'il vaut mieux se tourner vers des solutions éprouvées même si elles ne sont pas à la pointe du progrès. Le haut-parleur électrodynamique a encore de beaux jours devant lui, surtout avec les avancées technologiques réalisées dans le domaine des matériaux. Pour ne citer qu'un exemple les tweeters à membrane en titane donnent dans l'aigu un son particulièrement propre et net qui reproduit le "charleston" avec une grande vérité. Les membranes en kevlar ou en fibre de carbone ont aussi leurs partisans.

Chapitre 16

Conseils pour la réalisation d'une enceinte acoustique

16.1 Choix des haut-parleurs.

Il dépend de nombreux facteurs en fonction de l'enceinte que l'on désire réaliser. Pour simplifier ce chapitre nous admettrons que nous voulons construire une enceinte à deux voies de prix raisonnable sans multi-amplification. Il nous faudra donc un haut-parleur de grave-médium et un tweeter. Pour l'exemple nous avons choisi chez DAVIS ACOUSTICS le 19MP6R grave-médium à membrane papier et le TW19P tweeter à membrane tissu. Ces deux transducteurs ont un rendement, chacun dans leur gamme de fréquences, de $90 \text{ dB}/1\text{W}/1\text{m}$ et une puissance maximale de 60 Watts . Ils permettront de réaliser une bonne enceinte acoustique.

Pour l'utilisation du grave-médium il nous faut connaître les paramètres aux faibles signaux de ce haut-parleur. On peut les trouver sur le catalogue du constructeur ou les mesurer soi-même ce qu'a fait l'auteur. On trouve : fréquence de résonance de l'impédance $f_S = 52 \text{ hertz}$, masse de la membrane $M = 15 \text{ g}$, raideur de la suspension $k = 1625 \text{ N.m}^{-1}$, volume équivalent à la raideur de la suspension $V_{AS} = 18,4 \text{ Litres}$, surface de la membrane $\Sigma = 146 \text{ cm}^2$ et coefficient d'amortissement $S_T = 1,1$. La résistance en continu vaut $R = 4,86 \text{ Ohms}$ ce qui le place dans la catégorie des haut-parleurs d'impédance nominale 6 Ohms mais cela est sans importance. Une autre donnée doit être signalée, c'est le circuit de BOUCHEROT. On peut le calculer à l'aide de la connaissance de l'inductance propre de la bobine mobile ou le déterminer expérimentalement. L'auteur préfère cette dernière méthode. En fait comme ce circuit travaille essentiellement aux fréquences élevées on peut prendre comme résistance une résistance normalisée de $8,2 \text{ Ohms}$ pouvant dissiper une puissance de $5 \text{ à } 6 \text{ Watts}$. Grâce à un générateur B.F. à balayage de fréquence et à l'amplificateur délivrant un courant constant on recherche la valeur de la capacité du condensateur don-

nant une courbe plate sensée être une résistance de l'ordre de 8 *Ohms* pour l'ensemble en parallèle haut-parleur + circuit de BOUCHEROT. Ici on a trouvé qu'un condensateur de 4,7 *microfarads* convenait parfaitement. De la même façon on a trouvé que le circuit de BOUCHEROT pour le tweeter était constitué d'une résistance de 8,2 *Ohms* en série avec un condensateur de 1 *microfarad*.

16.2 Construction de l'enceinte.

Il nous faut d'abord choisir le type d'enceinte que nous voulons construire. Dans un but de simplification nous choisirons l'enceinte close en BUTTERWORTH d'ordre 2. Cela revient à choisir pour l'enceinte un coefficient d'amortissement de 0,707. Soit V le volume de l'enceinte et A le volume normalisé tel que $A = V_{AS}/V$. Nous avons vu au paragraphe 5.2 que le coefficient d'amortissement devenait $S = S_T/\sqrt{1+A}$ et que la fréquence de résonance de l'enceinte était $f_R = f_S \cdot \sqrt{1+A}$. On écrira donc $1+A = S_T^2/S^2 = 1,21/0,5 = 2,42$ ce qui donne $A = 1,42$ et $V = V_{AS}/1,42 = 13$ *Litres*. La fréquence de résonance sera alors $f_R = 52 \cdot \sqrt{2,42} = 81$ *Hertz*. Dans le cas du BUTTERWORTH cette fréquence est aussi la fréquence de coupure à $-3 < dB$ de l'enceinte. Ce n'est pas très bas il faudra donc un caisson de grave pour le bas du spectre. Pour l'instant nous poursuivons notre exemple.

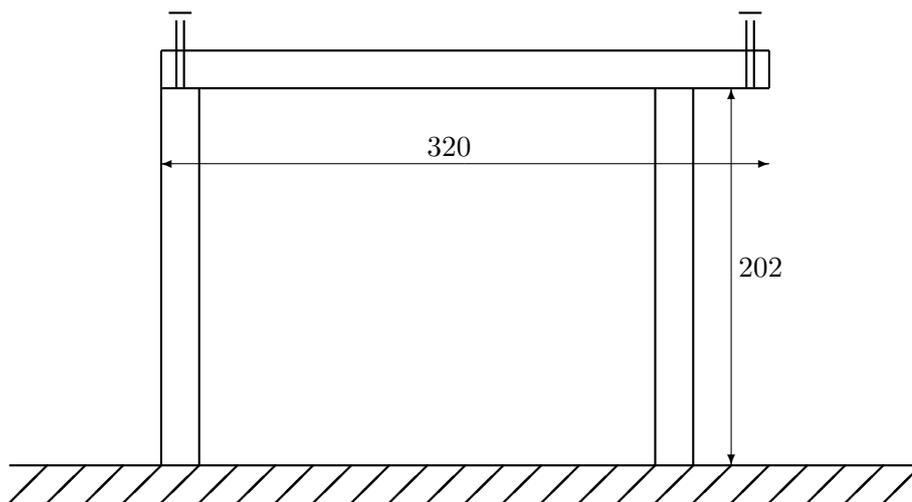
Pour des raisons de facilités de construction nous envisagerons seulement le parallélépipède rectangle comme forme d'enceinte. L'auteur n'en construit pas d'autres, des artistes peuvent envisager des formes plus complexes et sans doute plus jolies mais le résultat sonore n'en est pas amélioré. La première tâche est de définir les dimensions minimales de la face avant. Le 19MP6R a un diamètre total de 190 *mm*, le TW19P a une hauteur de 85 *mm*. Ces haut-parleurs doivent être placés bord à bord pour que les sources sonores soient le plus près possible, cela donne une hauteur de 275 *mm*. On prendra une marge de 20 *mm* de part et d'autre pour un cadre supportant un tissu tendu destiné à cacher les haut-parleurs ce qui donnera pour hauteur minimale 320 *mm*. De la même façon la largeur minimale sera de 240 *mm*.

Pour la construction nous utiliserons du panneau de particules (dit aussi aggloméré de bois) de 19 *mm* d'épaisseur (Attention prendre de l'aggloméré STAN-DARD le moins cher et pas du Médium ou Médite plus difficile à travailler et dont la soi-disant amélioration apportée est du domaine du phantasme). Il en est de même avec les parois en béton ou les doubles parois remplies de sable, si vous tenez à vous embêter! La surface intérieure de la face avant sera de l'ordre de $2,8 * 2 \text{ dm}^2 = 5,6 \text{ dm}^2$. Pour un volume de 13 *Litres* il faudrait donc une profondeur de 2,32 *dm*. En fait pour une enceinte close on a intérêt à la remplir de laine de verre peu tassée, ce qui permet de réduire le

volume de l'enceinte dans le rapport $1,2/1,4 = 0,86$ on obtient un volume intérieur de 11,1 *Litres*.

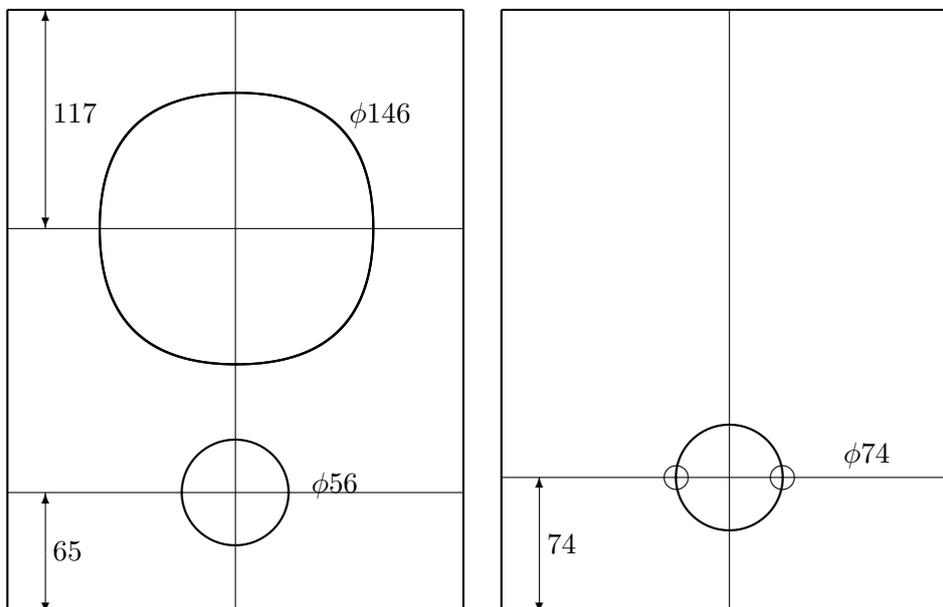
On fera donc découper dans une grande surface de bricolage disposant d'une scie à panneau pour une enceinte : deux panneaux de $202 * 198 \text{ mm}$, deux panneaux de $198 * 320 \text{ mm}$ et deux panneaux de $320 * 240 \text{ mm}$. On demandera que les dimensions identiques d'un panneau à l'autre soient coupées avec le même réglage de la scie pour assurer leur parfaite égalité. La fabrication de la boîte en sera facilitée.

Le montage utilise la technique du vissé-collé. Les vis sont des vis spéciales pour bois aggloméré de $4 * 40 \text{ mm}$ et la colle est de la colle vinylique normale et non à prise rapide qui ne facilite pas le travail. Les vis seront espacées de 6 à 8 *cm* sur le bord à coller. On percera les trous bien perpendiculairement à 1 *cm* du bord (une perceuse à colonne est bien utile pour cela). On enduit de colle les deux parties à coller de façon à assurer une bonne étanchéité de l'enceinte. On présente les deux parties à coller en ayant pris la précaution de mettre les vis dans les trous sans les faire déborder.



La partie la plus délicate est le départ. On réalise un pont avec un morceau de $198 * 320$ posé sur deux morceaux de $202 * 198$ dont l'un (non encollé) sert de cale. On encolle l'autre et on met en place avec les doigts. Lorsque les parties sont bien en place, un petit coup de marteau sur deux des vis permet de fixer le travail et on peut commencer à visser. Si on a un tournevis électrique cela ne peut que simplifier les choses car il y a beaucoup de vis. On fait ensuite l'autre côté, puis on retourne le "pont" et on fixe l'autre morceau de $198 * 320$. On obtient ainsi une boîte sans fond ni couvercle. On ferme entièrement la boîte avant de découper les trous pour le passage des haut-parleurs et du bornier. Il est en effet plus facile de faire ces trous à la scie sauteuse sur une boîte que sur un panneau qu'il faut fixer sur un étau que l'on ne possède pas toujours. Les dimensions des trous seront mesurées

sur chaque haut-parleur et ceux-ci seront placés bord à bord. Pour le tweeter il faudra prévoir les petits trous de passage des cosses à souder.



16.3 Le filtre séparateur.

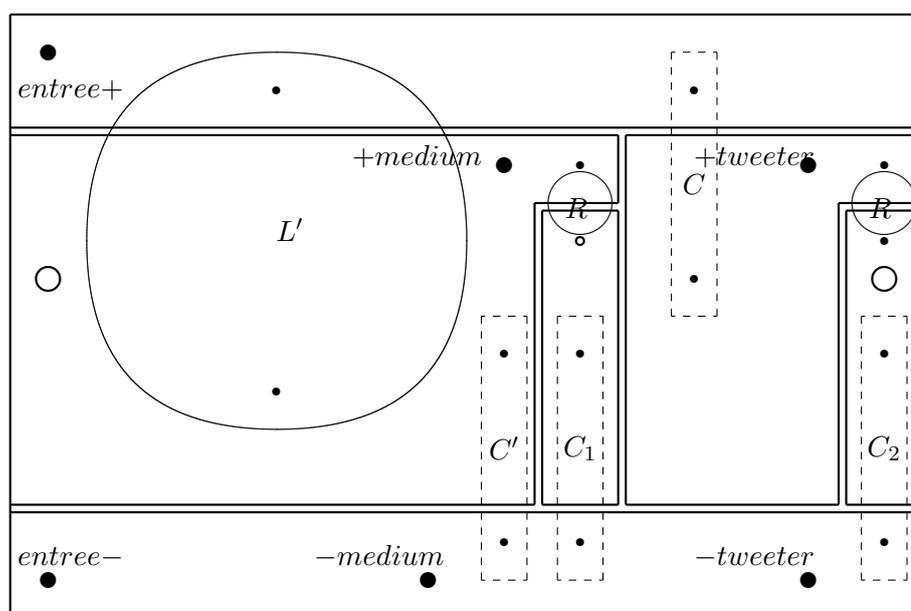
C'est de lui que dépend une bonne partie des résultats d'écoute dans le cas d'une enceinte avec un seul amplificateur. L'auteur pense qu'il faut mettre le moins de composants passifs entre l'amplificateur et le haut-parleur. Pour le tweeter un simple condensateur assure un filtrage à 18 dB/octave largement suffisant et pour le grave-médium un filtre passe-bas de type BUTTERWORTH d'ordre 2 donne d'excellents résultats. L'exemple du paragraphe 8.3 peut servir dans ce cas. On prend une fréquence de coupure de 4000 Hertz , l'inductance propre de la bobine vaut $0,45 \text{ mH}$ on prendra la valeur normalisée $0,47 \text{ mH}$ et la capacité du condensateur est $3,5 \mu\text{F}$, on prendra la valeur normalisée $3,3 \mu\text{F}$ en évitant les condensateurs électrochimiques non polarisés qui ne donnent pas de bons résultats.

Pour le tweeter on calcule la capacité du condensateur en supposant que l'on a un simple filtre $R - C$ avec $R = 8 \text{ Ohms}$ et on prend la fréquence de coupure de 4000 Hertz divisée par $1,7$ pour assurer la bonne continuité du rayonnement dans la zone de croisement des filtres. En effet si on prend la même fréquence pour le croisement en principe le rayonnement est nul pour cette fréquence. Tous calculs faits on trouve une capacité de $8,2 \mu\text{F}$.

Le filtre pourra être réalisé sur une plaque de circuit imprimé au format européen de $10 \times 15 \text{ cm}$. Sur le côté cuivre on découpera au cutter des blocs permettant la soudure des divers composants en perçant les trous aux en-

droits nécessités par ces composants. Les fils de connexion aux haut-parleurs et aux bornier seront mis en place avant la fixation du filtre dans la boîte à proximité du bornier. Les fils seront assez longs pour pouvoir sortir du côté haut-parleurs afin de permettre leur connexion facile. Du fil de $1,5 \text{ mm}^2$ de section, au moins, sera utilisé pour cette opération. Si on y croit on pourra utiliser du fil spécial très cher, l'auteur se contente de fil électrique souple standard nettement plus abordable.

Les résistances des circuits de BOUCHEROT seront montées en épingles à cheveux. Les condensateurs pourront être de type axial ou radial suivant l'approvisionnement, on percera les trous en fonction des besoins. On percera deux trous de $\phi 4 \text{ mm}$ pour fixer le circuit sur la boîte à l'aide de vis pour aggloméré de $4 * 20$. Le circuit imprimé est représenté vue du côté cuivre et pourra servir avec d'autres valeurs des composants pour d'autres haut-parleurs dans une enceinte à deux voies. On utilisera du fil rouge pour le côté + du circuit et du fil noir ou bleu pour le côté -.



16.4 Finition de l'enceinte.

Il s'agit d'un travail de peinture ou d'ébénisterie. Malgré tout le soin que l'on a pris lors du collage il reste toujours quelques dixièmes de millimètres de faux plat aux bords de la boîte que l'on élimine par un ponçage soigné au papier abrasif à gros grain. Ce travail sera facilité si on dispose d'une ponceuse à bande qui enlève bien la matière. Ensuite on se retrouve avec les têtes de vis légèrement enfoncées dans les trous fraisés. Il faut combler ces trous avec de la pâte à bois ou de l'enduit à peindre. On se trouve alors

devant un choix cornélien : la tapisserie, la peinture laque ou le placage.

La tapisserie est le mode de finition le plus simple à mettre en œuvre . Il suffit de coller un reste de papier peint ayant servi à tapisser la pièce où l'on compte installer l'enceinte et l'on a un ensemble décoratif.

La peinture laque demande plus de soin. Il faut d'abord enduire la totalité des faces avec de l'enduit gras pour bien lisser l'ensemble, puis, après séchage, poncer le tout avec du papier abrasif fin. On passe ensuite deux à trois couches de peinture laque de bonne qualité (laque glycérophtallique ou polyuréthane) en prenant soin de poncer avec du papier abrasif à l'eau entre chaque couche et de bien tendre la peinture avec le pinceau pour éviter les surépaisseurs. Si on est plus professionnel on peut passer la peinture au pistolet. Chaque couche devra être réalisée d'un seul tenant, ce qui suppose de peindre les six faces d'un coup. Pour cela on fera passer un manche à balai dans le trou du tweeter et du bornier que l'on aura percé juste en face pour réaliser cette opération. Le manche à balai sera posé sur deux dossiers de chaise.

La placage bois donne l'aspect le plus professionnel, mais c'est aussi celui qui demande le plus de soin et de finances. Le placage coûte en effet plus cher que la boîte. Certains conseillent de prendre du placage préencollé à fixer avec un fer à repasser. Cette méthode a l'avantage d'être simple d'application mais elle n'a pas donné satisfaction à l'auteur qui a des dizaines d'enceintes à son actif. On observe assez souvent des décollages intempestifs. La meilleure méthode de fixation du placage est d'utiliser la colle contact au néoprène. Là au moins on est sûr que ça tient, car une fois le placage posé sur le bois on ne peut plus le décoller : on ne peut pas ajuster la travail par un glissement des pièces à coller. Il faut présenter en partant d'un bord exactement le morceau de placage à l'endroit qu'il va occuper.

Le placage bois est vendu en feuilles de 25 ou 50 *cm* de largeur et de 250 *cm* de longueur. En fait les dimensions sont légèrement supérieures ce qui nous avantagera pour notre enceinte. On découpe avec un cutter deux morceaux de 340 * 250 *mm*, en fait la largeur de la feuille. Si on fait deux enceintes on peut mener le travail de front. La colle néoprène se pose avec une spatule finement crantée vendue en général avec le pot, on encolle l'enceinte et le panneau de placage en étalant bien la colle et on laisse sécher jusqu'à ce que la colle ne colle plus au doigt. On met en contact le grand côté du panneau avec le grand côté de l'enceinte en débordant légèrement de sorte que, une fois posé, le panneau déborde de tous les côtés de l'enceinte. Avec une cale en bois et un marteau on tape sur toute la surface du panneau pour bien le faire adhérer. Ensuite avec un cutter dont on a sorti la lame on découpe soigneusement ce qui dépasse de la boîte en se guidant sur la face perpendiculaire au panneau collé. On recommence l'opération pour les cinq autres faces de l'enceinte.

On dispose ainsi d'une boîte à nouveau fermée, de la même façon on découpe dans le placage les trous des haut-parleurs et du bornier et on est prêt pour

vernir l'enceinte. On ponce au papier abrasif fin le placage et on passe une première couche de vernis diluée à dix pour cent au white spirit. Suivant son goût on prendra un vernis brillant ou un vernis satiné qui donne l'aspect "bois ciré" et qui se nettoie d'un coup d'éponge : c'est le choix de l'auteur. Après la première couche on reponce au papier abrasif très fin, puis après la deuxième au papier abrasif à l'eau. Trois couches suffisent, mais certains vont jusqu'à neuf couches, à vous de voir.

La boîte étant maintenant finie vient le moment de fixer les haut-parleurs et le bornier. On présente chaque haut-parleur dans son trou et on marque au crayon les trous de fixation, de même pour le bornier. Il est préférable de faire des avant-trous pour éviter d'éclater le bois, une mèche de deux millimètres suffit. On prend ensuite les vis à aggloméré du diamètre convenable pour les trous de fixation. On commence par fixer au fond de l'enceinte au dessus du bornier le filtre muni de ses fils de connexion. On fait passer les fils du bornier vers l'extérieur et on soude ces fils au bornier. On fixe sur la face du bornier en contact avec la boîte du ruban mousse adhésif contre les courants d'air pour assurer l'étanchéité de l'enceinte et on visse le bornier. On retourne l'enceinte et on la garnit de laine de verre sans trop tasser en assurant le passage des fils des haut-parleurs(bien les repérer pour ne pas les confondre) . On met de la même façon du ruban mousse sur les haut-parleurs, on soude les fils et on visse les haut-parleurs. L'enceinte est maintenant prête à fonctionner : bonne écoute !

Bibliographie

- [1] R. LEHMANN, Les transducteurs électro et mécano-acoustiques, Editions Chiron,1963
- [2] Th.VOGEL,Pour une théorie mécaniste renouvelée,Editions Gauthier-Villars,1973
- [3] M.JESSEL,Acoustique théorique,Editions Masson,1973
- [4] F. BROUCHIER,Théorie élémentaire du haut-parleur électrodynamique,Edition privée,1975
- [5] E.LEIPP,La machine à écouter,Editions Masson,1977
- [6] J. HIRAGA,Les haut-parleurs,Editions Fréquence,1981
- [7] E.ZWICKER R.FELDTKELLER,Psychoacoustique, Editions Masson,1981
- [8] H. OBERHOFF,Tout sur les haut-parleurs,Editions Elektra,1982
- [9] C-H. DELALEU,L'optimisation des haut-parleurs et enceintes acoustiques,Editions Fréquences,1988
- [10] J. PANZER,Le calcul des enceintes acoustiques, Editions Publitrönic,1991
- [11] P. LOYEZ,Techniques des haut-parleurs et enceintes acoustiques,Editions Fréquences,1992
- [12] J.JOUHANEAU,Notions élémentaires d'acoustique :Electroacoustique,Editions Tech et Doc,1994
- [13] V. DICKASON,Enceintes acoustiques et haut-parleurs,Editions Elektor,1996
- [14] P. HOROWITZ W. HILL,Traité de l'électronique analogique,Editions Elektor,1996